XIII SIMPOSIO DE MATEMÁTICA Y Educación Matemática

XII CONGRESO INTERNACIONAL DE Matemática asistida por Computador

III SIMPOSIO DE COMPETICIONES Matemáticas

16, 17 y 18 de febrero de 2023

Modalidad Híbrida

XIII Simposio de Matemática y Educación Matemática, el XII Congreso Internacional de Matemática asistida por Computador y el III Simposio de Competiciones Matemáticas

Volumen 10, No. 2 - MEM2023

ISSN: 2346-3724

PRESENTACIÓN

El XIII Simposio de Matemática y Educación Matemática, el XII Congreso Internacional de Matemática asistida por Computador y el III Simposio de Competiciones Matemáticas (Simposio MEM 2023), de modalidad hibrida organizado por la Universidad Antonio Nariño los días 16 al 18 de febrero de 2023, en la sede de Federman, de la Universidad Antonio Nariño, convocó a numerosos y destacados docentes e investigadores provenientes de diversas latitudes. Tres días de intensa actividad permitieron compartir valiosas experiencias, estudios y resultados que dan cuenta de la expansión de la Educación Matemática como disciplina científica.

En este primer volumen de las Actas de Simposio MEM 2023 se presentan resúmenes de conferencias, cursos y comunicaciones que conformaron el programa del evento.

Comité editorial
Bogotá, Colombia, 17 de junio de 2023.

TABLA DE CONTENIDO **PÁG.**

CONFERENCIAS Y CURSILLOS

WORKING TO IMPROVE TEACHING: CYCLES OF RESEARCH AND DEVELOPMENT, THEORY AND PRACTICE

Alan H. Schoenfeld
Universidad de California en Berkeley, Estados Unidos

Abstract

The Goal of the Teaching for Robust Understanding (TRU) project is to help teachers create powerful learning environments – classrooms in which students become knowledgeable and resourceful thinkers and problem solvers. We have just produced two books that offer tools to support this effort. The first book consists of case studies, in which we explore classroom discussions to abstract about the ways in which teachers' decisions can affect student learning. The second book introduces new tools that help teachers reflect on their assignments and activities in ways that create increasingly rich lessons. This talk reviews some of the history, with some reflections about the ways that theory and practice intersect. In the early work, theory took the lead, influenced by practice. Now, as we seek to influence teaching, tools take the lead. I will give examples of the big ideas behind the TRU Framework and show how the tools can be used to use those ideas in our classrooms.

ROLES OF THE HISTORY OF MATHEMATICS IN THE MATHEMATICAL KNOWLEDGE FOR TEACHING

Abraham Arcavi
Department of Science Teaching, Weizmann Institute of Science, Israel

Abstract

"Mathematical Knowledge for Teaching" (MKT) is the mathematical knowledge required to practice and accomplish the work of teaching mathematics. It includes: (a)

competence with the contents and their underlying ideas; (b) acquaintance with pedagogical means (material resources, representations, explanations, enlightening examples of various kinds); (c) sensitivity towards and resourcefulness to deal with students idiosyncratic ways of knowing (including their errors, doubts and misunderstandings); (d) familiarity with diverse curricular approaches and alternative ways to introduce a concept or a procedure and the versatility in applying them, and (e) having an eye towards knowledge in the "horizon" (i.e. the mathematics that students will need in their future studies).

In this presentation, I propose that history of mathematics can be a bountiful source to address the enhancement of teachers' MKT and I will try to substantiate this claim through illustrative examples and the morals which can be derived from them.

APLICACIONES DE LA VISTA CAS DE GEOGEBRA

Agustín Carrillo de Albornoz Torres
agustincarrillo@telefonica.net
Instituto GeoGebra de Andalucía. España

Resumen

Quizás la vista CAS que ofrece GeoGebra no es la más conocida al utilizar este software, a pesar de la cantidad de opciones que ofrece para desarrollar contenidos de álgebra, cálculo o funciones, obteniendo los resultados de forma exacta y no de forma aproximada como son los valores devueltos desde la vista gráfica y algebraica.

Las aplicaciones que trabajaremos en el curso se centrarán en una primera parte en el trabajo de lugares geométricos y envolventes para obtener a través de la vista CAS las expresiones de estas curvas que no es posible obtenerlas con los comandos que GeoGebra pone a nuestra disposición.

Continuaremos con actividades sobre diferenciación e integración planteadas de forma diferente a los problemas que habitualmente aparecen en los libros de texto sobre estos

contenidos, basándonos en la idea que supone que al utilizar recursos distintos se deben seguir métodos y procesos diferentes de los habituales en el aula.

En definitiva, se trata de dar a conocer algunas aplicaciones que se pueden realizar con la vista CAS en la que las matemáticas se refuerzan con las opciones que GeoGebra ofrece.

Palabras clave: CAS, lugares geométricos, envolventes, derivación, integración

CONSTRUCCIÓN DE ACTIVIDADES DE CLASE CON ENFOQUE ETNOMATEMÁTICO DESDE UNA MIRADA DECOLONIAL

Ana Patricia Vásquez Hernández
patricia.vasquez.hernandez@una.cr

Universidad Nacional, Costa Rica, Campus Sarapiquí

Resumen

El colonialismo, la Modernidad, los Estados Nación fueron algunos procesos históricos civilizatorios que marcaron el fundamento de las sociedades Latinoamericanas. Se definieron muchas formas de desigualdad como lo fueron y son las relaciones de poder y dominación, la inferiorización del otro, la deslegitimación de los sistemas de conocimientos y saberes, por mencionar algunos ejemplos. Estas formas de racismo fueron trasladadas a todas las instituciones del estado y principalmente las educativas, donde se legitimaron ciertas formas de conocimiento y saber, y se deslegitimó todo que quedara fuera de ellas.

La ciencia fundamentada en el “colonialismo epistémico eurocéntrico” otorgó un método único que se connotó como “universal” para legitimar lo que ellos le llamaron conocimientos. De aquí que esta hegemonía, permeara los entornos universitarios de los cuales nos hemos formado académicamente y es por este motivo que sin tomar conciencia de ello contamos con las unas

formas muy particulares de ser, hacer y relacionarnos con el mundo y los saberes. Con estas premisas nuestras sociedades latinoamericanas sufrieron y sufren los embates frente a las formas propias de conocimiento y saber de sus sociedades originales.

El saber institucionalizado y el saber comunitario distan epistemológica y metodológicamente, pero en los tiempos actuales ante la necesidad de establecer un espacio escolarizado incluyente de la diversidad cultural y las diversas formas de pensamiento, es necesario resignificar los espacios áulicos y aprender a construir un espacio donde participen los saberes de los grupos sociales presenten en el contexto inmediato.

El objetivo de este curso es proponer la construcción de actividades para una clase de matemática con enfoque etnomatemático desde la teoría Decolonial, como un camino necesario hacia la recuperación y reconocimiento de saberes comunitarios propios en contribución dialógica con el quehacer del docente de matemática en el aula, donde se fomente la responsabilidad de contribuir a la formación de un ciudadano más humano, con capacidad de convivir de manera solidaria en la diferencia y cultivando una ética de respeto por el otro y su identidad sociocultural.

La Etnomatemática es entendida como el estudio de las matemáticas desde la perspectiva sociocultural, cuenta con un principio político, ético y reivindicador de prácticas, conocimientos y saberes propios de los grupos humanos. Bajo esta perspectiva se validan formas de conocimiento y saberes que han estado presentes en las sociedades por miles de años en comparación con conocimientos y saberes que actualmente están presentes en los sistemas institucionalizados de educación que tienen a lo más quinientos años de presencia en nuestras sociedades.

El presente curso está constituido por cuatro momentos: a) Momento 1: Descolonización del ser, del saber y del poder; b) Momento 2: Reconocimiento al saber matemático comunitario; c) Momento 3: Creando puentes entre saberes; d) Momento 4: Actividades de clase con enfoque etnomatemático. Detallo a continuación el sustento de cada momento.

MOMENTO 1: DESCOLONIZACIÓN DEL SER, DEL SABER Y DEL PODER.

Objetivo: Reflexionar sobre los metarrelatos eurocéntricos que incluyen a la matemática para la construcción de un sujeto y una subjetividad decolonial.

Descripción: Este espacio se centra en un espacio dialógico donde se hará una remembranza de la memoria larga y la memoria corta de la historia para América Latina en la georreferenciación del saber y del poder. Reflexionaremos a cerca de los metarrelatos que envuelven la historia de nuestra sociedad. Finalmente nos centraremos en la postura de cada participante frente a un escenario actual constituido por un sistema mundo en crisis.

Metodología: Se realizará un conversatorio en distribución circular a través de la identificación de los metarrelatos históricos del saber matemático y del saber en general. Mediante el conocimiento de los participantes iremos deconstruyendo esos metarrelatos para finalmente reconstruir históricamente una parte de nuestra América Latina.

Materiales: Un mapa mundo. Dos cartulinas satinadas negra y roja. Cinta para pegar las cartulinas en una pizarra.

Bibliografía:

Barros, J. (2019). Geopolítica del conocimiento: control de la subjetividad y el conocimiento en la descolonialidad epistémica. Revista Ciencias Sociales, Fortaleza, V. 50, No.2. Brasil.

Méndez, J. Mendoza, E. (2017). Del sujeto moderno al sujeto decolonial una aproximación epistémica para la emancipación desde la filosofía latinoamericana. Fondo editorial UNERMB/CLACSO.

Reyes, M. (2019). Subjetividad y decolonialidad: el peso de la metanarrativa en la construcción de identidades. Argentina; Arkho Ediciones.

Rodríguez, E. (2020). La religazón del sujeto moderno y posmoderno: hacia el sujeto de colonial. Revista STVLTIFERA de Humanidades y Ciencias Sociales, V.3, No. 1.

Vásquez, A. Trigueros, E. (2015). Etnomatemática en Costa Rica: Un acercamiento a su perspectiva socio-histórica Revista Latinoamericana de Etnomatemática, vol. 8, núm. 3, pp.69-91

MOMENTO 2: RECONOCIMIENTO AL SABER MATEMÁTICO COMUNITARIO

Objetivo: Reconocer las características de los saberes fuera del sistema escolarizado y el papel del saber matemático en contextos situados.

Descripción: Este momento se fundamenta en una práctica decolonial interpretativa mediante el uso de imágenes que puedan ayudar en la construcción de cómo subsiste el saber comunitario y cómo la práctica cultural es base fundamental para el resguardo de estos saberes. Revisaremos el concepto de matemática para una comunidad y cómo esta participa dentro de la práctica cultural. Adicional estaremos confrontando el saber universal con el saber situado.

Metodología: Mediante el uso de fotografías se estará presentando las diversas formas en que diversos contextos desarrollan sus prácticas culturales. A partir de la observación estaremos realizando interpretaciones del papel de la matemática en ese contexto. Primeramente, se trabajará de forma grupal y luego por subgrupos o de manera individual cada participante escogerá una práctica cultural de su comunidad de trabajará en esta con el objetivo indicado.

Materiales: Proyector de imágenes. Impresión de imágenes.

Bibliografía:

Bautista, J. (2014) ¿Qué significa pensar desde América Latina? Hacia una racionalidad transmoderna y postoccidental. España. Editorial Akal.

Bautista, R. (2017). Del mito del desarrollo al horizonte del “vivir bien”. Bolivia: Yo soy si Tú eres ediciones.

Brunner, J. y Sunkel, G. (1993). Conocimiento, sociedad y política. Santiago de Chile: Flacso.

Trujillo, F. (2015). Sujeto y cultura: saberes y representaciones poscoloniales y posmodernos. Revista estudiantil latinoamericana de ciencias sociales, FLACSO, México.

Zemelman, H. (2010). Sujeto y subjetividad: la problemática de las alternativas como construcción posible. Recuperado de: https://scielo.conicyt.cl/pdf/polis/v9n27/art16.pdf

Vásquez, A. Rojas. I. (Eds.). (2019). Memoria del Segundo Encuentro Latinoamericano de Etnomatemáticas: Pueblos y comunidades tejiendo conocimientos. Costa Rica: Universidad Nacional de Costa Rica.

Peña-Rincón, P. (2015). Descolonizar los saberes: Un gran desafío para la Etnomatemática. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 8(1), 4-9.

MOMENTO 3: CREANDO PUENTES ENTRE SABERES

Objetivo: Establecer las semejanzas, diferencias y las transiciones entre las diversas dimensiones del saber matemático (comunitario e institucional).

Descripción: Creando puentes entre saberes, representa un momento fundamental en la construcción de espacios dialógicos y de consenso en la toma de decisiones en situaciones de diferencia. Acá se rescata el tratamiento político y ético de las similitudes, las diferencias y las transiciones entre conocimientos y saberes de diferente naturaleza. Propone los diálogos, la ecología de saberes, la diversidad epistémica, el pensamiento crítico y se construye desde los participantes los medios para poner a dialogar los saberes construyendo metodologías propias desde la realidad de cada participante.

Metodología: Se presentará el estudio de un caso, que permitirá la discusión y el análisis de práctica del consenso desde las diferencias. Cada participante identificará las semejanzas, diferencias y transiciones entre los saberes de la práctica que seleccionó en el momento 2 y tratará de establecer puentes entre este y el saber institucionalizado.

Materiales: 1 caja de pilot de colores. 10 papel periódico blanco. Cinta para pegar.

Bibliografía:

Alarcón, P. (2015). Otras epistemologías. Conocimientos y saberes locales desde el pensamiento complejo. Tesis doctoral. México: Pablo Alarcón.
Bishop, A. (1999). Enculturación matemática: la educación matemática desde la perspectiva cultural. España: Paidós.
Bonilla, L. (2018). Sentidos y prácticas de los saberes ancestrales en el fortalecimiento de la identidad cultural. Tesis de maestría. Universidad de Manizales. Colombia.
D' Ambrosio, U. (1990). Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar e conhecer. Sáo Paulo, Brasil: Ática S.A.

D'Ambrosio, U. (2013). Etnomatemáticas. Entre las tradiciones y la modernidad. Madrid: Ediciones Díaz de Santos.
Tisnes, O. (2008). Saber y conocimiento: una aproximación plural. Act.Colom.Psicol. [online]. 2008, vol.11, n.2, pp.89-100. ISSN 0123-9155.
Saénz, B. (2018). Saberes situados. Universidad Autónoma de Barcelona. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6357658

Vásquez, A. Trigueros, E. (2014). ¿Cómo integrar conocimientos etnomatemáticos de pueblos originarios al currículo escolar? Acta de la 28 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Colombia: Barranquilla.

Vivanco, M. (2010). Sociedad y complejidad: del discurso al modelo. Chile: LOM Ediciones.

MOMENTO 4: ACTIVIDADES DE CLASE CON ENFOQUE ETNOMATEMÁTICO

Objetivo: Generar desde la experiencia de las participantes, actividades de clase que permitan el enfoque etnomatemático, la diversidad de saberes bajo la construcción de espacios de diálogo epistémico.

Descripción: Este momento final, cada participante pone a prueba las ideas construidas y se establece el espacio propósito de construcción de una actividad de clase que le permita a una práctica cultural de su comunidad participar en ese espacio de clase y dialogar con el saber institucionalizado.

Metodología: Cada participante escogerá una práctica cultural de su comunidad y desarrollará el estudio de ella desde una visión decolonial propositiva y valorizada. Describirá la práctica y su función dentro de su entorno e identificará qué tipo de saberes participan en ella. Finalmente identificará los saberes matemáticos propios.

Materiales: 10 papel periódico blanco. Cinta para pegar

Bibliografía:

Vásquez, A. Torres, R. (2015). Contextualización de contenidos curriculares desde la cosmovisión de los pueblos Bribri y Cabécar de Costa Rica a partir de la etnomatemática. 29 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Panamá

Vásquez, A. Torres, R. (2017). Texto de matemática Kulkuok I Cha: Una propuesta de textos escolares desde las etnomatemáticas. Revista Latinoamericana de Etnomatemática. Vol. 10, No. 2, junio-septiembre de 2017, 10(2), 39-52

Vásquez, A. (2020). Experiencia en el proceso de evaluación socioeducativa y reformulación del texto de matemática Kul kuok I cha. Sistematización de experiencias: Visibilización de procesos con las poblaciones interlocutoras / Marlene Flores Abogabir y Nancy Sánchez Acuña, comp. -- 1ª ed. -- Heredia, Costa Rica: Editorial del Norte, pp. 199-232

Vásquez, A. Selles, A. Rodríguez, D. Villanueva, A. Mora, I. Flores, J. Herrera, A. Cortés, J. Rodríguez, O. Yasin, G. Reyes, J. Chaves, E. Romero, J. Morales, D. Sucre, C. Camareno, H. Fernández, E. Chale, A. (2020). KÜL ËLTËPA I CHA Matemática 7. Editorial de Norte. Costa Rica: Heredia.

PREÁLGEBRA Y PENSAMIENTO ALGEBRAICO EN BÁSICA PRIMARIA

Ángel Gutiérrez
angel.gutierrez@uv.es
Universidad de Valencia, España

Resumen

En todos los países y sistemas educativos, la iniciación al álgebra supone para los estudiantes un importante obstáculo epistemológico: aparecen nuevos significados, operaciones y formas de expresión que tienen mucha relación con los significados, operaciones y formas de expresión aritméticas, pero también tienen diferencias fundamentales. Los profesores esperan que sus alumnos empiecen a usar correctamente el álgebra pronto, pero los estudiantes necesitan tiempo y p´ractica adecuada. La investigación en educación matemática ha desarrollado varias herramientas que los profesores pueden usar para facilitar a sus alumnos la comprensión de los conceptos algebraicos iniciales.

En Colombia, el álgebra empieza a introducirse en los cursos intermedios de la Educación Básica Primaria. Por ello, el taller se enfocará a los profesores y futuros profesores de este nivel educativo, así como a los formadores de profesores en las universidades. Los participantes tomarán contacto con las ideas de preálgebra (o álgebra temprana) y pensamiento algebraico y practicarán en aplicar un conjunto de criterios didácticos para analizar las respuestas de sus alumnos a problemas de patrones geométricos.

MÚSICA, CIENCIA Y MATEMÁTICAS: UN CURSO INTRODUCTORIO MULTIDISCIPLINARIO DE GRAN BELLEZA E IMPACTO

Arturo Portnoy
Departamento de Ciencias Matemáticas,
Universidad de Puerto Rico en Mayagüez

Resumen

En este cursillo describiré un curso diseñado por tres profesores de la Universidad de Puerto Rico en Mayagüez: un físico, una teórica de la música y un matemático. Hablaremos sobre sus objetivos, el diseño del curso, y las experiencias enseñándolo durante dos semestres, con una audiencia muy diversa, pues es un curso sin prerequisitos. Después discutiremos algunos de los temas más fundamentales e interesantes, y visitaremos actividades interactivas que se proponen en el curso y que serán parte de un libro que en un futuro cercano será publicado. Hablaremos sobre la sinergía de la multi e interdisciplinariedad, de la necesidad que los estudiantes trabajen en grupo y que sean capaces de producir informes y comunicaciones profesionales, que son parte de los objetivos del curso.

El curso propone abordar temas diversos, difíciles, y conectar entre disciplinas sin pretender entendimiento detallado y profundo, más bien lograr conexiones y que los estudiantes puedan ver el gran panorama: como las disciplinas no se desarrollan aisladas una de la otra, sino que una alimenta a la otra, y la historia está llena de estas interacciones e influencias entre disciplinas. También hablaremos sobre los retos presupuestarios y administrativos que presupone una iniciativa como esta, retos que finalmente terminaron poniendo en pausa el ofrecimiento del curso.

VISUALIZACIÓN EN LO MATEMÁTICO: UNA MIRADA HACIA EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Carlos Silva
csilva@upla.cl
Universidad de Playa Ancha, Chile

Resumen

En esta conferencia, el Dr. Silva, expondrá que los nuevos mediadores didácticos pueden mejorar el aprendizaje, particularmente en el aula, a través de canales cognitivos, metacognitivos y afectivos, nuevos y diferentes a los ya tradicionales. Dará una mirada, desde este momento de pandemia, en particular en Educación Matemática, cómo se promueve en los estudiantes su pensamiento constructivo y les permite al mismo tiempo trascender sus limitaciones cognitivas involucrándolos en ciertas operaciones (cognitivas) que por otros medios, tal vez no hubieran podido lograr.

También se hará una profundización de los conocimientos que tienen tanto los profesores y estudiantes sobre la matemática en general; la habilidad para comunicar conocimiento científico y para escuchar e interpretar lo que dicen y hacen sus estudiantes; la capacidad para re-construir el conocimiento en el marco educacional nacional e internacional, de manera significativa para el alumno.

Se enfatizará en la interacción entre los conceptos previos y los nuevos conocimientos, desde la perspectiva de naturaleza de la adquisición y retención del conocimiento organizado; del

desarrollo de capacidades de aprendizaje y de resolución de problemas; de las características cognitivas, personales, sociales y motivacionales que llevan a la asimilación del material de aprendizaje; y de los mecanismos para la manipulación intencional, tendientes a la consecución de un aprendizaje significativo.

A FRAMEWORK FOR RESEARCH AND PRACTICE ON DEVELOPING EARLY ALGEBRAIC REASONING

Carolyn Kieran
kieran.carolyn@uqam.ca
Professor Emerita
Université du Québec à Montréal

Abstract

Early algebraic reasoning is the thinking engaged in by 5- to 12-year-olds as they build meaning for the objects and techniques to be encountered within the later study of secondary school algebra. Ever since the 1990s, when the early algebra movement began, there has been a steady growth in the research devoted to exploring ways of fostering this reasoning. In my presentation, I introduce a framework for the Development of Early Algebraic Reasoning (DEAR) – a framework that organizes the multi-dimensionality of the existing research on early algebraic thinking. The DEAR framework consists of three overarching dimensions, namely, analytic thinking, structural thinking, and functional thinking, with generalizing being the thread that runs through all three. After first looking back to the history of the notion of early algebra and the initial research efforts aimed at developing early algebraic thinking/reasoning, I delineate the three overarching dimensions of the framework, elaborating on their theoretical foundations and empirical support, along with illustrating some of the ways that instructionally-oriented research studies have aimed at developing early algebraic reasoning with primary-grade students.

APROXIMACIÓN AL QUADRIVIUM. UNA RELACIÓN ESTRECHA ENTRE MATEMÁTICAS, ARTE Y FILOSOFÍA

Clara Helena Sánchez Botero
chsanchezb@unal.edu.co
Universidad Nacional, Colombia

Resumen

Quadrivium es el nombre dado en la Edad Media al estudio de la aritmética, la geometría, la música y la astronomía. Estudio que se hacía luego del trivium constituido por la gramática, la lógica y la retórica. Sus antecedentes se encuentran en la escuela pitagórica, y es justamente en esta escuela donde me detendré a reflexionar sobre la estrecha relación que había en la antigüedad entre matemáticas, filosofía y arte reflejadas en el quadrivium.

UN MARCO DE DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO DE ESTUDIANTES DE BACHILLERATO SOBRE PRUEBAS DE SIGNIFICACIÓN ESTADÍSTICA EN UN AMBIENTE TECNOLÓGICO

Ernesto Sánchez
esanchez0155@gmail.com
CINVESTAV, Instituto Politécnico Nacional, México

Resumen

Se presentan los resultados de un estudio que parte de la pregunta: ¿Cómo se desarrolla el razonamiento inferencial informal de estudiantes de bachillerato acerca de las pruebas de significación estadística con ayuda de la tecnología digital? En un experimento de diseño los estudiantes enfrentaron cuatro problemas de pruebas de significación. Los elementos de diseño fueron: el uso de un recurso tecnológico, breves episodios de instrucción basada en un enfoque de resolución de problemas y trabajo colaborativo en parejas. A partir del análisis, se propone un marco de desarrollo para ubicar los niveles de razonamiento de las respuestas de los estudiantes a los problemas propuestos. Los resultados muestran que los estudiantes avanzan en su

razonamiento inferencial informal y el papel que juegan los elementos del diseño en dicho avance. Se informan algunas dificultades que emergen durante el proceso de solución de los problemas.

VARIAR LAS EXPERIENCIAS DE LOS SENTIDOS PARA CONSTRUIR LAS DEMOSTRACIONES NECESARIAS

Ferdinando Arzarello
Profesor emérito en educación matemática
ferdinando.arzarello@unito.it
Universidad de Turín, Italia

Resumen

En la conferencia presentaré el método de investigación variada (MIV). Su idea fundamental es que, para comprender mejor algo, se lo considera desde varios puntos de vista y se varían sus propiedades una a una, “para ver el efecto que tiene”. El método propuesto, epistemológicamente, es el de la investigación científica - en un fenómeno, centrarse en una variable y mantener fijas las demás para estudiar sus correlaciones - mientras que didácticamente se refiere al llamado método de variación, propio de la pedagogía tradicional en China (hoy introducido de nuevo en las escuelas chinas).

El MIV ayuda a los estudiantes a pensar matemáticamente, es decir, a desarrollar lo que A. Schoenfeld llama su "creación de sentido matemático", o las habilidades para:

(a) desarrollar un punto de vista matemático: mejorar los procesos de matematización y abstracción y tener preferencia por aplicarlos;

(b) desarrollar las habilidades de las herramientas del oficio, y utilizarlas con el objetivo de alcanzar una comprensión "estructural" de los fenómenos.

El sentido por las matemáticas en los estudiantes es (debería ser) el principal objetivo de la enseñanza-aprendizaje de la disciplina. Esto implica una atención particular a los procesos y no sólo a los productos, a los aspectos cognitivos y metacognitivos de los fenómenos didácticos y no sólo a su contenido. MIV induce tambien a una actitud abierta a la investigación, en la que el estudiante como investigador resuelve y plantea problemas, produce hipótesis, definiciones, argumentos; no se embalsama en el típico patrón cerrado: situación dada → resolver / probar.

El método será presentado y discutido a través de varios ejemplos que hacen referencia a experiencias didácticas en diferentes niveles escolares.

1. Comenzamos proponiendo una situación problemática a observar (por ejemplo, una tabla numérica: ver el ejemplo "A la caza de cuadrados" en la pág. XXX de este número), tratamos de entender su estructura y explicar por qué es así: que, es decir, se hacen preguntas y se buscan respuestas.

2. Se varía la situación (por ejemplo, cambiando los números de la tabla numérica), tratando de imaginar, comprender, explicar qué sucede si algo cambia en la situación anterior: de esta manera se formulan nuevas preguntas y se buscan las respuestas relativas. El espíritu es comprender y explicar cómo sería si.

En otras palabras, para comprender mejor algo, se lo considera desde varios puntos de vista y se varían sus propiedades una a una, “para ver el efecto que tiene”. El método propuesto, epistemológicamente, es el de la investigación científica (en un fenómeno, centrarse en una variable y mantener fijas las demás para estudiar sus correlaciones), mientras que didácticamente se refiere al llamado método de variación, propio de la pedagogía tradicional china (hoy introducido de nuevo en las escuelas chinas): ver Arzarello (2015, p. 146).

El MRV ayuda a los estudiantes a pensar matemáticamente, es decir, a desarrollar lo que A. Schoenfeld (1992) llama su "creación de sentido matemático", o las habilidades para:

(a) desarrollar un punto de vista matemático: mejorar los procesos de matematización y abstracción y tener preferencia por aplicarlos;

(b) desarrollar las habilidades de las herramientas del oficio, y utilizarlas con el objetivo de alcanzar una comprensión "estructural" de los fenómenos.

El sentido por las matemáticas en los estudiantes es (debe ser) el principal objetivo de la enseñanza-aprendizaje de la disciplina. Esto implica una atención particular a los procesos y no sólo a los productos, a los aspectos cognitivos y metacognitivos de los fenómenos didácticos y no sólo a su contenido.

En particular, MRV cultiva y estimula las habilidades argumentativas de los estudiantes, que a su vez fomentan el hábito del pensamiento hipotético, al que se presta especial atención tanto en las investigaciones sobre el aprendizaje de las matemáticas como en las indicaciones ministeriales para las distintas órdenes escolares. Más precisamente, las actividades argumentativas en las que se producen hipótesis o se generan condicionalidades se remontan a dos modos principales, los cuales se remontan al MRV:

1. Producción de conjeturas interpretativas de lo hecho/percibido, ej. para producir interpretaciones, explicaciones, respuestas a preguntas como "¿por qué es/no es así?"

2. Producción de conjeturas de pronóstico, discursos hipotéticos sobre situaciones posibles/futuras, respuestas a preguntas como: "¿cómo será?", "¿Cómo podría ser?"

Se observa que MRV se mueve de estrategias "naturales" en la vida cotidiana (un ejemplo: estoy inesperadamente en una cola en el auto camino a la escuela; es natural que me pregunte "¿por qué hoy?" y busque una alternativa ruta basada en conjeturas sobre cómo podría ser el tráfico en la nueva ruta). El docente, al promover MRV en sus prácticas docentes, favorece la transición al contexto matemático. Permite así la construcción de habilidades matemáticas, en las que se entrelazan los conocimientos con las habilidades argumentativas de los estudiantes en situaciones en las que se ven involucrados como investigadores matemáticos en la resolución y formulación de problemas.

MRV induce a una actitud abierta a la investigación, en la que el estudiante como investigador/investigador: plantea y plantea problemas; produce hipótesis, definiciones, argumentos; no se embalsama en el típico patrón cerrado: situación dada → resolver / probar.

STATE-OF-THE-ART ON FLIPPED CLASSROOM RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION

Gabriele Kaiser & Mustafa Cevikbas
University of Hamburg

Flipped classroom is a relatively new but rapidly growing field. It aims to enhance active learning through changing the paradigm of learning and instruction. This pedagogy based on hybrid mode of instruction that inverts frontal instruction, turning the spotlight from instructors to students by transferring the lectures out of classroom and maximizing class hours frequently for active learning and interactive group work. Flipped classroom integrates school work at home and home work at school. Early attempts of flipped classroom in the 1990s were based on technology-poor instruction (using solely textual materials), which have been further developed by the technology-rich approaches frequently used when flipping the education in recent years. In the flipped classroom approach, the use of digital technologies (e.g., mathematical technological tools such as DGSs and CASs, explanatory videos, e-books, e-quizzes, learning management systems, gamification, learning analytics, massive open online courses, machine learning, mobile learning, and cloud technology) is seen as engaging for learners and useful for personalized instruction.

Empirical research in the field of mathematics education show that the flipped classroom approach has the potential to improve students' achievement, problem-solving skills, learning motivation and interest, social skills (communication, interaction, and collaboration) and self-regulation skills. However, flipped classroom is not a silver bullet, as it also has some challenges, including increased workload for teachers and students, time-consuming activities, and technical/technological glitches. Overall, based on the results of most recent studies it can be summarized that the flipped classroom approach in mathematics education is a promising approach for learning and teaching mathematics as the advantages of flipped classroom seem to outweigh its disadvantages.

WHAT RESEARCH SAYS ABOUT TEACHING MATHEMATICS THROUGH PROBLEM POSING (P-PBL)

Jinfa Cai
University of Delaware, USA

Abstract

There has been increased emphasis on integrating problem posing into curriculum and instruction with the promise of potentially providing more and higher quality opportunities for students to learn mathematics as they engage in problem-posing activities. This presentation will focus on what research says about teaching mathematics through problem posing (P-PBL). In particular, I will first talk about what teaching mathematics through problem posing look like and the nature of problem-posing tasks. Then I will present a P-PBL instructional model, with a particular focus how teachers should handle students' posed problems in classroom instruction. I

will end the presentation by showing the effect of P-PBL instruction on teachers and students and future direction of research on P-PBL.

DO MATERIAL CONCRETO AO GEOGEBRA: EXPLORANDO OS NÍVEIS DE VAN HIELE

José Carlos Pinto Leivas
leivasjc@ufn.edu.br
Universidad Franciscana, Santa María, Brasil

Resumo

O Taller tem por objetivo explorar os níveis da Teoria de Van Hiele para o desenvolvimento de pensamento geométrico. Para alcançar o objetivo, o taller será realizado em dois momentos distintos: (1) no primeiro utilizaremos materiais didáticos cuidadosamente elaborados para a situação em que os participantes trabalharão em equipes, buscando compreender atividades que perpassam os níveis (básico ou visualização; análise; dedução informal; dedução formal); (2) no segundo momento empregaremos, em laboratório de informática, o software GeoGebra para realizar atividades que envolvam, mais diretamente, os níveis finais da Teoria. Há de ser levado em consideração que ocorrem fases em cada nível e, portanto, o envolvimento dos participantes na construção do conhecimento geométrico envolvido é uma forma que poderá vir a contribuir para o desenvolvimento de pensamento geométrico.

Partiremos de atividades simples, as quais podem ser realizadas com estudantes pequenos em início de escolaridade como a classificação de formas geométricas e a respectiva inclusão de classes, perpassando por níveis intermediários com as simetrias e concluindo com níveis mais elevados como a generalização do Teorema de Pitágoras. O ensino deste último, geralmente, conduz a uma única forma visual, a saber, construção de quadrados sobre os lados de um

triângulo retângulo. Em termos visuais, isso deixa um vazio considerável no conhecimento geométrico tanto do estudante quanto do professor em formação. É importante salientar que esta teoria, ao contrário da piagetiana, independe da idade do aprendiz para que ocorra o avanço entre os níveis.

Referência

LEIVAS, J.C.P. (2017). Investigando o último nível da teoria de van hiele com alunos de pós-graduação - a generalização do Teorema de Pitágoras. **VIDYA**, v. 37, n. 2, p. 515-531, jul./dez., 2017 - Santa Maria, 2017. ISSN 2176-4603.

CONTRIBUCIONES AL ESTUDIO DEL CÁLCULO FRACCIONAL

José Sigarreta Almira
Universidad Autónoma de Guerrero, México

Resumen

En esta conferencia se presentarán generalizaciones de los operadores fraccionales globales y locales; así como sus principales propiedades.

LA FORMACIÓN DEL PENSAMIENTO CRÍTICO EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA A TRAVÉS DE UN MODELO DE CONTEXTUALIZACIÓN CON EL ENTORNO SOCIAL, POLÍTICO E HISTÓRICO

Juan Cadena Villota
Universidad Central del Ecuador, Ecuador

Resumen

El presente tema presenta la perspectiva de la enseñanza de la matemática desde la perspectiva del incentivo de la postura crítica frente a las diferentes problemáticas en la sociedad. Según Skovsmose (2013), la educación matemática crítica es un instrumento para la creación de prácticas educativas innovadoras, que promuevan posturas definidas frente a la crisis de la sociedad actual.

Un enfoque conveniente para la generación de pensamiento crítico es a través del uso de la contextualización como perspectiva de conocimiento de una realidad objetiva, mediante lo cual el estudiante adquiere capacidades para resolver problemas concretos, competencias ciudadanas y enfrentar problemáticas fuera del ámbito matemático (De Lange, 1996).

El contexto es un instrumento didáctico que permite la transposición didáctica de las aulas en situaciones concretas de la vida, este concepto es asociado a la descontextualización o la matematización de un problema específico, la relación entre contexto y descontexto permite a su vez adoptar estrategias que permitan su resolución desde un punto de vista analítico, crítico y propositivo (Font, 2006).

El referente teórico se basa en el esquema CDR (Contextualización, Descontextualización y Re contextualización)

Según Planas & Alsina (2009), el proceso de enseñanza y aprendizaje bajo la mirada de buenas prácticas, que posibiliten una relación del conocimiento matemático con su entorno, se desarrolla en las fases de:

Contextualización: la introducción de situaciones en entornos espaciales, temporales e identitarias.

Descontextualización: la matematización o abstracción simbólica del problema, sus connotaciones algorítmicas y de procedimiento.

Re contextualización: la propuesta de nuevas situaciones contextualizadas que permitan asumir la solución del problema a través de la creatividad y el pensamiento crítico.

EL CÁLCULO FRACCIONARIO LOCAL. MEDIO SIGLO DE APORTES

Juan E. Nápoles Valdes
FaCENA, UNNE, (3400) Corrientes
jnapoles@exa.unne.edu.ar

UTN-FRRE, (3500) Resistencia, Chaco

Resumen

En esta conferencia presentamos un recorrido histórico por el Cálculo Fraccionario Local, que preferimos llamar Cálculo Generalizado, desde sus primeros pasos en los años 60 del pasado siglo, hasta los recientes resultados de estos últimos tiempos. Destacamos la importancia de esta área, tanto desde el punto de vista teórico como práctica y la significación de contar con una herramienta complementaria al Cálculo Fraccionario Global y al Cálculo clásico.

ARGUMENTO MATEMÁTICO, CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS DE ENSEÑANZA BÁSICA Y MEDIA

Leonor Camargo
Universidad Pedagógica Nacional, Colombia

Resumen

Presentamos un análisis de las respuestas de futuros profesores de matemáticas al pedirles identificar argumentos emitidos durante la resolución de un problema. Estas nos alertan sobre la necesidad de atender la formación especializada de los profesores, particularmente en lo que se refiere a la naturaleza discursiva expositiva y justificativa de un argumento, los elementos constitutivos de un argumento matemático y las relaciones funcionales entre estos.

CONSIDERACIONES PEDAGÓGICAS SOBRE EL USO DE DIAGRAMAS EN LA INTRODUCCIÓN DE LA TEORÍA DE CURVAS ALGEBRAICAS

Luis Carlos Arboleda Aparicio
Universidad del Valle
Cali, Colombia.

Resumen

En este cursillo se estudiará la práctica cartesiana de uso de diagramas en la introducción histórica de la teoría de las curvas algebraicas a mediados del siglo XVII. En un primer momento se caracterizará el empleo del diagrama tanto en el planteamiento del problema, como en el procedimiento de análisis y sintesis que conduce a Descartes a obtener la expresión analítica de la curva algebraica que modela el problema y, a partir de alli, realizar su construcción geométrica. En un segundo momento se analizará el uso del diagrama en la argumentación lógica sobre las propiedades de la curva algebraica. Se mostrará que el diagrama obra en ambos casos como un dispositivo epistemológico que permite, entre otras cuestiones, articular y reinscribir objetos y técnicas euclidianas en el campo emergente de la nueva geometría. Con base en fuentes históricas se evidenciará que, en uno y otro momento, los diagramas son una herramienta cognitiva en el desarrollo de la teoría. En ese sentido -y de acuerdo con Giardino (2018)-, se mostrará que dada la función que desempeñan en la práctica cartesiana, los diagramas poseen tres características: a) son una tecnología que permite estructurar el pensamiento en la práctica matemática, b) movilizan en su uso diferentes sistemas de información, percepción y creación, asociados con la experimentación y las operaciones de abstracción e inferencia, y c) además de su función de representación, los diagramas son instrumentos para el estudio de lo que representan.

LA COMPLEJIDAD DE LA TAREA DEL DOCENTE DE MATEMÁTICA ANTE DIVERSOS ROLES: UN MODELO DE PLANOS DE FORMACIÓN

Mabel Rodríguez
mrodri@campus.ungs.edu.ar
Universidad Nacional de General Sarmiento

Resumen

Presentamos un modelo de planos de formación de profesores de matemática que permite comprender la complejidad del trabajo docente a la vez que brinda elementos para actuar ante tareas diferentes a la de *enseñar matemática en el nivel medio*.

Esta última rige la formación inicial de profesores. Sin embargo, el campo profesional es mucho más amplio y los docentes se encuentran, frecuentemente, con la posibilidad de acceder a trabajos en los que deben asumir otros roles y encarar tareas diferentes, para las cuales no recibieron formación. Por ejemplo: enseñar Didáctica de la Matemática, capacitar docentes de distintos niveles, estar a cargo de las Prácticas Docentes, formar futuros profesores, entre muchas opciones laborales a las que un profesor de matemática accede.

El modelo que describiremos, entendemos que es un aporte para cuando los docentes asumen esos otros tipos de tareas. Incluye distintos planos de formación, dejando en evidencia una estructura común a ellos, ofrece un encuadre y componentes para pensar cómo encarar estas tareas. Ejemplificaremos para varios casos y mostraremos errores comunes.

ALGUNAS CONSIDERACIONES PARA EVALUAR LAS MATEMÁTICAS EN ENTORNOS VIRTUALES

Marcel Pochulu
marcelpochulu@hotmail.com
Universidad Nacional de Villa María, Argentina

Resumen

El aislamiento social obligatorio que impuso la pandemia del Covid-19 nos obligó a un cambio de paradigma para la enseñanza de la Matemática, y en particular, para los procesos de evaluación formativa que llevamos a cabo.

Para valorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en entornos virtuales, nos abocaremos a profundizar algunos aspectos de la evaluación formativa, pues la

utilizamos con el propósito de conseguir las metas u objetivos previstos, y realizar ajustes pertinentes sobre la marcha.

Existen innumerables formas de evaluar los aprendizajes de los estudiantes que escapan de los modelos tradicionales a los que estamos acostumbrados, y por tal razón, podemos recurrir a diferentes dispositivos. En esta dirección, reflexionaremos sobre diferentes experiencias y recorridos que pueden aportar ideas claves para seleccionar dispositivos adecuados que nos sirvan para valorar procesos de enseñanza y aprendiza de la Matemática en entornos virtuales.

MÁS DE UNA DÉCADA DE INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA DESDE LA PERSPECTIVA DE LA TEORÍA MODOS DE PENSAR: HALLAZGOS Y AVANCES

Marcela Parraguez
marcela.parraguez@pucv.cl
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile

Resumen

Se presentan distintos hechos didácticos desde la perspectiva de la teoría Modos de Pensamiento, a través ejemplos que son producto de investigaciones en Didáctica de la Matemática durante un período de más de 10 años de trabajo. Cada ejemplo, se aborda con base en una variedad o adherencia de la Teoría Modos de Pensar, donde los *elementos articuladores* son los protagonistas principales de la mirada que se quiere establecer, en pro de evidenciar la comprensión de conceptos matemáticos específicos que se abordan en los ejemplos.

RAZONAMIENTO ALGEBRAICO ELEMENTAL. IMPLICACIONES EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES

María Burgos
Universidad de Granada, España

Resumen

Durante las últimas décadas el desarrollo de formas de razonamiento algebraico desde los primeros niveles de enseñanza ha interesado a gran parte de la comunidad de investigadores en educación matemática. Desde diversos enfoques teóricos y propuestas curriculares se recomienda la introducción progresiva de contenidos algebraicos desde la educación primaria con el objetivo de enriquecer la actividad matemática escolar y de favorecer el acceso a las matemáticas en secundaria.

Una "algebrización del currículo" significativa plantea algunas cuestiones que deben ser cuidadosamente abordadas. En primer lugar, clarificar la naturaleza del álgebra escolar, es decir, cuál es la esencia del razonamiento algebraico en los primeros niveles de escolaridad. En segundo lugar, diseñar propuestas curriculares que garanticen el desarrollo progresivo del razonamiento algebraico en los escolares. En tercer lugar, la formación de los profesores para que asuman una nueva manera de entender el álgebra y capacitarlos para su enseñanza.

Desde el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino y Batanero, 1994; Godino, Batanero y Font, 2007) se entiende el Razonamiento Algebraico Elemental (RAE) como el sistema de prácticas en la resolución de tareas en las cuales intervienen objetos y procesos algebraicos (simbolización, relación, variables, incógnitas, ecuaciones, patrones, generalización, modelación, etc.). El modelo RAE (Godino et al., 2014) utiliza como criterios para delimitar los distintos niveles los tipos de

objetos, los procesos de generalización implicados (o grado de intensión) y el cálculo analítico que se pone en juego en la actividad matemática correspondiente. El álgebra es una forma de actuar en matemáticas caracterizada por la dialéctica entre los procesos de generalización - particularización, y, en consecuencia, por la intervención y emergencia de objetos intensivos de niveles progresivos de generalidad (Godino et al., 2012). Por este motivo, el razonamiento algebraico no se aplica exclusivamente a tareas propias de la aritmética, sino que aparece en contextos de medida, geometría o estocástica.

En esta comunicación pretendemos contribuir, desde una perspectiva ontosemiótica a la caracterización del álgebra escolar poniendo el foco de atención sobre las necesidades y posibilidades de formar a los futuros docentes para que conozcan y puedan introducir el carácter algebraico en la actividad matemática elemental.

A SOCIOCULTURAL APPROACH IN MATHEMATICS EDUCATION: FAMILIES AS RESOURCES FOR LEARNING

Marta Civil
The University of Arizona
USA

Abstract

In this presentation I focus on work carried out with communities of Mexican origin in the Southwest of the United States. Drawing on the concepts of “Funds of Knowledge” and “Parents as Intellectual Resources,” I will discuss how to design learning environments that acknowledge the richness of the knowledge and experiences of the community. In particular, I will describe some aspects of a current project in which mothers and elementary teachers explore mathematics together.

UNICIDAD Y DETERMINISMO EN LAS CIENCIAS MATEMÁTICAS Y DE LA COMPUTACION

Mauro Misael Garcia Pupo
mauro@uan.edu.co

University of Antonio Nariño, Colombia

Thematic: Philosophical problems in math and computer sciences

Abstract

One of the most significant properties in the Mathematical Sciences is the uniqueness in solving analytical problems. When there is uniqueness in a solution of a problem, it is possible to better develop the theoretical context in which it is immersed. On the other hand, when a problem is solved algorithmically, then there are one of two possibilities: one, through a deterministic algorithm and if that were not possible by a non-deterministic one. A question arises: is the concept of a single solution equivalent to the concept of a deterministic solution?

FUNCIONES DE VARIACIÓN ACOTADA GENERALIZADA EN EL PLANO COMPLEJO

Miguel Vivas-Cortez
mjvivas@puce.edu.ec
Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Ecuador

Resumen

La consideración de diversos conjuntos de funciones fue práctica habitual desde la antigüedad, sin embargo, no es sino hasta muy entrado el siglo XIX que se hace explícito el estudio de su estructura; se comienza a extender los conceptos de límite y continuidad a

conjuntos formados por objetos matemáticos distintos de números o puntos en el plano y extender las operaciones típicas del análisis. Banach introduce en un conjunto E diversos axiomas que definen a un espacio vectorial abstracto, le define una norma y la completitud de E; en 1928, Fréchet sugiere el nombre de espacios de Banach, como son conocidos hoy en día. Tal estudio se divide en tres partes, según R. Milian: Determinar el espacio, estudio de los funcionales y el estudio de los operadores; justificando así el desarrollo del presente trabajo, el cual se ocupa de generalizar el espacio de las funciones de variación acotada.

El origen de este espacio se remonta a 1807, cuando Fourier establece la conjetura: «Toda función arbitraria definida en un intervalo puede representarse como una serie de senos y cosenos». En 1829 P. L. Dirichlet demostró que: «Toda función real, definida por medio de un número finito de partes monótonas, tiene serie de Fourier puntualmente convergente en R». Posteriormente, en 1881 C. Jordan introduce las funciones de variación acotada y demuestra que ellas se pueden representar como diferencia de funciones monótonas y, en consecuencia, satisfacen el teorema de Dirichlet. Desde entonces, esta noción de funciones de variación acotada, desempeña un papel central en muchas investigaciones y ha dado lugar a algunas generalizaciones del concepto en busca de una clase de funciones «más grande» cuyos elementos tengan serie de Fourier puntualmente convergente. Al igual que en el caso clásico, estas generalizaciones han encontrado muchas aplicaciones en el estudio de ciertas ecuaciones diferenciales integrales. N. Wiener, en 1924, es probablemente el primero en modificar la definición dada por Jordan y mejorar el teorema de la convergencia; cuando introduce la variación cuadrática. Esta generalización se le han encontrado una gran cantidad de aplicaciones, es utilizada en el estudio del Movimiento Browniano o proceso de Wiener, el cual es un proceso aplicado en la teoría matemática de las finanzas en la determinación de modelos de precios del mercado de valores.

Posteriormente en 1937, L. C. Young y E. R. Love basado en el trabajo de Wiener presenta una generalización haciendo uso de una función que perturba la oscilación de la función. Musielak y Orlicz en 1959 realizan un estudio completo de este espacio.

D.S. Cyphert estudia las propiedades de una clase de funciones, intervalo definidas sobre un intervalo [a, b], introduciendo una función cóncava $K : [0, 1] \rightarrow R$ cuyo carácter es de distorsión de las longitudes euclídeas en [a, b]. La clase de funciones así generada es llamada el espacio de funciones de k-variación acotada y fue introducida por B. Korenblum en 1975, mientras estudiaba el problema de representación de funciones armónicas definidas en el disco unitario del plano complejo, mediante integrales de tipo Poisson de ciertas pre-medidas definidas en sub-intervalos de [0, 2].

Esta noción difiere de la noción clásica y de otras conocidas variaciones en el hecho de que el concepto de Korenblum maximiza razones entre sumas de Jordan y la entropía generada por una tal función distorsión. Esta noción, es también conocida hoy en día como variación en el sentido de Korenblum. En 1985 Cypher y Kelingos mostraron que una función es de k-variación acotada si esta se puede descomponer en la diferencia de dos funciones k-decrecientes. Recientemente se introduce la noción de k-variación acotada en el sentido de Riesz- Korenblum, la cual es una combinación de las nociones de p variación acotada en el sentido de Riesz con la k-variación acotada en el sentido

de Korenblum. Más recientemente, Ashton y Doust definen la variación de una función sobre subconjuntos compactos de C en busca de superar el obstáculo que se presenta en la teoría de operadores «bien acotados» para cubrir los operadores cuyo espectro no es necesariamente real. Definen el álgebra de Banach BV (Ω) de funciones de variación acotada sobre subconjuntos compactos de C.

En esta charla se expone el trabajo de investigación realizado sobre la generalización de la noción de funciones de variación acotada generalizada sobre subconjuntos compactos del plano, las cuales extienden la importante clase de funciones de variación acotada.

Palabras Clave: Variación acotada, Espacios de Banach, Variación de Jordan.

Bibliografía

Pochulu, M. y Rodríguez, M. (2012). *Educación Matemática: aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. Villa María, Argentina: Editorial Universitaria Villa María.

Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the teaching and learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *52*(3), 215-241.

LA PERSPECTIVA SOCIOCULTURAL DE LA MODELACIÓN Y SU ENCUENTRO CON LAS ETNOMATEMÁTICAS A TRAVÉS DE LA ETNOMODELACIÓN

Dr. Milton Rosa y Dr. Daniel Clark Orey
Universidad Federal de Ouro Preto, Brasil

Resumen

La interrelación entre la cultura y las ideas, procedimientos y prácticas matemáticas locales y globales pueden ser mutuamente reforzadas por la utilización de actividades matemáticas culturalmente sensibles que ayudan a los alumnos a ver la relevancia de las matemáticas y auxilian a los profesores a utilizar esta conexión para enseñar más matemáticas. La perspectiva sociocultural de la Modelación es una de las posibles estrategias de enseñanza que posibilitará aproximar y relacionar los *saberes y haceres* escolares y el cotidiano. La

organización de acciones pedagógicas en una perspectiva etnomatemática utiliza la modelación como uno de los posibles caminos para concretizarse un trabajo centrado en una perspectiva cultural en las escuelas. Este aspecto también considera las exploraciones pedagógicas sobre los modos por los cuales podamos conectar la matemática formal al contexto cultural, en el currículo matemático, de uma manera dialógica o *glocal*.

THE NOTION OF A MATHEMATICS CURRICULUM

Mogens Niss
Roskilde University, Denmark

Abstract

At a first glance, the notion of a mathematics curriculum seems simple and obvious. However, on closer inspection it is not. In my talk I will examine extant concepts of mathematics curricula and point out the need to update these concepts so as to cater for a wide variety of significant aspects that only rarely are taken into account in current conceptualisations.

DIFICULTADES CONCEPTUALES DE LOS ESTUDIANTES EN LAS DEMOSTRACIONES GEOMÉTRICAS, LA EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE Y LAS ETAPAS DE SU ASIMILACIÓN

Olga Lidia Pérez González
Universidad de Camaguey Ignacio Agramonte Loynaz, Cuba

Resumen

Las demostraciones geométricas son objeto de estudio en todos los niveles educativo. Además, en las pruebas nacionales d Matemática, por lo general se incluye una pregunta relacionada con este contenido. Con el objetivo de explorar y describir las dificultades conceptuales de los estudiantes del Nivel Medio Superior en el desarrollo de demostraciones

geométricas, desde la perspectiva de la relación de la lógica de la evaluación del aprendizaje y de las etapas de su asimilación. Se analizan las respuestas de 450 estudiantes a un ejercicio que fue tomado de las pruebas cubanas para el ingreso a la universidad. Se elabora un instrumento para la evaluación atendiendo a las etapas de asimilación, se hace un análisis porcentual y se usan Redes Bayesianas para valorar los dataos obtenidos e inferir que la situación es no favorable. Se describen las dificultades y sus relaciones, se reflexiona sobre su posible abordaje didáctico para perfeccionar su enseñanza.

Palabras claves: demostración, geometría, asimilación, evaluación.

FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS BASADA EN LA PRÁCTICA: APRENDIZAJE DE ESTUDIANTES PARA PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE 'PRÁCTICAS RELEVANTES'

"PRACTICE-BASED" MATHEMATICS TEACHER EDUCATION: PRESERVICE MATHEMATICS TEACHERS' LEARNING OF 'CORE PRACTICES'

Salvador Llinares
sllinares@ua.es
Universidad de Alicante, España

Resumen

En los últimos años la formación de profesores de matemáticas ha empezado a considerar las 'prácticas relevantes' (Core Practices) para la enseñanza de las matemáticas como un organizador de los programas de formación. Una de estas prácticas relevantes es atender e interpretar las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas para tomar decisiones para continuar la enseñanza. Considerar el aprendizaje de esta 'práctica relevante' para la enseñanza de las matemáticas como un aspecto nuclear en la formación de profesores permite

colocar la atención en el binomio conocer-hacer. Este binomio genera desafíos para los formadores de profesores. Una manera de afrontar algunos de estos desafíos es mediante el uso de viñetas-registros de la práctica para generar formas de razonar de los estudiantes para profesores sobre las situaciones de enseñanza de las matemáticas en las que deben decidir cómo actuar. Se presentarán algunos ejemplos de viñetas-registros de la práctica y formas de usarlos para desarrollar una conceptualización de la 'formación de profesores de matemáticas basada en la práctica' (Practice-Based Mathematics Teacher Education).

Palabras clave: Práctica relevante; Formación de profesores de matemáticas basada en la práctica; aprendizaje de estudiantes para profesores de matemáticas; principios de diseño; Pedagogías en la formación de profesores.

Key words: Core practice; Practice-based Mathematics teacher education; Preservice mathematics teachers' learning; Principles of design; Pedagogies of Teacher Education

"Core Practices" and preservice mathematics teachers' learning: 'Practice-Based' Mathematics Teacher Education.

CREACIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS: FASES, ESTRATEGIAS Y USOS DIDÁCTICOS

Uldarico Malaspina
umalasp@pucp.pe
Pontificia Universidad Católica del Perú

Resumen

En el curso-taller se tratará la creación de problemas de matemáticas como un medio esencial en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Se destacará la indagación como una de las cuatro fases importantes en los procesos de creación de problemas y se mostrará

estrategias de creación de problemas para favorecer el fortalecimiento de la articulación entre competencias y conocimientos del profesor de matemáticas y la gestión de interacciones para optimizar el aprendizaje, en el marco del estímulo a la creatividad y el pensamiento matemático.

LOS CRITERIOS DE IDONEIDAD DIDÁCTICA COMO GUÍA DE LA REFLEXIÓN DE PROFESOR SOBRE SU PRÁCTICA

Vicenç Font Moll
Universidad de Barcelona, España

Resumen

Se profundiza en la pregunta ¿Qué criterios usar para orientar la práctica del docente de matemáticas? y se introducen los criterios de idoneidad didáctica, con sus componentes e indicadores, como respuesta a esta pregunta. Por último, se trabajan algunas tareas que se han utilizado en la formación de profesores para introducir alguno de dichos criterios y componentes.

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE EL CUESTIONAMIENTO COMO INSTRUMENTO DIDÁCTICO PARA EL APRENDIZAJE ACTIVO Y COMO INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN EN LA EDUCACIÓN BÁSICA

Yuriko Yamamoto Baldin
Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), Brasil

Resumen

La metodología de resolución de problemas en la actividad de enseñanza y aprendizaje de matemáticas a nivel de educación básica es una herramienta esencial para la formación de docentes que necesitan actualizar sus conocimientos de técnicas pedagógicas para el aprendizaje activo de los estudiantes como protagonistas en el aula. La técnica del cuestionamiento como

herramienta didáctica para el desarrollo de las fases de resolución de problemas como un proceso de aprendizaje efectivo trae consigo el desafío de analizar cualitativamente las respuestas de los estudiantes junto con las justificaciones y validaciones del razonamiento desarrollado. El curso presenta dos partes: 1- la primera presenta y explora la técnica del cuestionamiento para la práctica de los profesores en el aula; 2- la segunda parte explora los significados de las evaluaciones diagnósticas y formativas que pueden ser analizadas por las fases de resolución de problemas. Ejemplos prácticos de problemas y sus desarrollos, de la investigación del autor, ilustran las partes en dos sesiones.

COMUNICACIONES

TSG 1. EL APRENDIZAJE A TRAVÉS DEL PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EL DESARROLLO DE LAS HABILIDADES DE CÁLCULO: ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN EN NIÑOS CON DISCAPACIDAD INTELECTUAL

Mayelín Caridad Martínez Cepena, Yunia Vega Batista, Adianez Elena Delgado de la Peña
cepena@uho.edu.cu, yunia.vb@uho.edu.cu, adianezdd@uho.edu.cu
Universidad de Holguín, Cuba

Resumen

La Educación Especial se propone la formación general de los escolares con necesidades educativas especiales, por lo que es necesario la búsqueda de nuevas alternativas en el quehacer diario, a partir de los pilares definidos, identificar y desarrollar las potencialidades de cada individuo desde su contexto. Por lo que la presente investigación aborda la necesidad de favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática a partir del desarrollo de habilidades para el cálculo escrito de adición y sustracción en escolares del cuarto grado de enseñanza con discapacidad intelectual. Además, se abordan los fundamentos teóricos que sustentan el proceso educativo para el desarrollo del aprendizaje de la matemática con énfasis en las operaciones de cálculo. Este trabajo incluye el diagnóstico de la actual situación del problema, al igual que la solución propuesta como primera aproximación de su enfoque. Las actividades diseñadas, tienen el objetivo de servir como herramienta para el aprendizaje de las operaciones de cálculo y así favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, en los niños y niñas del cuarto grado con discapacidad intelectual.

Se conoce como discapacidad intelectual a una condición relativamente estable del desarrollo que se caracteriza por limitaciones significativas y de diferentes grados en la actividad intelectual, en general, y en la adquisición de los aprendizajes conceptuales, prácticos y sociales revelados en los modos de actuación social, en particular, que requieren apoyos de diversa intensidad a lo largo de la vida" (Leyva y Barreda, 2019). En diferentes estudios realizados en cuanto a las causas del bajo rendimiento de los escolares en la Matemática se encuentran tres variantes fundamentales: personales, contextuales e instrumentales (Nápoles y Cruz, 2000). Dentro de la última se destacan las habilidades de cálculo y la solución de problemas. Por tal motivo las necesarias transformaciones de nuestro sistema nacional de educación devienen nuevos retos para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje y en particular de la Matemática en la Enseñanza Especial. Para dirigir se hace necesario modificar los enfoques metodológicos tradicionales y profundizar en una dirección de desarrollo, además de tener amplia claridad de que la calidad de la educación depende, fundamentalmente, del proceso de enseñanza-aprendizaje, la disponibilidad de materiales didácticos y las condiciones del entorno docente.

El alumno con discapacidad intelectual presenta afectaciones en los procesos del pensamiento lógico como el análisis, la síntesis, la abstracción. Estas particularidades la reflejan en el razonamiento de ejercicios formales donde aparece la habilidad de adición y sustracción combinadas, en el razonamiento de ejercicios con texto, en problemas, en la memorización de los ejercicios básicos de adición y sustracción. También influye el bajo nivel cultural de algunos padres, la atención que reciben en el hogar y la comunicación que existe entre el maestro y la familia (Aguirre, 2010). La Didáctica de la Matemática en la Educación Especial debe tener en cuenta los comportamientos cognitivos, procedimentales y motivacionales de los alumnos. Pero también es fundamental el estilo de comunicación que emplean los docentes y el diseño e implementación de los medios de enseñanza a emplear (Guirado y González, 2013). De lo anterior se infiere que es necesario enfatizar sobre la evaluación de los distintos niveles de desempeño cognitivo que son necesarios para continuar realizando reflexiones y lograr el tránsito continuo hacia los niveles superiores de desarrollo que los prepara para la vida.

Las actividades y juegos didácticos que se realizan con los alumnos parten de elementos esenciales como los niveles de desempeño cognitivo a partir de las particularidades del alumno del cuarto grado con discapacidad intelectual. En este caso se tienen en consideración el diagnóstico del aprendizaje esencialmente el desarrollo de habilidades de cálculo de los mismos en este grado. Por lo que hace necesario realizar una adecuación de los niveles ya establecidos. También las particularidades del desarrollo de las habilidades de cálculo adición y sustracción, la estructura lógica de los contenidos en la unidad correspondiente en el cuarto grado, y la utilización de medios de enseñanza como láminas, la computadora, rompecabezas.

Se propone la siguiente estructura para las actividades estructuradas por título, objetivos, acciones de motivación para la orientación y estimulación para desarrollar la actividad, luego la ejecución apoyada en orientaciones didácticas, y finalmente por actividades de evaluación. Para la aplicación de las actividades se debe partir del diagnóstico del aprendizaje de los alumnos y declarar los niveles de desempeño que estos alcanzan, así como sus potencialidades. Cuando el alumno presenta dificultades en la realización del ejercicio se le brinda niveles de ayuda como: "Fíjate bien", "¿Qué operación está realizando?", "Vuelve analizar", "¿Estás seguro de lo que vas a hacer?", etc.

De la estructura anterior se derivan las siguientes sugerencias metodológicas:

- *Organización*. Se estructura el grupo en parejas de equilibrio, de forma individual o por equipos según las características de los alumnos.
- *Orientación*. Motivación y explicación de los pasos o acciones a seguir para el cumplimiento de los objetivos a desarrollar, así como la forma en que serán evaluados.
- *Ejecución*. Poner en práctica las orientaciones recibidas acorde a la actividad que van a desarrollar y sus objetivos a lograr, la atención individual y diferenciada aplicando niveles de ayuda en los casos que lo requieran.
- *Evaluación*. Se retoma los elementos positivos que expresa el escolar demostrándole donde cometió el error y le otorga una categoría.

El estudio sobre las concepciones teóricas acerca de las habilidades del cálculo en la enseñanza especial, particularmente en los escolares de cuarto grado con discapacidad intelectual leve, propició la elaboración de actividades para favorecer el aprendizaje de estos escolares. La elaboración de la propuesta de actividades para el desarrollo de habilidades de cálculo en los escolares evidenció que si se utilizan recursos de aprendizaje se logra efectividad en el desarrollo de habilidades y por tanto se favorece el proceso de enseñanza aprendizaje en la asignatura Matemática.

Referencias

Aguirre, P. (2010). *Manual de atención al alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo derivadas de trastornos generales del desarrollo*. Editorial Paidos.

Guirado, V., & González, D. (2013). *Recursos Didácticos y sugerencias metodológicas para la enseñanza-aprendizaje en los escolares con necesidades educativas especiales*. Editorial Pueblo y Educación.

Leyva, M., & Barreda, M. (2019, Eds.). *Precisiones para la Atención Educativa a Educandos Primarios con Necesidades Educativas Especiales Asociadas o no a Discapacidades*. La Habana: CELAEE.

Nápoles, J. E., & Cruz, M. (2000). La resolución de problemas en la escuela. Algunas reflexiones. *Educação Matemática em Revista - RS*, *1*(2). http://sbemrevista.kinghost.net/revista/index.php/EMR-RS/article/view/2308.

REVISIÓN HISTÓRICA DE LAS DISERTACIONES APROBADAS EN LOS PROGRAMAS VENEZOLANOS DE MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA (1974-2016)

Vanesa Pacheco Moros, Fredy Enrique González
fredygonzalezdem@gmail.com
Universidade Federal de Rio Grande do Norte (UFRN, Centro de Educação, Natal, Rio Grande do Norte, Brasil) / Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL, Núcleo de Investigación en Educación Matematica "Dr. Emilio Medina", Venezuela) Universidad de Carabobo, Facultad de Ciencias de la Educación, Departamento de Ciencias Pedagógicas, Valencia, Venezuela

Resumen

La investigación que se reporta en este artículo, tuvo como asunto de interés indagatorio a las disertaciones defendidas y aprobadas durante el lapso 1974-2016, en los programas venezolanos de maestría en Educación Matemática (PVMEM); el año 1974 marca el comienzo de los estudios de postgrado en Educación Matemática, no sólo en Venezuela sino en toda la región latinoamericana. Su propósito fue dar respuesta a la siguiente interrogante: (a) ¿Cuáles fueron los pormenores de la fundación de los PVMEM y cómo han evolucionado desde entonces hasta ahora? La pesquisa consistió en un estudio de caso múltiple de carácter particularista (Yin, 1994), desarrollado en las tres fases indicadas por Martínez Bonafé (1988): (a) Pre-Activa, consideración de estudios previos relacionados con la temática; (b) Interactiva, se correspondió con el trabajo de campo propiamente dicho: identificación de los PVMEM activos y entrevistas semi-estructuradas a las personas vinculadas a dichos programas y que pudiesen aportar información de interés para el estudio, esta fase concluyó con la organización del Corpus Textual y del Corpus Oral, básicos para el estudio; e (c) Post-Activa; durante esta fase, se procedió a: analizar e interpretar la información recabada, reducida y organizada; organizar los resultados los resultados obtenidos y proponer las respuestas a las preguntas orientadoras de la investigación. Recopilación y análisis de datos. Se pudo constatar que en Venezuela existen siete universidades donde se desarrollan Programas de Maestría en Educación Matemática; durante el periodo en estudio han sido aprobadas 1012 disertaciones, de las cuales se tuvo acceso a 973 (96,15%); cada disertación fue codificada para facilitar su localización y, de acuerdo con los intereses del estudio, fueron considerados sus aspectos siguientes: Autor; Tutor; Título; Campo, sujetos y objetos; Paradigma/Metódica; Teorías y Conceptos. El corpus oral fue sometido a un análisis narrativo, en tanto que del corpus textual se realizó un análisis bibliométrico. Resultados. (a) En relación con los pormenores de la fundación, de los estudios de postgrado en Educación

Matemática en Venezuela, se confirmó que fue durante los primeros años de la década de los setenta, específicamente el 17 de mayo de 1974, cuando se creó el primer PVMEM en el Instituto Pedagógico de Caracas, siendo también el primero de su tipo en América Latina; (b) En relación con la Evolución de los Programas Venezolanos de Maestría en Educación Matemática en Venezuela, se verifica que entre la fundación del PVMEM del Instituto Pedagógico de Caracas y el más recientemente fundado en la Universidad Nacional Experimental de Guayana, transcurrieron 20 años; desde mediados de la década de 1990, se notó un incremento del interés de los orientadores y autores de las disertaciones, por abordar asuntos relacionados con los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y la adopción incipiente de teorías propias del campo de la Educación Matemática y han emergido líneas de investigación propias de este campo. Como prospectiva del estudio, se resalta la organización de un CORPUS TEXTUAL de las disertaciones aprobadas en los PVMEM en el periodo 1974-2016, queda pendiente examinarlas, identificar los aportes con los que han contribuido a la producción científica venezolana en Educación Matemática y reconocer la trayectoria de los educadores matemáticos venezolanos que, con el pasar del tiempo, lograron alcanzar el estatus de autoridad científica y desarrollar genealogías académicas.

Bibliografía

Martínez Bonafé, J. (1988). El estudio de casos en la investigación educativa. *Investigación en la escuela*, Nº6, pp 41-50. Disponible en: encurtador.com.br/pqFZ6

Yin, R. (1994). *Investigación sobre Estudio de casos, diseños y métodos*. London New Delhi: SAGE Publications.

DISEÑO Y APLICACIÓN DE ENTORNOS PERSONALES DE APRENDIZAJES BASADOS EN LA FUNCIÓN EXPONENCIAL Y LOGARÍTMICA. UNIVERSIDAD DE BAJA CALIFORNIA

Nolly González Mejía
d.jua.nolly.gonzalez.cali.edu.co, nollygonzalez@hotmail.com

Institución Técnico Comercial Juan XXIII Cali-Valle- Colombia
Universidad de baja California México

Resumen

El propósito de esta investigación es diseñar y aplicar entornos personales de aprendizaje basado en situaciones particulares referidas a la función exponencial y logarítmica en ambientes presenciales para estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Técnico Comercial Juan XXIII de la Ciudad de Cali.

Descripción del problema.

Como política educativa al inicio del año lectivo en la I. E. Técnico Comercial Juan XXIII de la comuna 12 de la ciudad de Cali, se aplican pruebas diagnósticas en diferentes áreas del conocimiento para conocer el estado de apropiación del grado anterior, cuyo objetivo es tener una base que permita saber el nivel de los estudiantes cuando ingresan al nuevo año lectivo y así tener datos que permitan crear estrategias y programar actividades para potenciar las fortalezas. En este sentido, se ha detectado según la prueba diagnóstica de Matemáticas, que los estudiantes presentan dificultad en la comprensión y aplicación de la Función Exponencial y logarítmica, debido a la inadecuada justificación y aplicación de las propiedades de la potenciación y logaritmación, representaciones gráficas incorrectas y errores de cálculo en operaciones con racionales.

Las dificultades detectadas en la prueba de Matemáticas permiten analizar que solo el 35% de los estudiantes alcanzan niveles satisfactorios en la institución, aspecto negativo que se ve reflejado al momento de presentar las pruebas Saber 11, 2021. Así mismo, en el informe por colegio del cuatrienio, Análisis histórico y comparativo 2020; en la prueba a grado noveno del 2019 el 80% de los estudiantes respondieron de forma incorrecta en el aprendizaje: Resuelve problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas exponenciales en contextos aritméticos y geométricos. Pero, esta falencia no es solo local; según informe Siempre Día e, informe por colegio del cuatrienio. Por lo tanto, se plantea el problema: ¿Cómo potenciar el desempeño en la aplicación de la función exponencial y logarítmica en estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Técnico Comercial Juan XXIII?

Objetivo general.

El objetivo de la investigación es diseñar una estrategia didáctica que contribuya el potenciar las funciones exponenciales y logarítmicas desde la perspectiva de los entornos personales de aprendizaje.

Metodología.

Los elementos fundamentales a tener en cuenta a la hora del diseño de la estrategia metodológica basada en los entornos personales de aprendizaje para la función exponencial y logarítmica, es el enfoque mixto, partiendo de lo cuantitativo y cualitativo, basado en encuestas a estudiantes y docentes, entrevistas y observaciones de campo, en función a lo cual se obtienen los datos genéricos que enmarcan esta investigación y se selecciona el objeto de trabajo.

Resultados.

Los docentes de la Institución Educativa Técnico Comercial Juan XXIII de la ciudad de Santiago de Cali, cuentan con un alto nivel educativo, una amplia experiencia en el ejercicio docente; los docentes del área de Matemáticas los cuales fueron entrevistados manifiestan que en el diseño de sus clases tienen en cuenta los referentes teóricos y los entornos vivenciales.

Se utiliza la plataforma Schoology donde se desarrolla el contenido: 1. Función exponencial. 2. Gráfico de una función exponencial. 3. Propiedades y aplicaciones de la función exponencial. 4. El número e. 5. Aplicaciones. 6. Función logarítmica.7. Gráfico de la función logarítmica. 8.Propiedades de los logaritmos. 9. Logaritmos decimales y naturales. 10. Ecuaciones logarítmicas y exponenciales. 11. Glosario. 12. Resumen

La estrategia didáctica permitió el potenciar las funciones exponenciales y logarítmicas desde la perspectiva de los entornos personales de aprendizaje. Desde sus objetivos específicos: Determinación de los referentes teóricos, Diagnóstico del estado actual al estado deseado, Determinó los elementos de la estrategia didáctica dirigida al optimizar el aprendizaje de la función exponencial y logarítmica, permitió la validación de la estrategia didáctica, a partir de su valoración por expertos y de su implementación en la práctica educativa, potenciar el uso de la tecnología como herramienta frecuente, en el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas por parte de los estudiantes.

Bibliografía

MEN. (2012). Colombia aprende. Colombia: MEN https://www.mineducacion.gov.co/1621/article-82739.html

MEN. (2012). Colombia aprende. Colombia: MEN, Ed. https://www.colombiaaprende.edu.co/

ESTRATEGIA PARA FORTALECER LA FORMACIÓN MATEMÁTICA DE LOS ESTUDIANTES DE LICENCIATURA DE MATEMÁTICAS EN SOLUCIÓN DE PROBLEMAS NO RUTINARIOS EN LA CIUDAD DE TUNJA

José Alberto Carrillo Chaparro
josealbertocch@gmail.co.com, jose.carrillo@usantoto.edu.co
Universidad Santo Tomas, Universidad Santo Tomas

Resumen

Entendiendo que la didáctica de la matemática atiende, estructura y organiza la construcción de modelos teóricos para describir y explicar los distintos aspectos relacionados en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas en el marco de un sistema educativo en específico la formación de Licenciados en Matemáticas y conociendo que la componente didáctica y pedagógica es un aspecto transversal que se debe trabajar implícitamente dentro de todos los espacios académicos de formación de un Licenciado de Matemáticas de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, donde se diseñen, elaboren y se apliquen estrategias

didácticas o metodológicas que contribuyan a una formación significativa de los futuros docentes de Matemáticas donde exista aparte de recordar, comprender y aplicar una serie de conceptos matemáticos, situaciones contextualizadas no solo en la matemática sino también en contextos reales, manipulativos y recreativos que potencialicen competencias de un nivel cognitivo alto, en donde el estudiante deba analizar, justificar, evaluar y crear alternativa de solución a situaciones matemáticas no rutinarias. Por tal motivo en la investigación se propone un sistema de actividades que tienen una estructura pedagógica y didáctica sustentada en la teoría de resolución de problemas, en particular en los problemas retadores asociados a los pensamientos aritmético, algebraico y geométrico.

La realización de las actividades en las diferentes sesiones de clase sincrónica, permite que los estudiantes entiendan los conceptos, heurísticas y procesos metacognitivos que se relacionan en cada uno de los problemas que se desarrollaran en las sesiones del taller de capacitación, además les brinda herramientas conceptuales y prácticas para la elaboración de planes de clase fundamentados en problemas no rutinarios en los pensamientos aritmético, algebraico y geométrico para educación básica.

LA PREGUNTA (DIOFÁNTICA) SOBRE SECUENCIAS DE NÚMEROS PRIMOS: (DIS)CONTINUO HEURÍSTICO Y OSTENSIVO

William González Calderón, Óscary Ávila-Hernández, Elgar Gualdrón Pinto
wgonzález178@unab.edu.co, oavila179@unab.edu.co, egualdron@unipamplona.edu.co
Universidad Autónoma de Bucaramanga, Universidad de Pamplona, Colombia

Resumen

La *definición ostensiva* puede definirse como «todo proceso por el cual se enseña a una persona a comprender una palabra por medios diferentes del uso de otras palabras». En su forma más primitiva esta definición requiere ciertas condiciones, debe existir un rasgo del medio que sea notable, distinto, emocionalmente interesante, y por lo general de frecuente aparición, y el

investigador debe proferir con frecuencia el nombre de ese rasgo en momentos en que el niño educando atiende a él (Russell, 1983). La actividad matemática se fundamenta bajo actividades como la extensión de las definiciones, la argumentación, y el planteamiento de hipótesis-conjeturas, las cuales deberían contribuir en el educando a un desarrollo de procesos conexos, como la resolución y planteamientos de problemas. Los objetos «que» de la matemática intuicionista son pruebas constructivas: deducciones efectivamente controladas donde (n) construcciones dan lugar a una (n+1)–ésima construcción (Zalamea, 2009). Conexo a este escenario, se afirma en Quine (2001) que existen enunciados estrechamente ligados a observaciones que pueden ser comprobados empíricamente por separado, ello no significa que dichos enunciados estén libres de teoría, ya que conllevan parte del vocabulario de los enunciados considerados no observacionales; además es posible que el investigador sitúe en cuestión los enunciados observacionales cuando entran en conflicto con el cuerpo de una teoría (axiomática) bien definida.

Frente a la dificultad en el desenvolvimiento del pensamiento algebraico, la corriente francesa en didáctica de la matemática ha generado conocimientos sobre el pasaje de la Aritmética al Álgebra (Cambriglia, 2018) concibiendo como un problema de estudio las rupturas de tal pasaje, las diferencias de sentido existente en lo símbolos que comparten el álgebra y la aritmética, y el estudio de la mencionada estructura que poseen los problemas aritméticos; por ello referentes teóricos como González (2013) han plasmado el riesgo potencial de no brindar al educando oportunidades para que él pueda transitar de manera ordenada y consiente desde lo concreto a lo abstracto y, por el contrario se le encamina de lleno hacia una simbología abstracta propia de las categorías y estructuras algebraicas, sin que antes haya tenido oportunidad de participar en experiencias (propias de la aritmética) que le sirvan como fundamento para otorgarle sentido, y significado a los conceptos, y procesos algebraicos que son representados simbólicamente. Dentro del área de investigación de la Teoría de Números, se plasma que en la época de Euclides es donde se conoce acerca del tamaño infinito del conjunto de los números primos (P), y actualmente no se ha logrado una expresión – polinomial elemental – que los genere a todos (Granados-Ávila, 2011). La anterior dificultad radica, por ejemplo en la existen de secuencias de tamaño (2P-1) que son números compuestos; e igualmente para la secuencia $S_{(n)}=\{2,3,5,7,11,13, 17,19,\ldots\}$ el termino enésimo no se puede expresar de forma explícita y simple (reduciendo a una sola variable).

Bajo este panorama se soporta y ubica la pregunta de investigación del mencionado trabajo, específicamente obedece al rol de la educación matemática en la vía de la construcción de un sistema de actividades de aula – y unidades didácticas – que favorezcan e introduzcan un espacio de estudio de los polinomios y secuencias elementales, como la suma de cuadrados, y generar un fundamento (aritmético-algebraico) en el educando frente al estudio de los números primos (P). Acudiendo a los referentes teóricos descritos, e inmersos en el ostensivo paradigma de la investigación cualitativa, y del estudio de casos, se documentan las respuestas que exhiben un grupo de educandos que comparten el aula con escolaridad de secundaria rural (del nororiente de Colombia) frente al problema de investigación de estudiar secuencias y expresiones polinomiales – elementales – para generar parcialmente el conjunto de los números primos (P).

Bibliografía

Ávila-Hernández, Ó. (2006). El descenso infinito y la representación de enteros como suma de cuadrados: una visión elemental. Acta XVI Encuentro de Geometría y Aritmética. (pp. 481-484). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

Ávila-Hernández, Ó. (2016). Sobre la doxa y el logos en el aula de matemáticas frente a la argumentación. *Revista colombiana de Matemática Educativa*, 1(1b), pp. 40-42.

Cambriglia, V. (2018). *Emergentes colectivos de generalización en la entrada al Álgebra*. Tesis doctoral, Universidad de Buenos Aires, Buenos Aires.

Cox, D.A. (1989). Primes of the form $x^2 + ny^2$. New York: Library of Congress Jhon Wiley and

Sons.
González, F. (2013). *Introducción al pensamiento algebraico. Estudio y reconocimiento de patrones*. Ediciones Núcleo de Investigación en Educación Matemática (NIEM) Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Venezuela.
Granados-Ávila, J.D (2011). *Factorización prima de números naturales para estudiantes del tercer ciclo*. Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.
Guy, R. (2013). *Unsolved problems in number theory*. New York: Springer Science And Business Media.
Quine, W. (2001). *Acerca del conocimiento científico y otros dogmas*. Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica.
Russell, B. (1983). *El conocimiento humano*. Barcelona: Ediciones Orbis.
Zalamea, F. (2009). *La Filosofía sintética de las matemáticas contemporáneas*. Bogotá: Editorial Universidad Nacional de Colombia.

REPERCUSIÓN DE LAS CARENCIAS DEL PROFESORADO EN EL CONOCIMIENTO DISCIPLINAR ACERCA DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL DESEMPEÑO DEL ESTUDIANTADO

Diana Herreros-Torres, Maria T. Sanz, Carlos B. Gómez-Ferragud, Emilia López-Iñesta
diaheto@alumni.uv.es, m.teresa.sanz@uv.es, carlo.b.gomez@uv.es, emilia.lopez@uv.es
Universitat de València, España

Resumen

Tanto la resolución de problemas como las fracciones son aspectos cruciales en la educación matemática obligatoria, sin ser por ello contenidos obvios, ni sencillos, para los agentes implicados en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por este motivo, se presenta una investigación de carácter exploratorio qué busca detectar las dificultades presentes en el desarrollo de uno de los contenidos básicos de la Educación Primaria: la fracción como operador. Se estudia la formación disciplinar de un grupo de discentes de 6º curso y una muestra de docentes recién graduados en la resolución de problemas con fracciones, donde estas actúan como un operador, para explorar las posibles influencias de ambos agentes educativos sobre este contenido matemático concreto. Los resultados evidencian la necesidad de superar la falsa creencia de comprensión que se crea del concepto de fracción, así como la insuficiente formación disciplinar por parte de los docentes recién titulados. A partir de estos resultados, se

sugiere la necesidad de reconsiderar la funcionalidad que se le otorga al contenido matemático objeto de estudio en los diferentes currículos, buscando modificar y mejorar la realidad escolar en el contexto íntegro de sus diferentes etapas educativas.

Introducción

Son muchos los autores que resaltan la importancia del proceso de enseñanza-aprendizaje a través de la resolución de problemas (Leinwand, 2014), en particular de las fracciones (Ceballos y Murillo, 2013) por lo que parece un buen ámbito de estudio recurrir a dicha confluencia. Entre los referentes más próximos, se encuentran los estudios realizados por Sanz, Figueras y Gómez (2018) y Sanz, López-Iñesta, García-Costa y Grimaldo (2020), quienes tras estudiar el desempeño del alumnado en resolución de problemas dónde la fracción actúa como operador determinan que el éxito en el manejo de la fracción como operador es bajo; tanto en representación gráfica, cálculo y resolución de problemas (Sanz et al., 2018), como en relación con la habilidad lectora cuando el operador actúa sobre un todo natural o fraccionario (Sanz et al., 2020). No sólo el alumnado debe ser estudiado ya que autores como Waller (2012) u Olfos et al. (2014) determinan que el conocimiento del contenido de los docentes está significativamente asociado al rendimiento de los estudiantes.

Así, en la presente investigación se realiza un estudio exploratorio entorno al desempeño de un grupo de 20 discentes de 6º curso de educación primaria de un colegio público español y 40 docentes recién graduados en Magisterio Primaria de una Universidad Pública ante la resolución de problemas dos Problemas Aritméticos de Enunciado Verbal (en adelante, PAEV) de una etapa con fracciones donde estas actúan como operador frente a un número natural (PAEV1) y uno fraccionario (PAEV2) (ver tabla 1);. Los PAEV son textos o enunciados en los que se describe una situación de la vida real en la que se pide determinar una cantidad desconocida a partir de otras que son conocidas (Puig y Cerdán, 1989; Verschaffel, Greer y De Corte, 2000).

Los objetivos marcados son, por tanto: (1) analizar el proceso de resolución de alumnado y profesorado ante los problemas PAEV1 y PAEV2; y (2) determinar si existe vinculación entre el desempeño del cuerpo de profesores y estudiantes ante la resolución de los PAEVs.

Tabla 1: Problemas aritméticos de enunciado verbal a solucionar

	PAEV1		PAEV2
Sobre un natural	A un pozo con **10** litros de agua le vaciamos tres quintas ($\frac{3}{5}$) partes para regar las plantas ¿Cuántos litros se han vaciado?	Sobre otra fracción	La mitad **(1/2)** de un pozo está lleno de agua. Si vaciamos la tercera parte (1/3) para consumir ¿Qué parte de la cantidad de agua inicial se ha vaciado?

Análisis y Resultados

Los resultados analizados, muestran que ambos agentes educativos presentan dificultades; únicamente 5/20 estudiantes y 28/40 profesores han resuelto con éxito PAEV1. Respecto a PAEV2 0/20 estudiantes y 11/40 lo han resuelto con éxito. Podría afirmarse que las dificultades encontradas en los estudiantes podrían ser condición directa del insuficiente dominio a nivel disciplinar del contenido de fracción por parte de los docentes. Como futuro, a la luz de lo obtenido parece importante evaluar hasta qué punto la enseñanza en primaria está siendo funcional en torno a la didáctica de las fracciones y se prevé necesario detectar los aspectos a mejorar durante la formación del profesorado y posteriormente en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado en el marco del proyecto de Innovación de la Universitat de València con código UV-SFPIE_PID-2080297.

Referencias

Ceballos, L., y Murillo, A. (2013). Las prácticas de enseñanza empleadas por docentes de matemáticas y su relación con la resolución de problemas, mediados por fracciones.

Leinwand, S. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. National Council of Teachers of Mathematics, Incorporated.

Llinares, S. (2003). Fracciones, decimales y razón. *Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional.*

Olfos, R., Goldrine, T. y Estrella, S. (2014). How Much Is Teachers' Pedagogical Content Knowledge Related to Students' Understanding of Fractions? *Revista Brasileira de Educação*, *19*(59), 913-944.

Puig, L. y Cerdán, F. (1989). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Síntesis.

Sanz, M. T., Figueras, O., y Gómez, B. (2018). Las fracciones, habilidades de alumnos de 15 a 16 años. *Revista de Educación de la Universidad de Granada*, *25*, 257-279.

Sanz, M.T., López-Iñesta, E., García-Costa, D.,Grimaldo, F. (2020). Measuring Artihmetic Word Problem Complexity through Reading Comprehension and Learning Analytics. *Mathematics*, *8*(9), 1556.

Verschaffel, L., Greer, B., y De Corte, E. (2000). Making sense of word problems. Lisse: Swets & Zeitlinger Publishers.

Waller, L.I. (2012). Math Intervention Teachers' Pedagogical Content Knowledge And Student Achievement. [Tesis de Doctorado, Eastern Kentucky University, USA].

METODOLOGÍA PARA EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN GRADO QUINTO DE LA BÁSICA PRIMARÍA EN NIÑOS CON TRASTORNO POR DÉFICIT DE ATENCIÓN E HIPERACTIVIDAD

Randy Zabaleta Mesino, Osvaldo Rojas Velásquez
rzabaleta10@uan.edu.co, orojasv69@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño, Colombia

Resumen

En este trabajo se describen una metodología para abordar en el aula los procesos de gestión académica para la enseñanza aprendizaje de la resolución de problema en grado quinto de la básica primaria, dirigida específicamente a los estudiantes que presentan trastorno por déficit de atención e hiperactividad (TDAH). De acuerdo con los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional (MEN) en Colombia, el ejercicio docente debe ejercerse en favor de la diversidad de necesidades educativas y favorecer los diferentes estilos de aprendizaje que se

identifican en las aulas, el problema de investigación que queremos resolver es, *¿Cómo contribuir al proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problema matemáticos en estudiantes con trastornos por déficit de atención e hiperactividad, en quinto grado de básica primaria de las instituciones educativas del norte del Departamento de Bolívar?*. El objetivo es *proponer un modelo pedagógico inclusivo para el proceso de enseñanza aprendizaje para la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado de básica primaria, con trastornos por déficit de atención e hiperactividad, que permita integrar la acción del docente, padres de familia, y directivos de las instituciones educativas del norte del Departamento de Bolívar*. La metodología de investigación acoge *el paradigma de investigación cualitativo y un diseño de investigación de Acción*.

Según Villares, X. M. A. S. (2005), se define el TDAH como “un trastorno con una base cerebral (neurobiológica) que, aunque suele estar presente desde el nacimiento, sus manifestaciones principales se hacen más evidentes desde la etapa escolar: menor capacidad para estar atento, impulsividad y, con mucha frecuencia, mayor actividad o hiperactividad”. Según Erik G. Willcutt (2012), existe una prevalencia mundial del 5.9 – 7.1 % correspondiente al diagnóstico del TDAH, en Colombia corresponde entre 15 – 17 % por reporte de Llanos et al. (2019), y en el departamento de Bolívar hay una relación de 2432 estudiantes con necesidades especiales según Alarcón (2017). Por lo anterior podemos identificar que la existencia del TDAH en las diferentes comunidades educativas es significativa, lo que nos invita a atender con urgencia las demandas de la condición que permita configurar un servicio educativo más inclusivo.

Para fundamentar el aporte correspondiente a la metodología de la intervención en el aula que permite que la implementación de las estrategias de la resolución de problemas matemáticos en la población con TDAH, acogemos los siguientes fundamentos que constituyen el marco teórico de la misma: como *fundamentos filosóficos*. Se consideran los postulados filosóficos de Davis y Hersh (1988) y Lakatos (1978) sobre la Educación Matemática. Hersh (1997) establece la importancia de hacer más entendibles las matemáticas a través del contexto social del estudiante. La especificidad de la matemática, las conceptualizaciones y su carácter relativo rara vez se expresan, excepto en obras como Pruebas y Refutaciones de Lakatos (1976) y en algunas otras investigaciones sobre la historia de las matemáticas. Lakatos (1978) establece el papel protagónico que tiene un problema para propiciar una conjetura por parte del estudiante, para la construcción del conocimiento matemático; Los *Fundamentos Psicológicos*, se asumen los aportes de Vygotsky (1962) sobre el papel de los símbolos y el lenguaje en el desarrollo del pensamiento, pues concentra cierta atención en la relación entre el conocimiento implícito presente en el razonamiento aritmético de los niños y el conocimiento explícito presente en el álgebra. La abstracción es necesaria para identificar como objetos, no sólo las magnitudes involucradas, sino, también sus relaciones, y sus representaciones mediante expresiones formales. El significado de las matemáticas proviene esencialmente de los problemas a resolver, no a partir de definiciones y fórmulas. También, se acogen los fundamentos de la Zona de desarrollo próximo y la Ley genética fundamental del desarrollo (Vygotsky,1962). Se debe tener en cuenta que el papel del docente es colocar preguntas que, si les interesan a los estudiantes, generando la motivación para que él intente justificar que lo va a aprender, es decir que lo comuniquen. Tirosh (1999) resalta que desde una perspectiva constructivista y Vygotskiana o social, ayudar y guiar al alumno a desarrollar sus poderes de expresión matemática escrita, es decir, retórica matemática, es una actividad esencial para el maestro o instructor informal, en la zona de desarrollo próximo. Porque solo bajo una guía explícita, el alumno puede dominar, internalizar y apropiarse de este conocimiento retórico, de manera gradual. Los *fundamentos de la Educación Matemática*. Se acogen los principios del modelo TRU de Schoenfeld (1994), la visualización matemática de Arcavi (2003) y la teoría de la resolución con las fases y estrategias propuestas por Schoenfeld. Estos referentes aunados al carácter contextual del aula, los entornos socioculturales, las diferentes representaciones utilizadas por partes de los estudiantes contribuyen en el mejoramiento de la gestión del conocimiento, para influir en la formación de los matemáticos y futuros ciudadanos.

Las estrategias pedagógicas y didácticas serán proyectadas de acuerdo al escenario que describe el contexto del estudiante, el primero corresponde al subtipo de TDAH/ I, lo llamaremos E(1), es el TDAH inatento. Este presenta con mayor profundidad esa condición, muestra dificultad para prestar atención y finalizar una tarea asignada, específicamente cuando se requiere una concentración continua y hay una demanda de esfuerzo mental. Todos los diseños, planeaciones desde el punto de vista psicopedagógico y didáctico, descritas en el modelo pedagógico se focalizan para eliminar todas las barreras de la inatención profunda; El segundo corresponde al subtipo de TDAH/ HI, lo llamaremos E(2), es el TDAH hiperactivo-impulsivo, presenta con mayor profundidad estas condiciones, muestran la necesidad de moverse con mucha frecuencia, no controlan sus impulsos. Además, por lo general no presentan problemas de atención, específicamente no pueden mantenerse sentados en el aula de clases y no pueden controlar su comportamiento. Todos los diseños, planeaciones desde el punto de vista psicopedagógico y didáctico, descritas en el modelo pedagógico se focalizan para eliminar todas las barreras de la del comportamiento hiperactivo- impulsivo, demandando escenarios y laboratorios que propicien un ambiente de aprendizaje controlado para los que tienen esa condición; El tercero corresponde al subtipo de TDAH/C, lo indica por E(3). Es el TDAH combinado, presenta con mayor profundidad dificultad de hiperactividad- impulsividad y falta de atención. Muestran la necesidad de moverse con mucha frecuencia, no controlan sus impulsos, y además evidencia significativamente problemas en la atención. Así mismo todos los recursos didácticos de apoyo que se requieren el escenario, se focalizan en la eliminación todas las barreras de la del comportamiento hiperactivo- impulsivo y de inatención, demandando un ambiente de aprendizaje controlado para los que tienen esa condición combinada.

Al modelar el contexto real en el cual se desenvuelven los niños con TDAH, es necesario integrar y conectar los diferentes subtipos. Rodríguez y Quenza (2017) expresan con claridad el cambio que se presenta el diagnóstico de los TDAH, lo que indica que bajo ciertas circunstancias un estudiante puede pasar de un escenario a otro, es decir, del escenario E(1) al escenario E(2) ó del E(2) al E(3) ó del E(3) al E(1) y viceversa. Esos cambios en el diagnóstico por el acompañamiento recurrente con los especialistas del equipo médico, sugieren que las estrategias psicopedagógicas, didácticas también cambien, con fin de favorecer el mejor ambiente en el cual el estudiante pueda avanzar en la gestión del conocimiento y el desarrollado de las competencias matemáticas para la resolución de problemas. A continuación, se muestra en la Figura 1 del modelo operativo que describe la práctica en el aula, lo cual constituye un aporte importante la gestión del conocimiento de los estudiantes con TDAH:

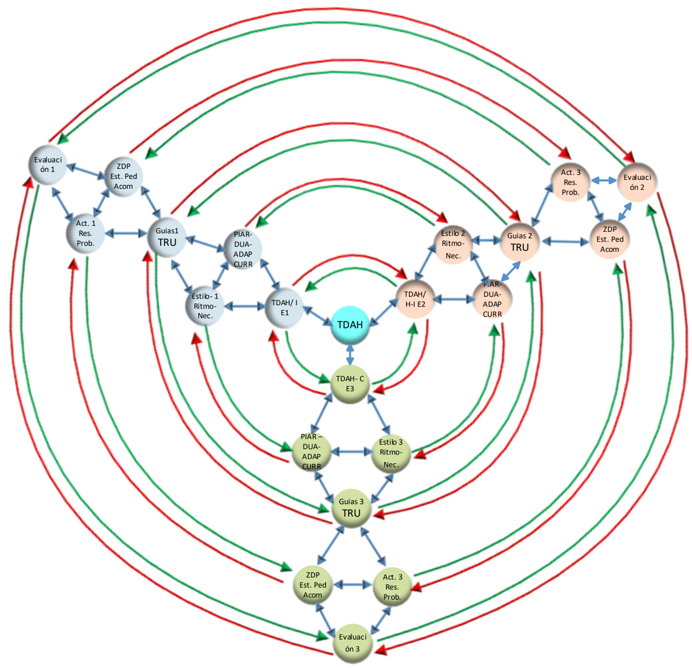


Figura 1. Modelo operativo que describe la práctica en el aula.

Las flechas de color rojo indica que el estudiante no ha mejorado su condición en el escenario del diagnóstico que se encuentra, lo cual sugiere que en la práctica sitúe en el escenario más apropiado que le ayude a eliminar las barreras que impiden el desarrollo autónomo de la gestión del conocimiento que lo conduzca al aprendizaje efectivo; por otro lado la flecha verde indica que el estudiante mejora y domina su condición comportamental permitiendo ser situado en un escenario más flexible y cómodo para el estudiante, es decir el número de estrategias serían menores puesto que el estudiante se ha empoderado en la forma de gestionar su aprendizaje adquiriendo favorablemente las competencias resolutora de problemas matemáticos.

Conclusión

Todas las relaciones que se dan en el modelo operativo, interactúan de manera directa en los componentes flexibles que demande el estudiante, desde el acompañamiento docente, desde la evaluación, desde el tipo de actividad, desde las diferentes formas de expresarse y representar el conocimiento que favorecen significativamente la adquisición de las competencias resolutoras de problemas matemáticos.

Bibliografía

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. Educational studies in mathematics, 52(3), 215-241.

Alarcón, E. (2017). Apoyo pedagógico a estudiantes en condición de discapacidad y con talentos excepcionales desde un enfoque inclusivo en los establecimientos educativos oficiales del Departamento de Bolívar: Desarrollo de cultura, políticas y prácticas inclusivas, Seguimiento y acompañamiento.

Davis, P J and Hersh, R (1988) Descartes Dream· the World According to Mathematics, Hannondsworth, Middlesex, Penguin Books.

Lercher, B. (1978). Proofs and Refutations. International Studies in Philosophy, 10, 192-193.

Schoenfeld, A. H. (2017). Teaching for robust understanding of essential mathematics. Essential mathematics for the next generation: What and how students should learn, 104-129.

Tirosh, D. (1999). Forms of mathematical knowledge: learning and teaching with understanding. In Forms of mathematical knowledge (pp. 1-9). Springer, Dordrecht.

Villares, X. M. A. S. (2005). Sociedad de Pediatría de Asturias, Cantabria y Castilla y León. Bol. Pediatr, 45(194), 211-212.

Willcutt, E. G. (2012). The prevalence of DSM-IV attention-deficit/hyperactivity disorder: a meta-analytic review. Neurotherapeutics, 9(3), 490-499.

Vargas, Á. & Parales Quenza, C. J. (2017). La construcción social de la hiperactividad. Revista colombiana de Psicología, 26(2), 245-262.

Vygotsky, L. S. (1962). The Development of Scientific Concepts in Childhood.

AVANCES EN LA CARACTERIZACIÓN DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO DE DOCENTES DE MATEMÁTICAS DE BÁSICA PRIMARIA, EN LA CREACIÓN DE PROBLEMAS DE ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA.

Jairo Hermosa Trujillo, Dr. Rafael Sánchez Lamoneda
Jairoalfonso86@uan.edu.co, lamonedar@uan.edu.co

UAN, Colombia

Resumen

La enseñanza de las matemáticas por docentes de primaria, tradicionalmente se ha distinguido por el seguimiento de reglas y procedimientos, la práctica rutinaria de ejercicios, el uso de palabras clave y la falta de un contexto significativo que contribuya al abordaje de su enseñanza desde un enfoque de resolución de problemas y creación de problemas. Luego de realizar una revisión de la actualidad del tema de investigación en revistas indexadas, congresos y reuniones acerca de la creación de problemas matemáticos por parte de docentes y sumado a mi experiencia desde la labor como docente de primaria, surgen las siguientes necesidades:

1) El pensamiento matemático de los docentes de básica primaria.
2) Formación de los docentes de educación básica primaria en creación de problemas.
3) Estrategias para favorecer el proceso de enseñanza de los docentes de matemáticas de la educación básica primaria.
4) La creación de problemas matemáticos es un campo de investigación mucho más joven en Educación Matemática en comparación con la resolución de problemas.

Uno de los referentes en la actualidad en cuanto a la investigación acerca de la creación de problemas es el Doctor Jin Fa Cai, quien al respecto menciona que los docentes están en el centro de la implementación de cualquier innovación o mejora educativa, por tanto existe una necesidad crítica en investigar cómo los maestros aprenden a utilizar la formulación de problemas para enseñar matemáticas en el aula Cai (2020). La investigación que se viene adelantando se fundamenta en 4 aspectos teóricos: El Pensamiento Matemático, La ingeniería didáctica, la resolución de problemas y la creación de problemas, vinculados al proceso de formación docente que se realizará en la etapa de aplicación de actividades. En cuanto al pensamiento matemático se tienen en cuenta los aportes de Stacy quien establece que el pensamiento matemático es importante de tres maneras.

Problema de Investigación

¿Cuáles son los elementos que caracterizan el pensamiento matemático de los docentes de básica primaria, al orientar actividades que les permitan crear problemas de aritmética y álgebra?

Objetivo General

Avanzar en la caracterización del pensamiento matemático de los docentes de básica primaria, por medio de una metodología para la creación de problemas de aritmética y álgebra.

Objetivos específicos

- Elaborar una serie de actividades que nos permitan indagar sobre el pensamiento matemático de docentes de primaria cuando se enfrentan a la creación de problemas de aritmética y álgebra.
- Diseñar una metodología centrada en la formación del docente de matemáticas de primaria en la creación de problemas de aritmética y álgebra.
- Determinar si las actividades diseñadas por los docentes de primaria en la creación de problemas de aritmética y álgebra, resultan adecuados para avanzar en la caracterización del pensamiento matemático.

Metodología

La investigación tiene un **enfoque cualitativo** basada en el diseño de **Investigación - Acción**, ya que apunta al mejoramiento de ciertos procesos que en la escuela no se han desarrollado de manera adecuada para permitir una enseñanza significativa de las Matemáticas en la primaria. La población son los docentes de básica primaria de la ciudad de Neiva y la muestra 15 docentes de básica primaria de la Institución Educativa Agustín Codazzi.

Resultados esperados

Como resultados esperados de la investigación, se pretende dar dos aportes significativos:

1) **Aporte teórico:** Avances en la caracterización del pensamiento matemático en docentes de escuela primaria a partir de la creación de problemas retadores de aritmética y álgebra.
2) **Aporte práctico:** Un sistema de actividades que permita favorecer la creación de problemas de aritmética y álgebra en docentes de primaria.

Referencias bibliográficas

Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. Ingeniería didáctica en educación matemática, 33, 60.

Artigue, M., & Baptist, P. (2012). Inquiry in mathematics education. Resources for implementing inquiry in science and mathematics at school. Recuperado el, 22.

Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. Zdm, 45(6), 797-810.
Baumanns, L., & Rott, B. (2021). Rethinking problem-posing situations: A review. Investigations in Mathematics Learning, 13(2), 59-76.
Baumanns, L., & Rott, B. (2022). Developing a framework for characterising problem-posing activities: A review. Research in Mathematics Education, 24(1), 28-50.
Brown, S. I., & Walter, M. I. (2005). *The art of problem posing*. Psychology Press.
Butts, T(1980). Posing problems properly. NTCM yearbook.
Cai, J., Chen, T., Li, X., Xu, R., Zhang, S., Hu, Y., ... & Song, N. (2020). Exploring the impact of a problem-posing workshop on elementary school mathematics teachers' conceptions on problem posing and lesson design. *International Journal of Educational Research*, *102*, 101404.
Cai, J., Hwang, S., Jiang, C., & Silber, S. (2015) . Problem posing research in mathematics: Some answered andunanswered questions. In F. M. Singer, N. Ellerton, & J. Cai (Eds.), Mathematical problem posing: From research to effective practice. New York: Springer.

OPORTUNIDAD DE APRENDER MATEMÁTICAS PARA ESTUDIANTES DE UN CONTEXTO RURAL

Sandra Patricia Rojas Sevilla, Gerardo Chacón
Sandra.rojas@unisucre.edu.co, gerardoachg@uan.edu.co
Universidad de Sucre, Colombia, Universidad Antonio Nariño, Colombia

Resumen

En la presente comunicación se presenta uno de los objetivos de una investigación doctoral, el cual consistió en construir una definición operativa de Oportunidad de Aprendizaje de Calidad de las matemáticas escolares para cada niño de un contexto Rural Colombiano. A partir, de la comprensión del estado actual de las principales habilidades cognitivas, necesarias para lograr un aprendizaje éxito en matemáticas como lo son dominio de preconocimientos matemáticos básicos, competencia lingüística, memoria de trabajo y regulación metacognitiva (Prediger & Buro 2021); además, de las características afectivas e intereses de cada niño.

De modo que, se contribuye en dar solución a un problema propio de la instrucción y un problema teórico, este último, propuesto por Cai et al. (2020) quienes señalan que el primer problema general al que se enfrenta el campo de la Educación Matemática es "***definir y medir***

las oportunidades de aprendizaje con la suficiente precisión para estudiar cómo maximizar la calidad de las oportunidades experimentadas por cada estudiante" (p.13) en el Journal for Research in Mathematics Education (JRME). En este orden de ideas, se siguió un enfoque cualitativo, un tipo de investigación de diseño (IBD) (Gravemeijer & Prediger, 2019), particularmente los experimentos de enseñanza. Como resultados se configuran las Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (Lobato, 2017) como potenciales Oportunidades de Aprendizaje de calidad que resultan de la interacción de los elementos del triángulo educativo: estudiantes, tareas matemáticas y enseñanza junto con los ambientes de aprendizaje.

Por tanto, se coloca en el centro del proceso epistémico al estudiante; de manera que las tareas matemáticas se conciben con una alta demanda cognitiva, pero por niveles que desarrollan en el estudiante, la resolución y planteamiento de problema, la comprensión conceptual y procedimental como elementos importantes en el desarrollo del pensamiento matemático, como medida del que un estudiante tuvo acceso a una Oportunidad de Aprendizaje de Calidad.

Por su parte las Prácticas de instrucción, tienen una naturaleza inclusiva, se usan actividades de mejora, el discurso en el aula, el desarrollo de conceptos matemáticos generados desde el movimiento por los distintos ambientes de aprendizaje (Skovsmose, 2000) propuestos por la Educación Matemática Crítica (EMC) y se tienen en cuenta la calidad de los ambientes de aprendizaje con respecto a las siguientes cinco dimensiones estudiadas por Schoenfeld (2017). Por tanto, la urgencia de abordar esta agenda converge con uno de los hallazgos más sólidos del campo de la Educación Matemática, el aprendizaje de los estudiantes está "finalmente determinado y limitado por las oportunidades que han tenido para aprender" (National Research Council, 2001, p.31. citado por Cai et al. 2020; Neugebauer & Prediger, 2022). Alrededor de este tema, eexiste una plétora de investigaciones que subrayan el acceso desigual a oportunidades de aprendizaje de alta calidad de los estudiantes de acuerdo a su origen étnico, cultural, nivel socioeconómico, ubicación geográfica (Cai et al., 2020; Jorgensen, 2018; Adler, 2021).

Por su parte Valero & Skovsmose (2012) discuten acerca de que "todos los estudiantes del mundo deberían tener la posibilidad de aprender matemáticas, con el propósito de transformar las condiciones de vida de quienes están involucrados"[1]. ¿Qué cuenta como una oportunidad de aprendizaje de calidad que ayuda a los estudiantes a lograr una meta de aprendizaje particular y qué enfoques de investigación son los más adecuados para estudiar la instrucción diferenciada como una forma de maximizar la calidad de las oportunidades de aprendizaje para cada estudiante?

Bibliografía

Adler, J. (2021). Levering change: the contributory role of a mathematics teaching framework. ZDM - Mathematics Education, 53(6), 1207–1220. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01273-y

Cai, J., Morris, A., Hohensee, C., Hwang, S., Robison, V., Cirillo, M., Kramer, S. L., Hiebert, J., & Bakker, A. (2020). Maximizing the quality of learning opportunities for every student. Journal for Research in Mathematics Education, 51(1), 12–25. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.2019.0005

Gravemeijer, K., & Prediger, S. (2019). *Topic-Specific Design Research: An Introduction*. 33–57. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15636-7_2

Jorgensen, R. (2018). Building the mathematical capital of marginalised learners of mathematics. ZDM - Mathematics Education, 50(6), 987–998. https://doi.org/10.1007/s11858-018-0966-9

Lobato, J., & Walter, C. D. (2017). A Taxonomy of Approaches to Learning Trajectories and Progressions. The Compendium for Research in Mathematics Education.

Neugebauer, P., & Prediger, S. (2022). Quality of Teaching Practices for All Students: Multilevel Analysis of Language-Responsive Teaching for Robust Understanding. International Journal of Science and Mathematics Education, 1-24.

Prediger, S., & Buró, R. (2021). Fifty ways to work with students' diverse abilities? A video study on inclusive teaching practices in secondary mathematics classrooms. International Journal of Inclusive Education, 0(0), 1–20. https://doi.org/10.1080/13603116.2021.1925361

[1] Valero, P., & Skovsmose, O. (2012). *Educación matemática crítica Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (Issue April. p.48.

Schoenfeld, A. H. (2017). Teaching for robust understanding of essential mathematics. *Essential mathematics for the next generation: What and how students should learn*, 104-129.
Skovsmose, O. (2000). Scenarios de investigación1. *Ema*, *6*, 3–26. http://funes.uniandes.edu.co/1122/1/70_Skovsmose2000Escenarios_RevEMA.pdf
Skovsmose, O., & Valero, P. (2012). Rompimiento de la neutralidad política: el compromiso crítico de la Educación Matemática con la democracia. Educación Matemática Crítica. Una Visión Sociopolítica Del Aprendizaje y La Enseñanza de Las Matemáticas., 1994, 1–24. http://funes.uniandes.edu.co/2001/1/Skovsmose2012Rompimiento.pdf

UN ALGORITMO PARALELO DE OPTIMIZACIÓN BASADO EN UNA METAHEURÍSTICA DE POBLACIÓN Y DE TRAYECTORIA PARA RESOLVER EL PROBLEMA DE LADRON VIAJERO SOBRE GPUs.

Eduardo Cárdenas G., Roberto M. Poveda Ch., Orlando Garcia H.
ecardenasg@unal.edu.co, *rpoveda@udistrital.edu.co*, *ogarciah@udistrital.edu.co*
Universidad nacional de Colombia, Universidad Distrital "Francisco José de Caldas", Colombia

En el trabajo consideramos el Problema del Ladrón Viajero (TTP: Traveling Thief Problem, por sus siglas en inglés), un problema de optimización combinatorial NP-difícil. Lo atacaremos a través de un modelado en computación paralela mediante un algoritmo evolutivo mejorado por una heurística de búsqueda local, para problemas de tamaño significativo. El problema tiene diferentes posibilidades de analizarlo y transformarlo en un problema de naturaleza paralela equivalente, a tal grado que se puede implementar su solución algorítmica en un dispositivo de procesamiento paralelo tal como una GPGPU (GPGPU: General Purpose Graphics Processing Unit, por sus siglas en inglés). Este trabajo logra la implementación de una metaheurística basada en población como un algoritmo evolutivo paralelo de grano grueso y de grano fino y mejorado con una metaheurística basada en trayectoria como una heurística de búsqueda local para encontrar una solución óptima o cercana al óptimo del TTP. El modelo de grano fino combina las características más representativas de la población en el algoritmo evolutivo (Tomassini, 1995), el modelo de grano grueso combina las características más representativas de poblaciones distribuidas espacialmente en el dominio de búsqueda del problema mientras que la metaheurística basada en trayectoria realiza una minuciosa explotación genética de los espacios previamente explorados por el algoritmo evolutivo (Cantu-Paz, 1999).

El TTP (Bonyadi, 2013) es la combinación de dos problemas de optimización bien conocidas; el Problema de Agente Viajero (TSP: Traveling Salesman Problem, por sus siglas en inglés) y el Problema de la Mochila (KP: knapsack Problem, por sus siglas en inglés) y se puede describir (Polyakovskiy, 2014) bajo las siguientes requisitos:

- $N = \{1,2,\dots,n\}$ un conjunto de ciudades,
- $M = \{1,2,\dots,m\}$ un conjunto de objetos distribuidos entre las ciudades,
- d_{ij} las distancias para cualquier par de ciudades $i, j \in N$,
- para cada ciudad i,sea $M_i = \{1,2,\dots,m_i\}$, $i = 2,3,\dots,n$, tal que $M = \bigcup_{i=1}^{n} M_i$,
- I_{ik} el objeto k ubicado en la ciudad i, caracterizado por su ganancia p_{ik} y su peso w_{ik}

$$I_{ik} \approx (p_{ik}, w_{ik})$$

si el ladrón viajero satisface las siguientes condiciones:

- Visita todas las ciudades exactamente una vez comenzando en la primera ciudad y regresando a ella al final.
- Puede seleccionar cualquier objeto en cualquier ciudad siempre y cuando el peso total de los objetos recolectados no exceda la capacidad especificado W.
- Pagará una tasa de renta R por cada unidad de tiempo que se tome para completar el viaje. Notaremos con v_{max} y v_{min} las velocidades máxima y mínima que el ladrón puede tomar al viajar.

El problema se resuelve al encontrar un recorrido, junto con un plan de empaque de los objetos, que resulte en el máximo beneficio; es decir, asegurar que se maximice la ganancia total acumulada en la mochila menos la renta, al mismo tiempo que se asegura que no se exceda la capacidad de la mochila. El rendimiento del algoritmo se mide ejecutando algunas instancias de diferentes tamaños (problemas benchmark) referenciadas en la literatura.

Referencias

Alharbi, S.T.: The design and development of a modified artificial bee colony approach for the traveling thief problem. International Journal of Applied Evolutionary Computation (IJAEC) 9(3), 32–47 (2018)

Bonyadi, M., Michalewicz, Z., y Barone, L., (2013) The travelling thief problem: The first step in the transition from theoretical problems to realistic problems. In: Congress on Evolutionary Computation, IEEE, 1037–1044

Cantu-Paz, E. (1999). Implementing Fast and Flexible Parallel Genetic Algorithms. In: L. Chambers, Practical Handbook of Genetic Algorithms (pág. 20). Boca Raton: CRC Press.

CUDA nvidia. (2016). Obtenido de https://developer.nvidia.com/cuda-gpus

Flynn, M. (1972). Some computer organizations and their effectiveness. IEEE Transactions on Computers, vol. 21, no. 9, 948-960.

El Yafrani, M., Ahiod, B., (2015). Cosolver2b: An eficient local search heuristic for the travelling thief problem. In: Computer Systems and Applications (AICCSA), 2015 IEEE/ACS 12th International Conference of. IEEE, 1-5.

Kassambara, A. (2017). Practical Guide to Cluster Analysis in R: Unsupervised Machine Learning. New York: STHDA editorial.

Kim, W., Jalal, M., Hwang, S., y Johnson, S. C., & Singh, V. (2017). Online Graph Completion: Multivariate Signal Recovery in Computer Vision. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 5019-5027.

Laporte, G., Mercure, H., y Nobert, Y., (1986) An exact algorithm for the asymmetrical capacitated vehicle routing problem, Networks, And International Journal Volume16, Issue1 Pages 33-46

Lint, J. H. (1973). Coding Theory. Berlín: Springer.

Mei, Y., Li X., and Yao, X., (2014). Improving eficiency of heuristics for the large scale traveling thief problem. In: Simulated Evolution and Learning (SEAL), volume 8886 of LNCS, Springer, 631-643

Polyakovskiy S, Bonyadi MR,Wagner M, Michalewicz Z, Neumann F (2014) A comprehensive benchmark set and heuristics for the traveling thief problem. In: Genetic and Evolutionary Computation Conference, ACM, 477–484

Raviv, N., Tamo, I., and Yaakobi, E. (2020). Private Information Retrieval in Graph-Based Replication Systems. IEEE Transactions on Information Theory, vol. 66, 3590-3602.

Tomassini, M. (1995). A survey of genetic algorithms. Volume III of Annual Reviews of Computational Physics, 87-118

SISTEMA BÁSICO DE HABILIDADES PARA RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS DE DEMOSTRACIÓN

Juan Alvarez Esteven, Isabel Alonso Berenguer, Alexander Gorina Sánchez
jalvarez@uo.edu.cu, ialonso@uo.edu.cu, gorina@uo.edu.cu
Universidad de Oriente, Cuba.

Resumen

La demostración es uno de los tópicos más importantes en la educación matemática que se desarrolla en la educación superior. Este tema adquiere especial relevancia en las carreras de perfil matemático, que son las que exigen con mayor rigor el dominio de habilidades para la

resolución de los problemas de demostración, los que surgen de la necesidad de comprobar, de forma precisa, las nuevas teorías matemáticas que se proponen para enriquecer las ciencias matemáticas (Alvarez, 2019). Sin embargo, no siempre resulta fácil lograr una demostración, ya que se requiere de ciertas competencias que los estudiantes a veces no han desarrollado a su paso por los deferentes niveles educativos (Medina, Herrera y Aroca, 2014).

Debe señalarse que el proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos ha sido abordado por numerosos investigadores, los que han obtenido importantes resultados en la búsqueda de las formas de enseñar a razonar, de modo que el alumno sea capaz de crear sus propias estrategias de resolución, a partir de sus concepciones (Alvarez, Alonso y Gorina, 2019). Los resultados aportados han sido muy provechosos para el perfeccionamiento de la dinámica del proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos; no obstante, aún se presentan dificultades, fundamentalmente en lo relativo al aprendizaje de los problemas de demostración (Alvarez, Alonso y Gorina, 2019).

Ahora bien, para que el aprendizaje de los problemas de demostración se haga realidad en los estudiantes de las carreras de perfil matemático, su proceso de enseñanza demanda una reconstrucción teórica y práctica, que tenga en cuenta la didáctica de la resolución de problemas, en su integración con la Matemática y otras ciencias. Una reconstrucción con esas características fue realizada en la tesis doctoral presentada por Alvarez (2019), cuyos aportes se asumen como principal soporte teórico de la presente investigación.

Consecuentemente, el *sistema básico de habilidades para resolver problemas matemáticos de demostración* que se propone en el presente trabajo, complementa los aportes de la citada tesis, al profundizar en su estudio, al develar, fundamentar y ejemplificar cada una de las habilidades que lo conforman. Este sistema constituye un eficiente medio de orientación a los profesores de Matemática para la formación de las habilidades que conforman el sistema básico.

Materiales y métodos

Este sistema fue creado mediante el Método Sistémico Estructural Funcional y como referentes de esta investigación se asume el sistema básico de Habilidades Matemáticas presentado por la Dra. Herminia Hernández como parte del contenido de su tesis doctoral (Hernández, 1989) y el trabajo de Delgado (1999), quien fundamentó un Sistema Básico de Habilidades Matemáticas a partir de ampliar el citado anteriormente. También se asume

Por otro lado, la definición de habilidades de Álvarez de Zayas (1997), se asume como fundamentos psicológico y posibilita reconocer que resolver problemas matemáticos de demostración es una habilidad.

Resultados

El principal resultado es el *sistema básico de habilidades para la resolución de problemas matemáticos de demostración*, revelando, fundamentando e ilustrando a las habilidades que lo conforman, con lo que se instituye un eficaz recurso de orientación a los docentes de matemática, partiendo de un conjunto de habilidades, que a su vez estarán integradas por habilidades lógicas que constituirán su estructura operacional, y que en su interacción conformaran al sistema. Este sistema de habilidades es de gran utilidad para dinamizar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos de demostración, pues los estudiantes pueden sistematizarlas, empezando por las de menor nivel de complejidad, hasta llegar a la más general de todas, la de validación deductiva de conjeturas.

Bibliografía

Alvarez, J., Alonso, I., y Gorina, A. (2019). Enseñanza-aprendizaje del razonamiento inductivo-deductivo en la resolución de problemas matemáticos de demostración. Revista Conrado, 15(68), 249- 258. Recuperado de http://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado
Alvarez, J. (2019). Dinámica del razonamiento inductivo-deductivo para la resolución de problemas matemáticos de demostración en carreras de perfil matemático. (*Tesis de doctoral*, Universidad de Oriente). Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/334094719_DINAMICA_DEL_RAZONAMIENTO_INDUCTIVO_DEDUCTIVO_PARA_LA_RESOLUCION_DE_PROBLEMAS_MATEMATICOS_DE_DEMOSTRACION_EN_CARRERAS
Medina, L., Herrera, C., y Aroca, S. (2014). Habilidades de demostración y justificación como indicadores del proceso de asimilación de contenidos. Enseñanza y Currícula de la Ingeniería 41 - 45 https://core.ac.uk/download/pdf/35120036.pdf
Hernández, H. (1989). El perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática en la enseñanza superior cubana. Experiencia en el Álgebra Lineal. (Tesis Doctoral). Universidad de la Habana, Ciudad de la Habana, Cuba.
Delgado, J. R. (1999). La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Dos elementos fundamentales para lograr su eficacia: La estructuración sistémica del contenido de estudio y el desarrollo de habilidades generales matemáticas. (Tesis doctoral). Universidad Tecnológica de la Habana José Antonio Echavarría, Ciudad de la Habana, Cuba.
Alvarez de Zayas, R. M. (1997). Hacia un curriculum integral y diferenciado. Editorial Académica. La Habana

CARACTERIZACIÓN DEL USO DE LAS COMPETENCIAS COMUNICATIVAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ALGEBRAICOS.

Angela Goretti Perdomo Mosquera
angelagorettiperdomo@gmail.com
Universidad Antonio Nariño, Colombia

Resumen

El desarrollo de las competencias comunicativas en el aprendizaje de las matemáticas posibilita al estudiante resolver problemas algebraicos, utilizando los diferentes lenguajes (natural, simbólico, gráfico, icónico y gestual), la tecnología, los símbolos y el alcance de socializar en grupos de manera autónoma, por lo tanto, el estudiante debe tener habilidades entre el saber; el saber hacer; y el saber ser. Aquel estudiante que no es capaz, en las actividades de

aprendizaje, expresar qué se dice, como se dice y para que se dice, en el marco de la resolución de problemas, presenta dificultad en la comunicación.

La investigación tiene como objetivo determinar los diferentes usos de las competencias comunicativas de los estudiantes de grado octavo, cuando resuelven problemas algebraicos y comunican entre ellos las soluciones en el aula de clase, usando como estrategia el aula invertida.

Trabajar e investigar en el desarrollo de las competencias comunicativas en el aprendizaje de las matemáticas en el marco de la resolución de problemas algebraicos, facilita identificar y comprender las tendencias sobre el uso de las competencias comunicativas en el acto de comunicar mediante el aprendizaje de las matemáticas, desde sus componentes lingüístico, sociolingüístico, discursivo y estratégico, proporcionando una transformación del lenguaje natural al algebraico, cuando se abstrae lo general, a partir de los objetos matemáticos en la resolución de problemas algebraicos que posibilita reconocer la importancia de comunicar de manera verbal o no verbal, mediante del uso de los diferentes sistemas semióticos para el aprendizaje del álgebra y su relación con el contexto. Además, aprovechar la oportunidad para profundizar las competencias comunicativas en el proceso de argumentar, justificar y demostrar el pensamiento algebraico a través, del discurso con la creación de ambientes de aprendizajes mediado por la cultura, es decir, motivado en el trabajo colaborativo en el sentido del saber "ser" en matemáticas.

La investigación asume un enfoque cualitativo, ya que analiza las competencias comunicativas en el aprendizaje de las matemáticas mediante la resolución de problemas algebraicos, desde el aula invertida en un ambiente natural del aula de clase mediante un proceso inductivo, descriptivo y generación de la perspectiva teórica. Se utiliza el diseño de la teoría fundamentada, con el ajuste de la generación de categorías conceptuales a partir, de los datos y el funcionamiento de estas, para describir y explicar el uso de las competencias comunicativas al resolver problemas algebraicos, con el uso del software ATLAS.ti.

Se aplicó un sistema de actividades que contenía tres problemas, el primero relacionado con el álgebra en las civilizaciones antiguas con el problema de los babilonios de las ecuaciones con una sola incógnita encontrada en sus tablillas con terminología geométrica y de la vida de Diofanto; el segundo problema consistía en la construcción de expresiones algebraicas partiendo de diez palabras, donde tenían que escoger solo dos y con ellas debían formar un expresión que involucrará una incógnita y el último problema tenía cuatro situaciones, donde los estudiantes debían identificar la variable y describir el papel que jugaba en cada una de ellas. Cada estudiante los resolvía en casa, con ayuda de videos relacionados con las expresiones algebraicas y grupos de whatsapp entre compañeros de la clase, luego en el salón de clase se socializaba y se profundizaba en el tema.

Los resultados evidencian que algunos estudiantes les cuestan escribir sus ideas, y a otros se les facilita expresar oralmente mediante el lenguaje natural, así no usen el lenguaje matemático. Es de destacar que el significado de las palabras que tiene cada estudiante como, el doble, el cuadrado, la mitad, el triple, dos veces, el producto, el cociente, al simbolizarlo lo escriben de acuerdo a sus estructuras que tienen al momento de razonar y así lo expresan de manera escrita y oral, cometiendo errores que terminan comunicando de manera no efectiva y ocasionando dudas en las representaciones y simbología en las expresiones algebraicas. Además, los estudiantes expresan sus ideas y llevan a consensos las soluciones de los problemas, a través de argumentaciones y justificaciones lógicas, evitando el aprendizaje mecánico de fórmulas y la aplicación de estas de forma rutinaria. Se observa que las acciones desarrolladas en los estudiantes en las marcas en el papel, movimientos de las manos y del lápiz, tienen un significado en la comunicación entre sus compañeros y docente, al expresar su pensamiento y al argumentar y justificar, fortaleciendo el lenguaje matemático a medida que construyen en grupo las soluciones de los problemas de manera efectiva y adecuada.

Bibliografía

Canale, M. (2014). From communicative competence to communicative language pedagogy. In *Language and communication* (pp. 14-40). Routledge.

Cevikbas, M., & Kaiser, G. (2020). Flipped classroom as a reform-oriented approach to teaching mathematics. *Zdm*, *52*(7), 1291-1305.

Corbin, J. M., & Strauss, A. (1990). Grounded theory research: Procedures, canons, and evaluative criteria. *Qualitative sociology*.

Corbin, J., & Strauss, A. (2014). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory*. Sage Publications.

Jiménez, A., & Pineda, L. M. (2013). Comunicación y argumentación en clase de matemáticas. *Educación y ciencia*, *16*, 101-116

Koichu, B. (2018). Mathematical problem solving in choice-affluent environments. In *Invited lectures from the 13th international congress on mathematical education,* p.310. Springer, Cham.

Koichu, B., Berman, A., & Moore, M. (2007). Heuristic literacy development and its relation to mathematical achievements of middle school students. *Instructional Science*, *35*(2), p.100.

Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs: A semiotic-cultural approach to students' types of generalization. *Mathematical thinking and learning*, *5*(1), 37-70.

Radford, L. (2006). Elementos de una Teoría Cultural de la Objetivación. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, (número especial), p. 103-129.

Radford, L. (2010). Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. *Research in Mathematics Education*, *12*(1), 1-19.

TÉCNICAS UTILIZADAS PARA A APRENDIZAGEM DAS MATEMÁTICAS

Jakeline Amparo Villota Enríquez
javillota@hotmail.com
Universidade Federal do Para, Brasil

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo examinar as evidências existentes sobre a incidência das técnicas de aprendizagem no desempenho acadêmico de alunos na aprendizagem de matemática. A partir do desenho metodológico, este estudo se baseia em uma revisão sistemática da literatura sobre estudos relacionados às técnicas de aprendizagem da matemática onde os artigos são identificados, categorizados e analisados, apontando suas características e sintetizando os principais tópicos de pesquisa e seu conteúdo. Para isso, a base de dados consultada foi Scopus por seu grande reconhecimento internacional onde foram selecionados um total de sete artigos científicos correspondentes aos anos 2014-2020 cujos conteúdos versavam sobre técnicas de aprendizagem em relação ao desempenho acadêmico nas matemáticas. Os resultados mostram diferentes aspectos como: a autoria dos artigos, os periódicos onde foram publicados, o tipo de pesquisa, as técnicas de coleta de dados utilizadas e os tópicos de pesquisa inerentes às técnicas implementadas no processo de aprendizagem da matemática. Além disso, se realizou uma análise focada no conteúdo de 5 tópicos identificados: a implementação das técnicas de aprendizagem, competência geradas pelas técnicas de aprendizagem, a utilização de recursos tecnológicos no processo de aprendizagem, o contexto onde são utilizados técnicas de aprendizagem e, finalmente a influência das técnicas de aprendizagem no desempenho acadêmico dos alunos na matemática.

Palavras-chave: Técnicas, aprendizagem das matemáticas, recursos tecnológicos, conteúdo matemático escolar.

Abstract

The present work aims to examine the existing evidence on the incidence of learning techniques in the academic performance of students in learning mathematics. From the methodological design, this study is based on a systematic literature review on studies related to the techniques for learning mathematics where articles are identified, categorized and analyzed, pointing out their characteristics and synthesizing the main research topics and their content. For this, the Scopus database has been consulted for its great international recognition where a total of seven scientific articles corresponding to the years 2014-2020 were selected where the content was about learning techniques in relation to academic performance in math. The results show different aspects such as: the authorship of the articles, the journals where they have been published, the type of research, the data collection techniques used and the research topics inherent to the techniques implemented in the mathematics learning process. . In addition, a content-focused analysis is made of 5 identified topics, which are: the implementation of learning techniques, skills that will be generated by learning techniques, the use of technological resources in the learning process, the context where the learning techniques are used and finally the influence of learning techniques on the academic performance of students in mathematics.

Keywords: techniques, mathematical learning, technological resources, school mathematical contents.

METODOLOGÍAS PARA IDENTIFICAR CATEGORÍAS DE ERRORES DE RADATZ

Alejandra María Serpa Jiménez, Sonia Maritza Mendoza Lizcano
alejandramariaserpa@ufps.edu.co, soniamaritza@ufps.edu.co
Universidad Francisco de Paula Santander

Resumen

En algunas situaciones cuando los estudiantes presentan pruebas estandarizadas, algún tipo de evaluación en el aula de clase o al exponer sus ideas matemáticas se evidencia una gran variedad de errores. Para el docente es necesario identificarlos, para así poder diseñar estrategias para el mejoramiento de la enseñanza y reorientar el aprendizaje. Debido a esto, la importancia de analizar los errores dentro de un referente teórico bien fundamentado.

Al trata de comprender las causas de los errores de los estudiantes para aprender matemáticas, según Radatz (1980), se debe iniciar por entender la enseñanza, además para diagnosticar y corregir aprendizajes erróneos los docentes requieren contar con un modelo

cognitivo, complementado con los aportes de la psicología educativa y social, idea a la cual se unen Bocco y Canter (2010).

Generalmente los trabajos de investigación que están relacionados con los errores se encuentran orientados ya sea por alguna corriente pedagógica, por el currículo de matemáticas según algún grado escolar específico o por alguna corriente psicológica, de acuerdo a Engler y otros (2004) es uno de los temas más trabajados en Educación Matemática

Para poder comprender y dar el abordaje adecuado a las situaciones que son fundamentales, se desarrolla la investigación bajo un enfoque cualitativo, donde se realiza el análisis de las metodologías investigativas implementadas en trabajos de investigación realizados en la primera década del siglo XXI los cuales están relacionados con los errores que presentan los estudiantes en los diferentes niveles educativos y han sido enmarcados dentro de la tipología de Radatz

Posterior a realizar el proceso de análisis de la información se espera llegar a los hallazgos, los cuales permitirán identificar las metodologías empleadas para identificar errores según de categorización planteada por Radatz

Palabras Clave

Errores, Investigación Cualitativa, Radatz, Categoría de errores.

Referencias

Bocco, Mónica; Canter, Claudina (2010). *Errores en geometría: clasificación e incidencia en un curso preuniversitario.* Revista Iberoamericana de Educación, 53(2), pp. 1-13

Cadenas, R. (2007). Carencias, dificultades y errores en los conocimientos matemáticos en alumnos del primer semestre de la escuela de educación de la Universidad de los Andes. Revista Orbis, (6), 68-84. Recuperado el 17 de abril de 2020 de http://ojs.revistaorbis.org.ve/index.php/orbis/article/view/278/280

Engler, Adriana; Gregorini, María Inés; Müller, Daniela; Vrancken, Silvia; Hecklein, Marcela (2004). *Los errores en el aprendizaje de matemática.* Premisa, 23, pp. 23-32

Radatz, H. (1980). Student's Errors in the Mathematis Learning Process: A Survey. For the Learningof Mathematics. Vol 1 (1)

Reina, M. M. (2017). Dificultades y errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición, en estudiantes de educación básica. Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, (Extra), 5281-5285. Recuperado el 20 de mayo de 2020 de https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/337695/428494

Rico, Luis (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En Kilpatrick, J.; Rico, L.; Gómez, P. (Eds.), Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia (pp. 69-108). Bogotá: una empresa docente. Recuperado el 16 de abril de 2020 de http://funes.uniandes.edu.co/486/

Rico, Luis; Castro, Encarnación (1994). Errores y dificultades en el desarrollo del pensamiento numérico. Documento no publicado (Informe). Granada: Universidad de Granada. Recuperado el 16 de abril de 2020 de http://funes.uniandes.edu.co/518/1/RicoL94-148.PDF

PROMOVIENDO LA INTERDISCIPLINARIEDAD A TRAVÉS DEL PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Leonardo Cristiano Gieseler, Albanella Thaiz Leon Teran, Stephanie Moritz Muller, Tais Fontana Berndt, Julia Carla Pandini
lgieseler@furb.br, albanellal@gmail.com, stephanie.muller@bnu.soueiu.com.br, tais.berndt@bnu.soueiu.com.br, julia.pandini@bnu.soueiu.com.br
Universidad Regional de Blumenau, Brasil
Escuela Internacional Dual, Brasil

Resumen

En el contexto educativo, es importante desarrollar prácticas interdisciplinarias en las clases para contribuir al aprendizaje crítico de los estudiantes, en vista de la sociedad interdisciplinaria y compleja a la que los estudiantes pertenecen (Thiesen, 2008).

Específicamente, en la Educación Matemática el Planteamiento de Problemas como un enfoque de enseñanza promueve el aprendizaje matemático (Cai & Hwang, 2020), así como las actividades de planteamiento y resolución de problemas pueden ser utilizadas por los maestros para proveer el desarrollo del pensamiento crítico de los estudiantes (Bonotto & Santo, 2015).

Considerando las necesidades del siglo XXI en cuanto a la formación de los estudiantes, la enseñanza interdisciplinaria se presenta como un desafío, especialmente en lo que se refiere a realizar prácticas educativas que les permitan a los estudiantes desarrollar conjuntamente su pensamiento crítico en relación a un tema del mundo real en diferentes asignaturas escolares. En

ese sentido, con el desarrollo sostenible como tema rector de las clases, este artículo tiene como objetivo investigar las contribuciones de la enseñanza interdisciplinaria a través del planteamiento y resolución de problemas matemáticos para el desarrollo del pensamiento crítico de los estudiantes.

En este trabajo se utiliza una metodología de investigación descriptiva y el enfoque abordado es del tipo investigación-acción (Kauark *et al*., 2010). La investigación se llevó a cabo en una escuela internacional, en la ciudad de Blumenau, Brasil, con estudiantes del sexto grado de la enseñanza elemental, en el año de 2022, durante las asignaturas de Matemáticas y Español. La ejecución del trabajo, relacionado a la práctica educativa, tuvo inicio en la primera clase cuando se sugirió a los estudiantes que plantearan un problema matemático que estuviera asociado al tema desarrollo sostenible entre Brasil y Colombia, por lo que los estudiantes crearon el siguiente problema: ¿Cuánto tiempo la ciudad menos poblada de Colombia podría depender, exclusivamente, del desperdicio de agua de los habitantes de Blumenau si dejaran un grifo goteando durante una semana?

En la clase de Matemáticas, los estudiantes resolvieron el problema planteado por ellos y expusieron sus resoluciones. Luego, en la clase de Español, los estudiantes utilizaron la resolución del problema como punto de partida para presentar, en español, sus reflexiones con relación al tema guía de la actividad.

Como resultados obtenidos se destaca que la resolución del problema fue la herramienta utilizada por los estudiantes para respaldar matemáticamente sus reflexiones con relación al desperdicio de agua. Asimismo, la práctica educativa promovió el desarrollo del pensamiento crítico de los estudiantes al discutir sus reflexiones con sus compañeros, además de favorecer el mejoramiento de sus habilidades de manera interdisciplinaria.

Bibliografía

Bonotto, C., Santo, L. D. (2015). On the Relationship Between Problem Posing, Problem Solving, and Creativity in the Primary School. In: Singer, F., F. Ellerton, N., Cai, J. (eds) *Mathematical Problem Posing*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3_5.

Cai, J., Hwang, S. (2020). Learning to teach through mathematical problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, *102*, 101391. https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.01.001.

Kauark, F., Manhães, F. C., Medeiros, C. H. (2010). Metodologia da pesquisa: guia prático. *Itabuna, Via Litterarum*.

Thiesen, J. S. (2008). A interdisciplinaridade como um movimento articulador no processo ensino-aprendizagem. *Revista Brasileira de Educação*, *13*, 39, 545-554. https://doi.org/10.1590/S1413-24782008000300010.

Agradecimientos

Agradecemos la participación de las estudiantes Anna Berwanger y Pietra Schaeffer Tomaselli por unirse al equipo de la Science Fair EIU 2022, evento que dio inicio al desarrollo de la actividad reportada en este artículo.

PREGUNTAS DEL TIPO PISA VS COMPETICIÓN MATEMÁTICA. RESULTADOS DE UNA ACTIVIDAD APLICADA A ESTUDIANTES SOBRESALIENTES DE LOS PRIMEROS CURSOS EN LA ESCUELA SECUNDARIA.

Juan Samuel Rangel Luengas
jrangel97@uan.edu.co
Secretaria de educación de Bogotá, Colombia

Resumen

Este documento reporta resultados de la investigación en curso “avances en la caracterización del pensamiento matemático: relaciones y aportes mutuos entre la solución de problemas de competiciones y la teoría sobre competencias”. El propósito de la investigación es el contraste entre dos enfoques: por una parte, el enfoque de competencias, como habilidades,

destrezas y lo que conlleva al dominio de la matemática escolar vs el enfoque el desarrollo del pensamiento matemático inmerso en las competiciones matemáticas, tal como las Olimpiadas.

En esta comunicación se presentan los resultados de la aplicación de una actividad que tiene dos tipos de reto: por una parte, preguntas tipo PISA derivadas de un mismo contexto y por otra, preguntas tipo Canguro matemático y olimpiada que no se derivan de un mismo contexto. La actividad se aplica a 16 estudiantes sobresalientes en matemáticas de los primeros grados de la secundaria, quienes se han reunido para tomar un curso vacacional de entrenamiento para olimpiadas matemáticas. Se presenta los resultados de las estrategias utilizadas en cada tipo de reto y las opiniones de los estudiantes frente a los dos grupos de preguntas.

Con relación al modelo de competencias, uno de los referentes internacionales es el Dr. Mogens Niss y sus colaboradores (2002, 2011, 2016, 2019), quienes han determinado lo que internacionalmente se considera como la competencia matemática. principalmente, Niss y Højgaard (2011) presentan el documento *Competencies and mathematical learning. Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark [Competencias y aprendizaje matemático. Ideas e inspiración para el desarrollo de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en Dinamarca]*, que corresponde a la traducción al inglés del informe del grupo KOM del 2002. Para determinar la competencia matemática, el grupo KOM identifica ocho competencias centrales que conforman la competencia general, entrelazadas en forma de flor (Niss y Højgaard, 2011) y proponen que estas *sub competencias* están conectadas entre sí, cada una de ellas tiene su propia identidad y ninguna de las competencias puede reducirse a las restantes. Este modelo matemático de competencia ha sido adoptado como marco para la elaboración de las preguntas tipo PISA (Turner, 2010), utilizadas en la actividad.

Por otra parte, Falk de Losada (2017, 2020a, 2020b, de Losada y Taylor, 2022) argumenta que la solución de problemas es parte fundamental de hacer matemáticas y desde la postura de Timothy Gowers (2000, 2008) hace énfasis en la naturaleza dual de hacer matemáticas, fundamentada en dos grandes actividades: *la construcción de teorías y la resolución de problemas*, siendo la resolución de problemas la fuerza motivadora del avance en el hacer matemático. Según Kenderov (2006, 2009, 2022) las competiciones de resolución de problemas son una buena herramienta motivadora para el trabajo independiente y el estudio en profundidad de las matemáticas por parte de los estudiantes (y, a veces, por parte de los profesores). Entonces, la solución de problemas ofrece la oportunidad de elevar el nivel de exigencia personal, gestionar el estrés, lidiar con las emociones negativas y aprender de los errores; mientras se forjan, el carácter y las habilidades para toda la vida, como la perseverancia, el razonamiento, la comunicación y la independencia, porque resolver tareas difíciles no sólo genera un mejor conocimiento, sino que también cultiva habilidades para lidiar con problemas de todo tipo, no solo matemáticos.

Como resultados de las soluciones, se obtiene que las estrategias más utilizadas son la comparación, la revisión de casos, el uso de la aritmética básica y los porcentajes. En el reto tipo PISA los estudiantes utilizan operaciones básicas y porcentajes, sobre esos datos alguna revisión de casos y realizan comparaciones. Mientras que, en las preguntas de Olimpiadas, se observan un conjunto de estrategias más variado, la revisión hacia atrás, buscar un patrón de comportamiento, el trabajo con ecuaciones, y también, permite al estudiante aventurarse desde su intuición o acotar la solución por encima y por debajo como un “emparedado”.

Las preguntas tipo PISA son formales, persuasivas, pero, para algunos pueden ser aburridas y poco arriesgadas. Consideran que se sienten seguros, se debe ser metódico, rutinario y paciente para solucionar este tipo de preguntas. Según los estudiantes, el tipo Olimpiada se perciben amigables y la creatividad es muy importante para solucionarlas, entonces, se sienten más creativos. Para ellos los dos tipos de preguntas son interesantes, entretenidas y se sienten confiados, consideran que los dos tipos de preguntas son importantes en sus clases, pero les gusta más las preguntas de olimpiadas.

En conclusión, las preguntas de Olimpiadas permitieron un conjunto de estrategias más variado que las preguntas tipo PISA. Por otra parte, los estudiantes consideran que los dos tipos de preguntas deben ser incluidas en las clases de matemáticas, porque les parecen interesantes y entretenidas, pero describen que las preguntas tipo PISA requieren un método, una rutina de trabajo, lo que les lleva considerarlas poco arriesgadas y para algunos de ellos aburridas; mientras que los retos de olimpiadas, son considerados más exigentes, requieren de su creatividad e ingenio llevándolos a pensar, reflexionar, crear y no sólo, recordar algún tipo de algoritmo que permita llegar a la solución.

Bibliografía

de Losada, M. F. (2017). Are Mathematics Competitions Changing the Mathematics that Is Being Done and the Way Mathematics Is Done?. In Competitions for Young Mathematicians (pp. 329-350). Springer, Cham.

de Losada, M. F. (2020a). The Impact of Mathematical Olympiads on the Mathematics Community of Colombia. Engaging Young Students in Mathematics through Competitions—World Perspec- tives and Practices: Volume II: Mathematics Competitions and how they relate to Research, Teaching and Motivation, 139–159. World Scientific.

de Losada, M. F. (2020b). La motivación y el pensamiento detrás de cada uno de los problemas creados y seleccionados para las olimpiadas matemáticas. Espacio Matemático Vol. 1 No. 1 (2020), pp. 1-18. ISSN: 2711-1792 (En línea)

de Losada, MF, Taylor, PJ (2022). Perspectivas sobre las competencias matemáticas y su relación con la educación matemática. Educación matemática ZDM 54, 941–959 https://doi.org/10.1007/s11858-022-01404-z

Kenderov, P. S. (2006, August). Competitions and mathematics education. In *Proceedings of the international congress of mathematicians* (Vol. 3, pp. 1583-1598). Madrid: IMU..

Kenderov, P. et al. (2009). Desafíos más allá del salón de clases: fuentes y problemas organizacionales. En: Taylor, P., Barbeau, E. (eds) Challenging Mathematics In and Beyond the Classroom. Nueva serie de estudios ICMI, vol 12. Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-0-387-09603-2_3. p 86 y 87.Kenderov, PS (2022). Concursos de matemáticas: una parte integral del proceso educativo. *Educación matemática ZDM* **54**, 983–996 https://doi.org/10.1007/s11858-022-01348-4

Nieto-Said, JH, Sánchez-Lamoneda, R. Un currículo para competencias matemáticas. *Educación matemática ZDM* **54** , 1043–1057 (2022). https://doi.org/10.1007/s11858-022-01389-9

Niss, M. (2003). Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics: the Danish Kom Project. *Proceedings of the 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education*, 115-124.

Niss, M. (2015). Mathematical Competencies and PISA. In Assessing Mathematical Literacy (pp. 35–55). *Springer International Publishing*. https://doi.org/10.1007/978-3-319-10121-7_2

Niss, M. (febrero, 2022). Relationships Between modelling competency and the other mathematical competencies. *Conferencia plenaria presentada en el MEM 2022*, Bogotá, Colombia.

Niss, M., & Højgaard, T. (2011). *Competencies and Mathematical Learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. English edition, October 2011, 485, 214.

Niss, M., & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 102(1), 9–28. https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9

Niss, M., Bruder, R., Planas, N., Turner, R., & Villa-Ochoa, J. A. (2016). Survey team on: conceptualisation of the role of competencies, knowing and knowledge in mathematics education research. *ZDM - Mathematics Education*, 48(5), 611–632. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0799-3.

OCDE, (2013). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: matemáticas, lectura y ciencias*.

Turner, R. (2010). Exploring mathematical competencies. *Research Developments*, *24*(24), 5.

CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS SOBRE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ADITIVOS CON NÚMEROS ENTEROS

Keylla Otero-Valega, Estela Juárez-Ruiz, Diana Zakaryan
kmotero12@gmail.com, estela.juarez2000@gmail.com, diana.zakaryan@pucv.cl
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile

Resumen

En los últimos tiempos, caracterizar o estudiar el conocimiento del profesor de matemáticas desde su quehacer docente ha sido un reto y foco de estudio para la Educación Matemática. Es por esto que se hace necesario integrar el conocimiento didáctico y el disciplinar,

así como también profundizar en elementos que forman parte de este (Carrillo et al., 2013; Escudero, 2015).

Dicho de este modo, el objetivo de esta investigación es analizar el conocimiento didáctico del contenido que evidencia una profesora de matemáticas en el diseño de una planeación de clase sobre resolución de problemas aditivos con números enteros. En adición, el marco teórico utilizado en esta investigación es el modelo del Conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (MTSK), este modelo está conformado por 3 dominios de conocimiento en esta investigación nos enfocaremos en el dominio del conocimiento didáctico del contenido que a su vez está conformado por tres subdominios que son: el conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMSL), el conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM) y el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT).

La metodología utilizada en esta investigación es la cualitativa, el paradigma optado es el interpretativo, además, el diseño de esta investigación es un estudio de caso instrumental, donde el caso es una profesora mexicana de educación básica, y el fenómeno a estudiar es su conocimiento didáctico del contenido. Para la recolección de los datos se optó por el diseño de una planeación de clase y una entrevista semiestructura. Por último, en el análisis de los datos se utilizó la técnica de análisis de contenido.

Dentro de los resultados finales encontrados en la investigación, tenemos que en la etapa diagnóstica del formato de planeación de clase utilizado por la profesora la profesora plantea las competencias específicas del contenido a trabajar (ver Figura 1).

Figura 1

Fragmento de planeación de clase de Leticia

Competencias específicas de contenido	1. Analiza situaciones para construir el significado de valor absoluto y números simétricos. 2. Resuelve problemas de suma de números enteros con y sin apoyo de la recta numérica. 3. Formaliza la suma y resta con números enteros positivos y negativos. 4. Comprende que la suma y la resta son operaciones inversas 5. Aplicación y solución de problemas

Seguidamente, estas competencias se tomaron como indicios de conocimiento para profundar en el KMSL de la profesora, de este modo, se le pregunta a la profesora: ¿Estas competencias especificas cómo la aportarían a su planeación o como le aportarían a usted al momento de implementar la temática en la clase?, Leticia respondió:

> *Leticia: Estas competencias específicas vienen de apoyo en el plan y programa de estudio de Secundaria de México. Sin embargo, creo que, cuando nosotros como docentes hacemos la planeación, podemos hacer ajustes, por ejemplo en el apartado dos, creo que es con el que yo iniciaría, entonces, ahí hago el cambio, lo pondría como punto número uno, porque de esa manera el alumno visualmente empieza a introducir estas operaciones y como bien dice primero con y luego sin, para irlos soltando, y que vaya mejorando sus habilidades, formalizar suma y resta con números enteros positivos, creo que está bien después de estos temas, porque ya nos vamos a ejercicios e incluso cálculo mental, y, por último, comprende que la suma y la resta, son operaciones inversas. Por ejemplo, en el caso de las propiedades formales de la matemática, muchas veces los estudiantes no lo logran comprender como tal, que súmale el inverso aditivo, entonces estas palabras pues a veces cuestan trabajo y entonces como que sería una competencia específica, que sería una de las últimas. Y el punto cinco, aplicación y solución de problemas, se consolida como la parte final, sin embargo, en la educación de México, ya se ha estado proponiendo que estos problemas se trabajen como detonantes desde inicio de clase (L. Sánchez, extracto de entrevista, 4 de mayo de 2022).*

En este fragmento de entrevista se observa que la profesora tiene conocimiento sobre las capacidades que deben desarrollar sus estudiantes en grado 7° con relación a la temática de resolución de problemas aditivos con números enteros *(KMLS)*, asimismo, la profesora evidencia conocimiento acerca de formas de interacción del estudiante con el contenido matemático asociadas a su aprendizaje *(KFLM)*, y, por último, evidencia conocimiento acerca de las dificultades que pueden presentar sus estudiantes con respecto al lenguaje matemático *(KFLM)*. Dicho de este modo, podemos observar en la Tabla 1 los descriptores que surgieron para cada categoría de conocimiento evidenciada por la profesora.

Tabla 1

Indicadores de conocimiento evidenciados por la profesora Leticia

Subdominio	KMLS	KFLM	KFLM
Categoría	Expectativas de aprendizaje	Formas de interacción del estudiante con el contenido matemático.	Fortalezas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.
Descriptor	Conoce las competencias matemáticas específicas que el estudiante debe desarrollar para resolución de problemas aditivos con números enteros.	Conoce la forma como el estudiante utiliza la recta numérica en la resolución de problemas aditivos con números enteros.	Conoce las dificultades pueden presentar los estudiantes con el lenguaje matemático al resolver problemas aditivos con números enteros.

Finalmente, estos resultados dejan ver la planeación de clase como un escenario propicio para estudiar, analizar y caracterizar el conocimiento didáctico del contenido que pone el profesor de matemáticas en juego para la preparación de clase (Pacheco-Muñoz et al., 2022).

Bibliografía

Carrillo, J., Contreras, L.C. y Flores, P. (2013). Un modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática.* Libro Homenaje a Encarnación Castro (pp. 193-200). Comares.

Escudero, D. (2015). *Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria*. [Tesis doctoral, Universidad de Huelva]. Biblioteca Universitaria Huelva. http://hdl.handle.net/10272/11456

Pacheco-Muñoz, E., Juárez-Ruiz, E. y Flores-Medrano, E. (2022). Conocimiento didáctico del contenido en la enseñanza de la localización en el plano cartesiano. Investigación e Innovación en Matemática Educativa IIME, 7, 1-20. https://doi.org/10.46618/iime.143

IMPLEMENTAÇÃO DE PESQUISAS EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: PARCERIAS DE COAPRENDIZAGEM

Flávia Sueli Fabiani Marcatto
flaviamarcatto@unifei.edu.br
Universidade Federal de Itajubá-UNIFEI, Brasil

Resumo

Esta comunicação discute a implementação de resultados de pesquisas em Resolução e Proposição de Problemas matemáticos, como uma sequência dinâmica de atividades pretendidas, planejadas, encenadas e vivenciadas, moldadas por pesquisadores, professores, futuros professores e alunos, na Educação Básica, em parcerias de coaprendizagem professor-pesquisador, na formação de professores de matemática. A Resolução de Problemas (RP) foi e é fundamental na construção do conhecimento matemático, desde o início da história humana. Assim, é amplamente aceito que a RP deve ser uma atividade fundamental nas salas de aula de matemática. Os entendimentos sobre essa afirmação foram postos na discussão educacional há mais de 70 anos por George Polya, com a publicação do seu livro *How to Solve It: a new aspecto of mathematical method*, em 1945 e lançado no Brasil em 1975 com o título "A Arte de Resolver Problemas". Desde então, pesquisadores vem desenvolvendo teorias e programas (Schoenfeld, 1985; Silver, 1994; Burkhardt & Li 2013; Cai & Hwang, 2020), e experimentos para a introdução da RP nas salas de aula como parte da atividade matemática regular.

Apesar desses esforços e conquistas, ainda há um longo caminho a percorrer antes que a RP seja considerada uma atividade regular em salas de aula reais, no Brasil, com alunos estudando matemática através da resolução de problemas, "bem como de seu irmão mais novo, a proposição de problemas" (Liljedahl & Cai, 2021, p. 723, tradução nossa).

A incorporação sistemática, da Resolução e da Proposição de Problemas (PP), nos currículos e na prática da matemática escolar pode ser vista como um caso específico de implementação de inovação. (Koichu, Cooper & Widder, 2022) No entanto, a RP pode assumir várias formas, em salas de aula de matemática, desde a resolução de exercícios práticos de rotina até processos menos comuns e mais complexos de lidar com tarefas não rotineiras sem uma estratégia de resolução pré-definida. Ao assumir várias formas nas salas de aulas reais, a RP, pode tornar-se um conceito difuso que pode levar a entendimentos equivocados.

Mesmo com "avanços impressionantes, a pesquisa sobre RP em ambientes escolares permanece em grande parte ateórica" e ainda precisamos saber mais sobre o papel do professor na instrução, o que está acontecendo nas salas de aulas reais e "como reconceituar RP para que a(s) nova(s) conceituação(ões) seja(m) útil(eis) na prática" (Koichu, Cooper & Wider, 2022, p. 79, tradução nossa).

Foi adotada uma investigação disciplinada, onde professores de matemática adotam e adaptam práticas e processos de pesquisa em uma parceria de coaprendizagem com pesquisadores em Educação Matemática. A estrutura teórica e organizacional que orientou foi a Aliança Professor-Pesquisador para a Investigação da Aprendizagem em Matemática (APPIAM), que situa professores como integrantes na pesquisa, seja para a sua aprendizagem profissional ou para ampliar os conhecimentos inerentes em Educação Matemática. A metodologia utilizada é a Pesquisa Baseada em Design (Cobb et. al 2003). O objetivo foi promover a colaboração e a confiança entre pesquisadores e professores, para um maior envolvimento de professores na produção de conhecimento e na investigação disciplinada para o seu crescimento profissional, proporcionando o desejado processo de construção de pontes entre pesquisadores e professores, aproximando pesquisa e prática.

Portanto, a prática educacional é mais complexa do que qualquer teoria que tente encapsulá-la em uma rede particular de conceitos e proposições. No entanto, unindo-se a estudiosos que apontaram a necessidade de teorizar ainda mais a RP, de forma sintonizada com as necessidades da prática, argumento que um olhar sistemático sobre RP como uma cadeia de atividades pretendidas, planejadas, executadas e vivenciadas nos permite tomar consciência e explicar alguns fenômenos críticos que precisam de nossa conscientização e explicação, para a implementação da RP em escala.

Bibliografía

Burkhardt, H. & Li Y. (2013). About Alan H. Schoenfeld and his work. Y. Li & J.N. Moschkovich (eds.), *Proficiency and Beliefs in Learning and Teaching Mathematics:* Learning from Alan Schoenfeld and Günter Törner. Rotterdam, AL: Sense Publishers, p. 9–18.

Cai, J. & Hwang, S. (2020). Learning to teach through mathematical problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. International Journal of Education Research, 102.

Cobb, P. et al. (2003). Design Experiments in Educational Research. *Educational Researcher*, *32*(1), p. 9–13.

Koichu, B., Cooper, J., & Widder, M. (2022). Implementation of Problem Solving in School: From Intended to Experienced. *Implementation and Replication Studies in Mathematics Education*, *2*(1), p. 76-106.

Liljedahl, P. & Cai, J. (2021) Empirical research on problem solving and problem posing: a look at the state of the art. *ZDM – Mathematics Education*, 53, p. 723–735.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving.* Orlando, FL: Academic Press.

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), p. 19–28.

MATEMÁTICAS Y SU PARTICIPACIÓN EN EL CUIDADO DEL MEDIO AMBIENTE

Martha Guadalupe Escoto Villaseñor, *María del Rosario García Suárez*, *Beatriz Manjarrez Suárez*

mgescoto@ipn.mx, *marogasu@yahoo.com.mx*, *miss_betty@yahoo.com.mx*

Instituto Politécnico Nacional, México

Resumen

Ante los cambios y necesidades que se presentan en la era actual y frente al cambio de paradigma educativo, se requiere realizar una integración de aptitudes, conocimientos y capacidades frente a un análisis reflexivo acerca del papel que juega la enseñanza de las ciencias en un contexto de conciencia social, la cual se vea reflejada en el bienestar de una sociedad, en la mejora de la calidad de vida y en un ambiente sustentable.

Los ejes transversales incluidos en el currículo incluyen la concepción de compromiso social, que permitan asegurar e implementar el crecimiento sostenible del planeta mediante la integración de contenidos ambientales en el entorno, partiendo de incrementar un conocimiento que se integre en la formación de los estudiantes, para una actitud socialmente responsable hacia la naturaleza, promoviéndolo desde la identidad educativa en todos los entornos pedagógicos.

Mientras que el camino recorrido para el descubrimiento matemático comenzó en tiempos prehistóricos cuando se inventaron métodos para calcular cosas que necesitaban ser cuantificadas, podrían ser marcas en huesos, palos o piedra, una forma que pudiera parecer algo tosca pero confiable de referir la cantidad de algo. Las palabras y los símbolos finalmente se vincularon a los números, y los primeros sistemas numéricos surgieron para representar tipos de actividad, como la compra de artículos adicionales, el consumo de bienes almacenados o las operaciones aritméticas básicas.

Las matemáticas han seguido el desarrollo humano desde sus inicios, de ella han florecido grandes teorías y leyes que definen el curso de la historia, son indispensable para comprender, describir y predecir el entorno a nivel social y cultural. Hoy, cuando hablamos de la creación y desarrollo de tecnologías cotidianas como teléfonos móviles, computadoras y software, surgen a partir del conocimiento matemático.

McLoughlin y Lee (2007:1), sugieren: Nuestra sociedad se encuentra inmersa en un proceso de cambio continuo, cambios que en la era digital en la que vivimos se producen con gran rapidez. Si la sociedad cambia, los sistemas educativos también cambian, puesto que la sociedad determina los objetivos y fines educativos.

La base de esta propuesta didáctica e investigación educativa cualitativa, es presentar a las matemáticas y el medio ambiente unidos, para favorecer la conciencia sobre los problemas que afectan a la naturaleza y el medio ambiente provocado por el consumo y los residuos que se crean. Esta conciencia científico-social se puede generar desde los salones de clases en todos los niveles educativos, haciendo que los estudiantes tengan una visión más amplia del papel social que debe tener la ciencia, en este caso particular la enseñanza de la física y las matemáticas (González E, 2008), con la finalidad de crear cognición ambiental en las próximas generaciones de futuros profesionistas y la utilidad de las matemáticas para ampliar dicho conocimiento.

El objetivo de este trabajo realizado en el Nivel Medio Superior, del Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos No. 1 "Gonzalo Vázquez Vela", con tres grupos muestra (aproximadamente 150 estudiantes), se origina para presentar la integración de los ejes transversales en el currículo educativo, en la unidad de aprendizaje de Geometría Analítica, donde se muestra el problema real y cotidiano sobre los residuos, el cual permite reflexionar sobre nuestros hábitos diarios de consumo, cómo afectan a la naturaleza y nuestro entorno utilizando ecuaciones y gráficas para ampliar nuestro panorama en la problemática que se presenta.

La educación y el conocimiento, tienen un alto valor en el bienestar social; incluye el presentar problemas actuales para generar conciencia e interés para crear soluciones en el desarrollo urbano y la generación de basura que pareciera ser ignorado por el subconsciente.

La educación ambiental y las matemáticas, de esta forma contribuyen en el proceso de formación de una nueva identidad social para enfrentar los desafíos ambientales actuales.

El desarrollo acelerado de las sociedades actuales y la introducción de nuevas tecnologías en la vida cotidiana, hace que los científicos dedicados a las matemáticas tengan cada vez más una responsabilidad social y ambiental que cumplir (Bendala M., Pérez J., 20).

Lo que se presenta en la figura 1 es el enlace al video realizado para esta actividad, del cual agradeceremos sus comentarios para mejoras y sus sugerencias para alcanzar los objetivos de mejoras ambientales.

Figura 1. Matemáticas y el medio ambiente

https://youtu.be/mSOzLv2-724

Elaboración propia

En la mayor parte de los casos se asume que una actitud ambiental es posible mediante la educación, en la medida que esta sea capaz de producir en el educando el interés, preocupación y concientización sobre sí mismo y el medio. Así mismo es necesario que esta actitud ambiental está encaminada a una ética adecuada induciendo a gran escala a la generación de políticas y principios educativos a futuro. Dicho de otra manera, se piensa como un objetivo prioritario de la educación ambiental producir los conocimientos, actitudes y comportamientos pro-ambientales necesarios para poder actuar en consecuencia, (Arenas, 2009).

Se puede asegurar que si el conocimiento se adjunta a la creatividad tendremos innovación y si la innovación se mezcla con la educación se obtendrá una estrategia motivadora y de impacto, que permitan servir en el estudio de las matemáticas y crear conciencia sobre la problemática que está presente en el medio ambiente.

Las actividades extraescolares como: el ir guardando toda la basura que cada estudiante desecha en un dia e investigar cuánto tarda en degradarse, realizar los cálculos y graficas de cuanta basura aproximadamente se ha generado al transcurso de su vida y cuanta basura se tendrá en diez años ha permitido sembrar una semilla de interés y preocupación por el cuidado del medio ambiente.

Resulta de especial interés el incrementar esta práctica y presentar diferentes problemáticas ambientales en el aula que motiven a las nuevas generaciones en la creación de soluciones en su ámbito profesional.

El desafío es implementar este tipo de actividades y temas en matemáticas para que el estudiante tenga su propia cultura de desarrollo sostenible y se transmita esta cultura en toda la sociedad a través de la educación en todos los niveles y unidades de aprendizaje.

Bibliografía

Arenas, R. (2009). *Actitud de los estudiantes de educación de la universidad Autónoma Juan Misael Saracho hacia la educación ambiental*. (Tesis de doctorado Departamento de didáctica y organización educativa. Universidad de Sevilla, España) recuperado de http://tesis.com.es/documentos/actitud-estudiantes-universidad-autonoma-juan-misael-saracho-educacion-ambiental/

Bendala M., Pérez J. *Educación Ambiental: Práxis Científica y Vida Cotidiana, Descripción de un proyecto,* Revista Eureka Sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias 1, 233-239, (2004).

González E. *La Educación Ambiental en México Ante los Retos de la Cumbre Sobre el Desarrollo Sustentable*, Revista de Vinculación y Ciencia 10, 50-72 (2008).

McLoughlin, C. Lee, M. (2008). *The 3 P's of pedagogy for the networked society: Personalization, participation, and productivity. International Journal of Teaching and Learning in Higher Education,* 20(1). 10-27. Recuperado de: http://www.isetl.org/ijtlhe/articleView.cfm?id=395

AVANCES EN LA CARACTERIZACION DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO ESTRUCTURAL EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS RETADORES DE LA TEORÍA DE NÚMEROS EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Leonardo Favio Trujillo Diaz, Gerardo Antonio Chacón Guerrero
Leonardo.trujillo@uan.edu.co, gerardoachg@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño, Colombia

Resumen

En su escrito titulado La arquitectura de las matemáticas, la escuela bajo el seudónimo de Nicolás Bourbakí, lideró el enfoque estructuralista de la ciencia matemática, según sus autores el método axiomático, bien entendido, es el punto de unificación de la matemática. La evolución en la didáctica de la matemática ha atravesado por diferentes cambios, se fracasa con este movimiento, conocido como la matemática moderna, pues no se aprenden los conceptos ni las estructuras superiores y los estudiantes continúan sin dominar las rutinas básicas del cálculo y demás ramas de las matemáticas, entonces se producen nuevos movimientos renovadores conocidos como el retorno a lo básico, en donde priman la resolución de problemas y la matemática como actividad humana.

De acuerdo con (Mason, 2009) identificar las estructuras matemáticas es poderosamente productivo, en esta investigación se considera que centrar la atención en las estructuras debe ser una parte esencial de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, a diferencia de lo desarrollado con las matemáticas modernas, este proceso se debe lograr mediante la estrategia de la resolución de problemas retadores. El análisis de diferentes definiciones y representaciones matemáticas conducen a nociones abstractas. Por ejemplo, número o función pueden ser concebidas como objetos y operativamente como procesos, debate que aún persiste desde en análisis de la epistemología de la educación matemática, esta naturaleza dual según (Sfard A, 1991) aunque aparentemente incompatibles, son de hecho complementarios en los procesos de enseñanza aprendizaje en la resolución de problemas. La autora sostiene que la transición de las operaciones computacionales a los objetos abstractos se realiza en tres pasos: interiorización, condensación y cosificación, siendo este último muy complejo y en ciertos niveles podría prácticamente estar fuera del alcance para ciertos estudiantes.

El razonamiento estructural pertenece a una actividad metacognitiva de reorganizar el conocimiento adquirido en esquemas estructurados, según (Harel G, 2017) es una capacidad combinada para: buscar estructuras, reconocer estructuras, sondear estructuras, actuar sobre estructuras y razonar en términos de estructuras generales. Posteriormente, el mismo autor amplió está definición para incluir la justificación epistemológica, que se relaciona con la capacidad de ver cómo un conocimiento adquirido resuelve una perturbación experimentada.

En su artículo (Kyeran, 2020) Introduce la terminología pensamiento estructural, aunque no lo define formalmente. Su investigación se titula "descomposición, composición y recomposición de números en igualdades numéricas: pensamiento algebraico basado en un sentido de estructura" hace referencia a las estrategias algebraicas de transformar ambos lados de la igualdad con una tercera forma en común, y reescribir un lado de la igualdad en la misma forma que el otro lado. Las investigaciones en (Gronow M. M., 2020) y (Gronow M., 2021) han planteado que las habilidades del pensamiento estructural se deben desarrollar como un requisito previo para la comprensión de la matemática futura. Para desarrollar la habilidad de reconocer el pensamiento estructural, los maestros primero deben ser conscientes de la estructura matemática, para su análisis los investigadores utilizaron un marco emergente CRIG para categorizar la estructura matemática: conexiones con otros aprendizajes (C), reconocimiento de patrones (R), identificación de similitudes y diferencias (I) y generalización y razonamiento (G).

El objetivo general de esta investigación es avanzar en la caracterización del pensamiento matemático estructural de los estudiantes de educación básica secundaria a través de la resolución de problemas retadores de la teoría de números. Se pretende provechar los trabajos de Ana Sfard, Caroline Kieran y principalmente los de Harel y Gronow, para avanzar más en la caracterización del pensamiento matemático estructural, en esta ocasión en estudiantes de educación secundaria mediante la resolución de problemas retadores de la teoría de números, El mismo Harel en su artículo lo describe “al centrarnos en estas seis habilidades del razonamiento estructural, no pretendemos estar completos, esperamos que nuestro análisis genere interés para una mayor exploración, lo que a su vez puede conducir a la revisión o expansión de nuestra tipología”.

En la investigación se aplica una metodología basada en el diseño de manera general representada en forma más particular como una ingeniería didáctica, que constituye una metodología de investigación, la cual presenta entre sus principales características, una investigación basada en intervenciones didácticas en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza. con la cual se pretende analizar y comparar constantemente las formas de entender y las formas de pensar en los estudiantes cuando estos resuelven problemas de interés para esta investigación. En el estudio se asume un paradigma de investigación cualitativa, con un enfoque de investigación cualitativa.

Los resultados de esta investigación corresponden a un aporte práctico, correspondiente a diseñar y aplicar un sistema de actividades, actualmente se trabaja en este aspecto, este sistemas de actividades son estructuradas sobre la resolución de problemas basada en una investigación por indagación (IBME) (Dorier, 2020) se refiere al paradigma de la enseñanza de las matemáticas centrada en el estudiante, en el que se invita a ellos a trabajar de forma similar como lo hacen los matemáticos y los científicos. Las actividades aplicadas hasta el momento “Aritmética Congruencial del reloj” evidencian algunas de las categorías que Harel menciona en sus estudios de razonamiento estructural como son: la generalización de patrones y la reducción de una estructura desconocida a una familiar. La aplicación de la metodología de la ingeniería didáctica facilita el desarrollo de las actividades aplicadas y permite lograr los resultados propuestos. Finalmente, la investigación deberá concluir en un aporte teórico, que corresponde a diseñar una teoría local que permita avanzar en la caracterización el pensamiento matemático estructural.

Bibliografía

De Losada, M. F y Taylor P.J. (2022). Perspectives on mathematics competitions and their relationship with mathematics education. ZDM–Mathematics Education, 1-19.

Dorier, J. L. (2020). Inquiry-based mathematics education. Encyclopedia of mathematics education, 384-388.

Gronow, M. (2021). Noticing Structural Thinking through the CRIG Framework of Mathematical Structure. Mathematics Education Research Group of Australasia.

Harel, G. &. (2017). Structural reasoning. International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education, 225-242.

Kyeran, C. (2020). Decomposing, composing, and recomposing numbers in numerical equalities: algebraic thinking based on structure sense.

Mason, J. S. (2009). Appreciating mathematical structure for all. Mathematics Education Research Journal, 21(2), 10-32.

Michèle Artigue, R. D. (1995). Ingeniería didáctica en educación matemática. Bogota: Grupo Editorial Iberoamérica

PROCESOS REFLEXIVOS EN PROFESORES DE MATEMÁTICAS, DESDE LA PRESPECTIVA DE UN RESOLUTOR DE PROBLEMAS

Vianey Pérez Alamilla, Marcos Campos Nava
pe467845@uaeh.edu.mx, mcampos@uaeh.edu.mx
Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. México

Antecedentes: En los últimos años, el pensamiento reflexivo se ha vuelto un término de interés en el contexto educativo, especialmente en la formación profesional de los profesores. Diversos estudios como el de Agustan et al. (2017), Syamsuddin (2019), Muhammad Noor Kholid et al 2021, entre otros; han reportado que el pensamiento reflexivo tiene un impacto en la actividad mental del profesor, jugando así un papel esencial en la resolución de problemas; por tal motivo, es fundamental desarrollarse para enfrentar los desafíos y demandas del siglo XXI.

Objetivos: Esta investigación persigue proponer una caracterización de los procesos de pensamiento reflexivo. En el estudio se pretende determinar las características de esos procesos a través de la resolución de dos problemas matemáticos, uno de geometría (adaptado de Bjuland 2004) y el otro de formación de patrones numéricos; en donde se identifiquen las heurísticas que los profesores ponen de manifiesto.

Diseño Metodológico: Para realizar el estudio, se formaron pequeños grupos en un contexto colaborativo de resolución de problemas, como actividad de cierre de un curso que se llevó a cabo durante una semana, con sesiones de cuatro horas diarias, siendo la última sesión la actividad experimental. El alcance del estudio es descriptivo, mediante el empleo de un enfoque cualitativo.

Participantes: Esta investigación examinó a 15 profesores de matemáticas de secundaria y de bachillerato de diferentes instituciones públicas del estado de Hidalgo, México, de los cuales 9 estudian un posgrado en matemáticas y su didáctica mientras que el resto son profesores en servicio en la Secretaría de Educación Pública.

Recopilación de datos: Para obtener la información sobre los procesos reflexivos que emplean los profesores de matemáticas al resolver problemas, se eligieron, como se mencionó en párrafos arriba, un problema en el contexto de la geometría sintética y un problema en el contexto de identificación de patrones numéricos, los cuales fueron proporcionados en forma impresa durante la implementación, la investigadora principal que fungió como observadora, utilizó hojas de observación y aplicó encuestas vía Google Forms para refinar los datos. Los instrumentos pasaron por un proceso de revisión por expertos en investigación cualitativa e investigación de habilidades de pensamiento matemático. Para la captura de los datos se utilizó el método de pensar en voz alta, los cuales fueron registrados a través de una herramienta de grabación audiovisual.

Análisis de datos: Esta etapa de la investigación está en proceso de construcción porque en diciembre del año 2022 se aplicó la actividad experimental y recientemente se concluyó la transcripción de las grabaciones. Con base en dicha transcripción, se puede anticipar como resultado preliminar que el ritmo al que se profundiza el pensamiento reflexivo depende de los antecedentes matemáticos (conocimientos), contextos de experiencia de campo (años de servicio), de cómo relacionan dichos conceptos para resolver problemas, de los errores que comenten y la disposición que tienen para corregirlos y, qué tan convencidos están de las respuestas (Masingila, J., et al. 2018). El estudio incluye información relevante que permite describir las características del pensamiento reflexivo y así determinar niveles de reflexión que se irán obteniendo después de un análisis exhaustivo y profundo de los datos, además, esto servirá para obtener experiencias que podrían incorporarse en un programa de formación docente.

Palabras clave: pensamiento reflexivo, resolución de problemas, formación de profesores.

Referencias

Agustan, S. et al. (2017). Reflective thinking in solving an algebra problem: a case study of field independent-prospective teacher. J. Phys.: Conf. Ser. 893 012002.

Bjuland, R. (2004). Student teachers' reflections on their learning process through collaborative problem solving in geometry. *Educational Studies in Mathematics, 55*(1), 199-225.

Kholid, M., *et al.* (2021). Reflective Thinking of Mathematics Prospective Teachers' for Problem Solving. J. Phys.: Conf. Ser. 1783 012102.

Masingila, J., et al. (2018). Mathematical knowledge for teaching teachers: knowledge used and developed by mathematics teacher educators in learning to teach via problem solving. J Math Teacher Educ 21, 429–450. https://doi.org/10.1007/s10857-017-9389-8

Syamsuddin, A. (2020). Describing taxonomy of reflective thinking for field dependent-prospective mathematics teacher in solving mathematics problem. International Journal of Scientific & Technology Research 9(3):4418-4421.

TSG 2. LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL-GEOMÉTRICO A TRAVÉS DE LAS INTELIGENCIAS MÚLTIPLES EN EDUCACIÓN INFANTIL

Deisy Yasmine González Rojas
deisyyasmineg@gmail.com
Secretaría de Educación Distrital SED, Colombia
CTU USCTRAB, Colombia

Resumen

Esta investigación-acción, se fundamentó en el propósito de fortalecer el pensamiento espacial-geométrico a través de las inteligencias múltiples, en estudiantes de educación infantil, en el colegio Miguel Antonio Caro IED, de Bogotá, como producto de trabajo doctoral que se inició en el 2014 y finalizado en el año lectivo 2018. La presente, se enmarcó en un enfoque mixto, de tipo descriptivo, en una población de escolares, de educación básica primaria, de grados tercero y quinto. La recolección de información se basó en la técnica de observación directa, en conjunción con los resultados logrados por los educandos, en las pruebas estatales SABER primaria y datos obtenidos con la aplicación del cuestionario del profesor, para diagnosticar inteligencias múltiples en primaria de Armstrong (2001); y la adaptación de Prieto y Ballester (2003). Estimados los datos perfilados, se concluyó, en la necesidad de mediar académicamente, por medio del diseño y ejecución de un programa de intervención pedagógica, estructurado con estrategias dinamizadas, desde las inteligencias múltiples, conducentes al afianzamiento del pensamiento espacial-geométrico, en los colegiales, lográndose potenciar habilidades y competencias matemáticas, propias del pensamiento espacial-geométrico.

Teniendo en cuenta que, desde hace tiempos inmemoriales, a la educación se le ha asignado la función de orientar y promover conocimientos, con la pretensión de estructurar aprendizajes significativos, productivos y que éstos, a su vez resulten ser transversales, además, de que también conlleven éstos al razonamiento analítico, en y durante los procesos sociales-educativos, surgió la inquietud pedagógica de considerar la mitigación y mejoramiento de

falencias identificadas en el ejercicio cotidiano en el aula de clase, con escolares de Educación Básica Primaria o Infantil; de ahí que, el estudio investigativo, se efectuó en y desde la praxis escolar, en un colegio de carácter público, ubicado en la ciudad capital de Colombia, Bogotá D.C. En consecuencia, la formación integral en los primeros años de vida escolar, requieren de un accionar pedagógico comprometido y secuencial, con miras a estimar las particularidades de los educandos, para así promover aprendizajes sólidos y significativos. A continuación, Mota (2016), expresa que: "[…] la educación primaria, se percibe como multicultural y cambiante, a lo que se añaden las diferencias personales de cada individuo en capacidades, situaciones transitorias o formas de entender la vida […]" (pág. 141).

Los grados que estructuran la Educación Primaria, en Colombia y sus particularidades, suministran recursos propicios que contribuyen al enriquecimiento de las fortalezas constituyentes de las inteligencias, la creatividad, las competencias matemáticas básicas, notables para el desarrollo holístico del ser humano, sin excluir los adelantos actuales que conforman la cotidianidad y sus condiciones afines con los desempeños matemáticos, sus estructuras propias y las pericias humanas que reforzadas apuntalan potencialidades tanto. Como, Rodríguez (2022) expresa:

La estimulación adecuada desde una edad temprana favorecerá el desarrollo fácil y sin esfuerzo de la inteligencia lógico-matemática y permitirá al niño/a introducir estas habilidades en su vida cotidiana. Esta estimulación debe ser acorde a la edad y características de los pequeños, respetando su propio ritmo, debe ser divertida, significativa y dotada de refuerzos que la hagan agradable.

De acuerdo con, la observación directa, individual y no estructurada, durante las prácticas académicas diarias y la implementación del programa de intervención pedagógica, diseñado y ejecutado para los niveles de quinto y tercero de Educación Primaria o infantil, en espacio escolar, se estimó dentro de su estructura, plasmar reflexiones y análisis de manera sistemática, relacionando actitudes logradas a partir de la interacción en tiempo escolar, con cada grupo de educandos. Notándose con las observaciones, que la mayoría de los escolares de Educación Primaria o infantil, presentaban escaso interés por las actividades matemáticas, adicionalmente, bajo desempeño académico, no solamente en las pruebas institucionales, sino también, en las pruebas estatales SABER primaria; se pretendió dinamizar las clases para buscar la mitigación principalmente del desánimo por el área académica. El quehacer pedagógico, enmarcado en las acciones y/o estrategias, direccionadas en la escuela o centro educativo, en y durante los primeros grados de escolaridad, tendrá una gran influencia en los procesos de formación del educando. En tal sentido, Rodríguez, García y Fuentes (2020), afirman que: "[…] todo proceso de aprendizaje, desde los primeros años de vida, constituye un eje central en la formación del hombre como ser social e individual" (pág. 231).

Desde los lineamientos básicos de Educación Básica Primaria colombiana, se proyecta al desarrollo de habilidades y destrezas, como fundamento de esta etapa escolar y que requiere de la mediación activa docente. La modelación que se crea y recrea desde los espacios pedagógicos y direccionados pedagógicamente, permean la forma de aprender y desaprender saberes, con el propósito expreso de potenciar el desarrollo de habilidades y destrezas variadas que impactan y enriquecen a su vez el progreso en el manejo de conceptos y contenidos propios de las matemáticas, a partir de su compendio de pensamientos matemáticos, que la conforman, sean éstos: el aleatorio, numérico, métrico, variacional y el espacial. La didáctica de la matemática se afecta y beneficia, desde la dinámica de su propia enseñanza, con el empleo de situaciones cotidianas y enriquecidas con los recursos técnicos y tecnológicos del ámbito circundante, en

conjunción con la interacción efectiva lograda, en el marco de una articulación orientada al logro de fortalecer las diferentes inteligencias, que en 1983 Howard Gardner ubicó en ocho expresiones de capacidades humanas, a saber: Inteligencia lingüística, inteligencia musical, inteligencia lógico – matemática, inteligencia corporal – cinestésica, inteligencia espacial, inteligencia intrapersonal, inteligencia interpersonal y la inteligencia naturalista; a partir de actividades orientadas desde el espacio escolar.

Palabras clave: pensamiento; inteligencia; matemáticas; geometría; educación.

Bibliografía

Armstrong, T. (2001). *Inteligencias Múltiples: cómo descubrirlas y estimularlas en sus hijos*. ISBN: 9580464081. San José, Costa Rica: Grupo Editorial Norma.

Mota, J. (2016). *Supervisión Vs Calidad Educativa en Educación Primaria*. Revista Scientific, 1(2), 131-146, e-ISSN: 2542-2987. Recuperado de: https://doi.org/10.29394/scientific.issn.2542-2987.2016.1.2.8.131-146

Prieto, M., & Ballester, P. (2003). *Las inteligencias múltiples: Diferentes formas de enseñar y aprender*. ISBN: 84-368-1820-2. España: Ediciones Pirámide.

Rodríguez, C. (2022). *Pensamiento matemático: 10 estrategias para estimular su desarrollo*. Recuperado de: https://educrea.cl/pensamiento-matematico-10-estrategias-estimular-desarrollo/

Rodríguez, M., García, W., & Fuentes, C. (2020). *Valores éticos y emociones desde el desarrollo de metodologías activas en la formación docente*. Revista Scientific, 5(15), 229-246, e-ISSN: 2542-2987. Recuperado de: https://doi.org/10.29394/Scientific.issn.2542-2987.2020.5.15.11.229-246

EL JUEGO, UNA ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES 2X2 EN ESTUDIANTES CON TDAH.

Deivis Haridson Pacheco Ramírez, Mirsa Ester Silvera Bornacelli, Eddie Rodríguez Bossio.
dhpacheco@mail.uniatlantico.edu.co, *mesilvera@mail.uniatlantico.edu.co*,
eddierodriguez@mail.uniatlantico.edu.co.
Universidad del Atlántico, Colombia.

Resumen.

Estudios previos han demostrado que el Trastorno de Déficit de Atención con Hiperactividad (TDAH) afecta el desempeño académico y está asociado a las Dificultades de

Aprendizaje las Matemáticas (DAM) de los estudiantes que padecen el trastorno. Por tanto, es necesario el diseño e implementación de estrategias didácticas, que potencien el aprendizaje de las matemáticas de la población de estudiantes con TDAH.

Conectado a la relación entre la diversidad estudiantil y las dificultades de aprendizaje, surge la inclusión en el ámbito educativo. En Colombia se establece la educación inclusiva dentro del marco legal colombiano, siendo dirigida a la población con discapacidad, para fomentar su acceso y permanencia educativa con calidad (Decreto 1421 de 2017, MEN, 2019). Además, la UNESCO, UNICEF, ONU y otros gobiernos consideran imprescindible fortalecer el sistema educativo para brindar un servicio y atención a la diversidad estudiantil mediante la inclusión educativa, utilizando recursos con fines educativos para la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Así, la enseñanza inclusiva las matemáticas ha sido estudiado por muchos investigadores como Mercado et al. (2021) en su artículo, *Fortaleciendo Habilidades del Pensamiento Crítico en Estudiantes con TDAH, a través de Ecuaciones Lineales*, donde expone que pese a la condición del estudiante, puede fortalecer las habilidades del pensamiento crítico, mediante acompañamiento y seguimiento pertinente, implementando y usando adecuadamente herramientas lúdicas, materiales concretos y estrategias didácticas que el estudiante considere interesantes, agradables y le generen curiosidad.

Además del uso de materiales concretos, la tesis de especialización de Fuentes y Fuentes (2020) plantea la enseñanza de las matemáticas por medio de las TIC y mecanismos didácticos de material manipulativo, como estrategia que beneficia el proceso de enseñanza aprendizaje en los niños utilizando herramientas lúdicas que rompen posturas rígidas y el quehacer pedagógico tradicional. En su investigación, identificaron la necesidad e importancia del uso de actividades lúdicas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, tanto en docentes como en estudiantes; y el impacto en los últimos de las TIC y los materiales manipulativos, motivando la participación que se refleja en la mejora del desarrollo académico y la disminución de la deserción escolar.

Articulado a estos estudios, la presente investigación tiene como objetivo implementar juegos, como estrategias didácticas y herramientas lúdicas para el aprendizaje de los métodos de solución (reducción y gráfico) de sistemas de ecuaciones lineales 2X2 en estudiantes con TDAH de 9° grado de la Institución Educativa Diversificada Oriental del municipio de Santo Tomás, Atlántico, Colombia en el año 2022. A su vez, esta investigación adopta un enfoque cualitativo, que describe e interpreta diversas las fuentes y resultados del estudio; su diseño se basa en la observación participación activa, por tanto, la mayoría de las actividades diseñadas requieren la participación del docente como guía, prevaleciendo la observación. La investigación corresponde a un estudio de caso, donde los sujetos de estudios fueron seleccionados mediante un muestreo de criterio que conllevaron a elegir dos estudiantes de 9° grado.

Para alcanzar los objetivos planteados, el grupo investigativo implementó una serie de diferentes juegos correspondientes a las temáticas abordados que complementan al desarrollo del aprendizaje de los estudiantes con TDAH. Ahora bien, los juegos no se limitan a estudiantes con TDAH, pues también se pueden ejecutar con estudiantes regulares, debido a su dinamicidad, son fáciles de implementar y de libre acceso, dado que los juegos pueden hallarse en páginas de internet gratuitas y pueden ser adaptados con materiales manipulables de bajo costo.

Tras la implementación de los juegos, se analizaron los hallazgos que demuestran un incremento en la motivación de los estudiantes hacia el aprendizaje cuando los docentes implementan juegos educativos, lo que facilita el desarrollo de actividades. Estos juegos físicos y virtuales incidieron en la mejora del aprendizaje de los estudiantes de la temática; no obstante, cada uno desarrolló habilidades en cuanto a un aprendizaje en concreto, uno hacia el método de reducción y otro estudiante al gráfico, mostrando que cada estudiante opta por el método de solución que le genere mayor comodidad. Comparando los resultados individualmente, se revela que la solidez de las bases matemáticas de los estudiantes incide en sus resultados.

A partir de los resultados de este estudio podemos concluir que se debe priorizar el afianzamiento de los conceptos básicos matemáticos, para mitigar los errores de los estudiantes al realizar operaciones básicas y despejar variables. Similarmente, aunque los estudiantes tengan una mejoría de la misma cantidad, no significa que estén al mismo nivel, puesto que esto es influenciado por factores como la práctica autodidacta. Uno de los sujetos demostró ser autodidacta, es decir, una persona que se instruye a sí misma, al solicitar juegos extra a los utilizados durante las clases, lo que incidió en la mejora de su aprendizaje.

Por tanto, los docentes pueden fomentar una cultura de aprendizaje en los estudiantes mediante los juegos. Ahora bien, es necesario que estos consideren y evalúen los juegos apropiados para las temáticas abordadas y que satisfagan las necesidades de sus estudiantes. Sin embargo, actualmente se requiere de mayor literatura científica relacionada con juegos para la enseñanza de las matemáticas, tanto virtuales como físicos que tengan en cuenta diferentes contextos en lo que se desempeñan los estudiantes.

Bibliografía

Fuentes, E. y Fuentes, J. (2020). *La implementación del uso de las TIC y la construcción de material manipulativo como estrategia lúdica para el aprendizaje de las matemáticas*. Fundación Universitaria Los Libertadores. https://repository.libertadores.edu.co/bitstream/handle/11371/3307/Fuentes_Fuentes_2020.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Mercado, S., Villadiego, K. y Rodriguez, E. (2021). Fortaleciendo Habilidades del Pensamiento Crítico en Estudiantes con TDAH, a través de Ecuaciones Lineales. *Revista Conocimiento Investigación y Educación. CIE, 1*(11), 44-54.

Minsterio de Educación Nacional. (2006). Portafolio de modelos educativos. https://bit.ly/2BEW0xP
Ministerio de Educación Nacional. (2019). Decreto 1421 de agosto 29 de 2017. https://www.mineducacion.gov.co/portal/normativa/Decretos/381928:Decreto-1421-de-agosto-29-de-2017
Ministerio de Educación Nacional. (2022). Derechos Básicos de Aprendizaje en matemáticas. DBA v.2. Matemáticas. https://colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/files_public/2022-06/DBA_Matematicas-min.pdf

EL DÍA QUE GAUSS DECIDIÓ CONVERTIRSE EN MATEMÁTICO

Augusto Silva Silva, Diana María Silva Sierra, Mauricio Penagos
Augusto.silva@usco.edu.co, disilva@unal.edu.co, mauriciopenagos@usco.edu.co
Universidad Surcolombiana, Colombia

Resumen.

La implementación en el aula de las construcciones geométricas con regla y compás fue por mucho tiempo un tema central de los cursos de geometría euclidiana. Esta era una de las formas de comprender las propiedades intrínsecas de los objetos geométricos: conociendo las condiciones que definen su construcción. Rescatando esta idea, nos enfocaremos en el razonamiento geométrico y la destreza manual, utilizando la regla y el compás para construir el heptadecágono regular, polígono construido por el matemático alemán Karl Friedrich Gauss. Es bien sabido que, las construcciones manuales han sido desplazadas rotundamente por la aparición e implementación de las TIC, inclusive en la formación del profesor de Matemáticas. Así las cosas, se ofrece el paso a paso, de la manera de construir el mencionado polígono de la manera como lo hizo Gauss.

Karl-Friedrich Gauss (Alemania, 1977-1855), también conocido como el príncipe de las matemáticas, se dice que, “primero aprendió a calcular antes de hablar”[2]. Tan así que, a los ocho

[2] https://ele.chaco.gob.ar/mod/book/view.php?id=92657&chapterid=3268

años mostró su genio precoz al encontrar la suma de los primeros cien números naturales, un problema propuesto por su profesor para ocupar a sus alumnos. Interesado siempre por las matemáticas, a los 19 años logra construir con regla y compás el polígono regular de 17 lados, con lo que decide hacerse matemático. Esta construcción fue tan importante en su vida que pidió que su tumba fuese adornada con este polígono. La mayoría de los libros de matemáticas hacen referencia a Gauss, no sólo por la gran variedad de aportes: La Campana de Gauss, El Método de Gauss-Jordán, Los Enteros Gaussianos, El Teorema de Gauss y La Ley de Gauss entre otros.

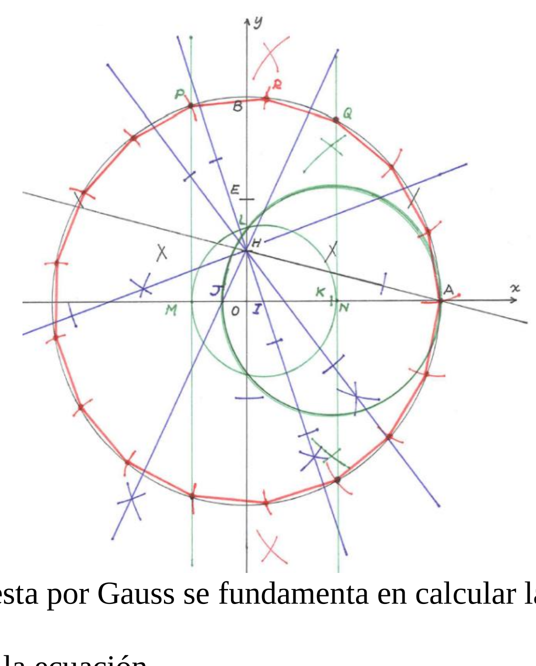
En relación con la importancia de las construcciones geométricas con regla y compás, Chipatecua (2015), afirma que los trazos precisos utilizando estos instrumentos permiten combinar gran cantidad de conceptos geométricos y promueven el desarrollo de capacidades prácticas y estéticas. Así mismo la geometría favorece el desarrollo de procesos mentales para el crecimiento cognitivo y los dos instrumentos mencionados posibilitan la integración. El mismo Chipatecua (2015) afirma que, las construcciones con regla y compás fueron relevantes en la historia de la matemática, ya que permitieron resolver ciertos problemas que motivaron grandes adelantos y nuevas formas de pensar; sirvieron de cimiento para el pensamiento griego y para buena parte de la matemática que apareció después; posibilitaron la construcción de las secciones cónicas, el cálculo aproximado del número de oro, las curvas trascendentes, inclusive el método de exhaución que precedió del cálculo de límites.

Metodología. Por el carácter práctico de la propuesta, se propone una investigación acción participativa, ya que se trata de poner en juego estrategias grupales colaborativas que favorezcan la comprensión al realizar las construcciones. En el aula debe ser evidente una interrelación profunda entre el docente, los estudiantes y contenidos matemáticos.

Construcción del Heptadecágono Regular. Las instrucciones son las siguientes:

En un sistema de coordenadas cartesianas trazar una circunferencia centrada en el origen de un radio arbitrario OA. Esta circunferencia determina un punto B en el eje y.

1. Dividir el segmento OB en 4 segmentos iguales para localizar el punto H. Esto se logra bisectando el segmento OB para localizar el punto medio de OB, digamos E y luego bisectando el segmento OE, para determinar el punto H.
2. Trazar la recta determinada por los puntos H y A.
3. Bisectar el ángulo $\sphericalangle OHA$.
4. Bisectar el ángulo formado por OH y la bisectriz trazada en la instrucción anterior, para determinar el punto I en el eje x.
5. Construir la perpendicular al segmento HI en el punto H.
6. Bisectar el ángulo recto formado por el segmento HI y la perpendicular trazada en el punto anterior para determinar el punto J en el eje x.
7. Construir el punto medio del segmento JA, digamos K, y trazar la circunferencia centrada en K y de radio JK(=KA), para localizar el punto L en el eje y del sistema de coordenadas.
8. Trazar la circunferencia centrada en I, de radio IL, para determinar los puntos M y N sobre el eje x.
9. Trazar rectas paralelas al eje y por los puntos M y N. Estas dos paralelas determinan dos puntos P y Q sobre la circunferencia inicial. Estos dos puntos son vértices del heptadecágono.
10. Bisectar el arco PQ para determinar el punto R sobre la circunferencia inicial el cual es otro vértice del heptadecágono.
11. Transportar el segmento RQ en forma consecutiva, las veces que sean necesarias, sobre la circunferencia inicial para obtener los vértices restantes del polígono.



La construcción propuesta por Gauss se fundamenta en calcular las raíces diecisieteavas de la unidad, es decir, resolver la ecuación

$$z^{17} - 1 = 0$$

Usa el hecho de que 17 es un número primo y puede escribirse en la forma $17 = 2^4 + 1$. Las raíces de esa ecuación pueden calcularse resolviendo varias ecuaciones de segundo grado, y como las soluciones de las cuadráticas pueden construirse con regla y compas, se deriva de forma inmediata que el polígono de 17 lados también lo es. En particular, Gauss estableció el resultado siguiente:

$$cos\frac{2\pi}{17} = -\frac{1}{16} + \frac{1}{16}\sqrt{17} + \frac{1}{16}\sqrt{34 - 2\sqrt{17}} + \frac{1}{8}\sqrt{17 + 3\sqrt{17} - \sqrt{34 - 2\sqrt{17}} - 2\sqrt{34 + 2\sqrt{17}}}$$

Esta expresión, solo contiene sumas, restas, multiplicaciones, cocientes y extracción de raíces cuadradas, así que $cos\frac{2\pi}{17}$ es construible con regla y compás al estilo de la Matemática Griega. En consecuencia, el ángulo $\frac{2\pi}{17}$ también es construible y el lado del heptadecágono también puede construirse. Con ocho cifras decimales, la expresión anterior proporciona:

$$cos\frac{2\pi}{17} = 0{,}93247222$$

Bibliografía

Aaboe, A. (1963). Episodes from the early history of mathematics (Vol. 13). MAA.

Bell, E. T. (1948). Los grandes matemáticos. Buenos Aires: Editorial Losada, 165-198.

Peñuela Chipatecua, C. A. (2015). Construcción de Poligonos Regulares con Regla y Compás para Desarrollar el Pensamiento Geométrico en Estudiantes de Grado Séptimo.

Courant, R., & Robbins, H. (1955). ¨ Qué es la matemática? Una exposición elemental de sus ideas y métodos (No. 510/C85wE).

Gray, J. (2018). A history of abstract algebra. From Algebraic Equations to Modern Algebra, Cham: Springer Nature Switzerland.

Paul, C. J. (1986). Historia de las matemáticas Vol II. Siglo XXI, España.

https://recuerdosdepandora.com/ciencia/matematicas/el-dia-que-gauss-decidio-convertirse-en-matematico/

https://web.archive.org/web/20170506033918/http://www.3villagecsd.k12.ny.us:80/wmhs/Departments/Math/OBrien/gauss.html

AVANCES SEMIÓTICOS DESDE LA MÉTRICA Y EL ÁNGULO PARA LA ARTICULACIÓN DE LA GEOMETRÍA Y EL APRENDIZAJE TRIGONOMÉTRICO

Johan Manuel Orozco Belalcázar, Eliécer Aldana Bermúdez, Carlos Alberto Abello Muñoz
jomb9228@gmail.com , eliecerab@uniquindio.edu.co, caabello@uniquindio.edu.co
Universidad del Quindío, Colombia

Resumen.

Esta ponencia hace parte de una investigación en el marco del Proyecto de Tesis de Maestría. La cual busca presentar algunos avances en la articulación del razonamiento geométrico y el aprendizaje de la trigonometría partiendo desde la métrica y el ángulo como objetos matemáticos de investigación, mediante los registros de representación semiótica, cuyo proceso metodológico utiliza las fases del Modelo de Van Hiele (Fouz, F., & De Donosti, B. 2005). La métrica y el ángulo son objetos matemáticos geométricos fundamentales para el estudiante al momento de crear y transformar el mundo a partir de los sentidos, el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2004) a firma que la geometría tiene una larga historia siempre ligada a las actividades humanas, sociales, científicas y tecnológicas. El aspecto teórico de investigación esta apoyado en los registros de representación semiótica de Duval (2019) para avanzar en los estándares básicos (MEN, 2006) de la educación media en el área y como metodología de investigación un enfoque de tipo cualitativo interpretativo que busca analizar la realidad social en el aprendizaje de la trigonometría implementando el diseño de secuencias didácticas para alcanzar las fases del modelo de Van Hiele.

En la revisión de la literatura se encuentran investigaciones como *Avances En La Caracterización Del Pensamiento Geométrico A Través De La Resolución De Problemas Trigonométricos No Rutinarios* (Pinzón, 2022) que presentan la existencia de dificultades y errores en el aprendizaje de la trigonometría y busca una caracterización desde el pensamiento geométrico al establecer una comparación lineal entre trigonometría y geometría. También en el proceso de investigación se encuentra *Tipificación De Errores Y Dificultades En El Desarrollo De Las Funciones Trigonométricas De Estudiantes De Grado Décimo* (Zubileta, 2018) quien establece en su proceso de investigación una lista de errores y dificultades en el aprendizaje de

las funciones trigonométricas desde una modalidad de monografía que realiza una investigación desde la historia y epistemología de la enseñanza de la trigonometría que muestra que los errores y dificultades están presentes a lo largo de la educación matemática moderna, por ende, y surgió la pregunta de investigación *¿Cómo la métrica y el ángulo articulan el razonamiento geométrico y el aprendizaje de la trigonometría para alcanzar los estándares básicos de matemática en grado decimo?*

Los avances semióticos declarados en los resultados en los avances de la investigación se lograron con la adaptación de tres secuencias didácticas como lo expresa Tobón (2010), como el conjunto de actividades de aprendizaje y evaluación que buscan determinadas metas educativas, estructuradas bajo las propiedades de las fases del modelo de Van Hiele de secuencialidad y continuidad (Vargas, G. V., & Araya, R. G, 2013).

En consecuencia, las prácticas matemáticas en el aula pusieron en evidencia que los estudiantes cuando se les asignan actividades de aprendizaje que generan el pensamiento y la articulación de la métrica al momento de determinar cada ángulo del círculo trigonométrico, surge el concepto de continuidad de las funciones Seno y Coseno, y el avance de la construcción del concepto de periodicidad de la función, porque razonan sobre el ángulo de revolución; la representación semiótica escrita "el número de vueltas dadas a un ángulo giro" encontrada en *la fase 1 de información*, es convertida en la *fase 4 de orientación libre*, en la representación gráfica y tabular de la función Seno, en la cual el estudiante mediante flechas, indica la periodicidad y de forma oral explica que los valores de la tabla se vuelven periódicos a partir de 2π y los valores negativos de los ángulos.

Palabras clave: Razonamiento geométrico, trigonometría, modelo vena hiele a, articulación, representaciones semióticas, métrica y ángulo.

Bibliográfia

Duval, R., & Sáenz, A. (2016). Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas (pp. 1-264). Universidad Distrital Francisco José de Caldas..

Fouz, F., & De Donosti, B. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. *Un paseo por la geometría*, *16*, 67-81.

MEN (2004). *Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales.* Dirección de Calidad de la Educación Preescolar, Básica y Media. Bogota, Colombia.

MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en lenguaje, matematicas, ciencias y ciudadanas. *Revolución Educativa*, (3), 1–184. https://doi.org/958-691-290-6

Pinzón Cardozo, M. (2022). Avances en la caracterización del pensamiento geométrico a través de la resolución de problemas trigonométricos no rutinarios.

Tobón, S. T., Prieto, J. H. P., & Fraile, J. A. G. (2010). *Secuencias didácticas: aprendizaje y evaluación de competencias* (Vol. 1, p. 216). México: Pearson educación.

Vargas, G. V., & Araya, R. G. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. Uniciencia, 27(1), 74-94.

Zubieta, J. (2018). Tipificación de errores y dificultades en el desarrollo de las funciones trigonométricas de estudiantes de grado décimo.

PENSAMIENTO GEOMÉTRICO A TRAVÉS DEL DIBUJO EN CUADRÍCULA EN NIÑOS DE BÁSICA PRIMARIA DEL CER GUADUALITO, EL SANTUARIO, ANTIOQUIA, COLOMBIA

Juan Guillermo Ramírez Orozco
juanguillermo@jibop.edu.co
Universidad de San Buenaventura, Colombia

Resumen

El pensamiento geométrico es uno de los pilares de la educación matemática fundamentada desde los lineamiento curriculares (Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 1998) para lo cual se han diseñado estándares que orientan lo que se debe aprender (Ministerio de Educación Nacional, 2006), entre estos estándares de geometría se encuentran los que se muestran en la tabla 1

Tabla 1 Estándares de pensamiento geométrico y espacial de primaria

Estándares geometría	
Grado 1- 3	**Grado 4-5**

Reconozco nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia.	Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características
Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales.	Identifico, represento y utilizo ángulos en giros, aberturas, inclinaciones, figuras, puntas y esquinas en situaciones estáticas y dinámicas.
Reconozco y aplico traslaciones y giros sobre una figura.	Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.
Reconozco y valoro simetrías en distintos aspectos del arte y el diseño.	Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.

Fuente: Ministerio de Educación Nacional, 2006

Por tal motivo el pensamiento visual juega un papel fundamental en el la adquisición de los estándares de geometría, pues la imagen acompaña el aprendizaje geométrico en cuanto que el niño identifica figuras, ángulos, vértices, lados entre otros (Sepúlveda et al., 2005), es así como surge la necesidad de enseñar geometría de la forma más sencilla y lúdica entendiendo las habilidades y gustos de los niños, para lo cual se diseñó una estrategia que vinculara el arte, la geometría y lo visual para fortalecer los aprendizajes y la adquisición de los estándares (Vanegas et al., 2005), cuyo objetivo es fortalecer el aprendizaje de la geometría a través del pensamiento visual utilizando el dibujo en cuadrícula con niños de la Escuela Nueva CER Guadualito de El santuario, Colombia.

Metodología: la técnica utilizada fue la investigación acción, en la cual los estudiantes y el maestro interactuaron dentro aula a través de ejercicios artísticos en el cuaderno cuadriculado posibilitando el pensamiento visual. Cada semana durante un año académico del 2021 los estudiantes desarrollaron diferentes figuras sobre las cuáles se les enseñaban conceptos de geometría.

Resultados:

Se trabajaron en total 40 semanas de dibujo geométrico, con una dedicación de una hora semanal, los niños dibujaron figuras de animales y objetos, estos fueron hechos en distintos tamaños, posiciones como se evidencia en la imagen 1 evidencias del trabajo.

Imagen 1. Evidencias de trabajo

Nota: Fuente propia

En términos generales hubo un trabajo articulado entre docentes y estudiantes que posibilitó la enseñanza de conceptos geométricos y esto se observó primero en la motivación para realizar las figuras y responder a las preguntas del docente cuando estás tenían un momento específico para formularse.

Finalmente se integró arte, geometría y pensamiento visual expresando como el saber debe ser articulado entre diferentes áreas para ser lúdico y propiciar aprendizajes globales, significativos y perdurables en el tiempo.

Referencias

Ministerio de Educación Nacional. (2006). estándares básicos de competencias en lenguaje,matemáticas y ciencias ciudadanas.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (1998). Lineamientos curriculares de matemática (Ministerio de Educación Nacional (ed.)).

Sepúlveda, R. E., Ospina, C. H., & González, J. M. (2005). Pensamiento espacial y sistemas geométricos. In Interpretación e implementación de los estándares básicos de matemáticas (pp. 69–94). Gobernación de Antioquia.

Vanegas, M. D., Gutiérrez, J. M., & Galarcio, A. (2005). Los estándares curriculares del pensamiento métrico para la educación matemática (Una propuesta de trabajo de aula). In Interpretación e implementación de los estándares básicos de matemáticas SEPARADOR (pp. 96–114).

PROCESOS ASOCIADOS AL PENSAMIENTO METRICO EN LA RECONSTRUCCIÓN DE RESULTADOS AVANZADOS DE LAS MATEMÁTICAS A PARTIR DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Jaider Figueroa Flórez, Stefani Galvis Toro, María Juliana Lopera
jafigueroaf@unal.edu.co, stgalvist@unal.edu.co, mloperat@unal.edu.co

Resumen

En la actualidad se estudia a nivel mundial cinco líneas de investigación asociadas al proceso de enseñanza y aprendizaje de la medida (EAME) con el objeto de comprender mejor las condiciones y limitaciones en la medición de la enseñanza y el aprendizaje en contextos internacionales (desde niveles primarios hasta universitarios) y considerar algunos cambios posibles. Dentro de estas líneas se destacan dos: *Conexiones entre la medición y otros temas matemáticos* y la *Estimación de cantidades (geométricas)*. La primera intenta buscar respuesta a la pregunta ¿hasta qué punto se puede utilizar la medición como vehículo para conectar y vincular otros temas matemáticos (como números, operaciones, proporciones, álgebra, estadística o geometría)? La segunda busca indagar ¿cómo los investigadores, los profesores o los planes de estudio abordan la estimación de cantidades?, así como, por ejemplo, la medida en que la estimación fomenta o no la comprensión conceptual de la medición (ICME 14, 2020).

El presente trabajo toma como referencia estas dos líneas e intenta en el contexto de la educación superior ir más allá del sólo proceso de EAME, tratando de indagar por aquellos procesos trascendentales, sistemáticos y continuos que repite un estudiante al momento de estimar la medida no sólo de magnitudes geométricas sino también de magnitudes

covariacionales (como las relacionadas con el cálculo diferencial, las ecuaciones diferenciales y la estadística). Estos procesos o habilidades denominados por (Cantoral, Farfán y otros, 2006) y Cantoral (2019) como prácticas sociales en su teoría socioepistémica y por Chevallard (1999) como praxiologías en la teoría antropológica de lo didáctico, son indispensables para avanzar en la caracterización del pensamiento matemático en el contexto de la medida o lo que se denomina pensamiento métrico, y la manera en que estos trascienden hacia la coconstrucción, reconstrucción o construcción de resultados avanzados de las matemáticas en el nivel superior.

El trabajo busca además rescatar el trabajo con la medida, debido a la poca importancia que se da al proceso de medir, debido quizás a que se entiende como fácil o que todo el mundo está en la competencia para hacerlo, o a un tema más de desconocimiento de sus potencialidades. Al respecto algunos investigadores expresan lo siguiente

- El tratamiento de los sistemas métricos desde concepciones epistemológicas y didácticas es sesgado, descuida por un lado el desarrollo histórico de la medición y por otro reduce el proceso de medir a la mera asignación numérica (MEN, 1998).
- El aprendizaje débil de la medición, particularmente de los principios conceptuales que subyacen a los procedimientos de medición, socava la capacidad de los estudiantes para aprender y comprender contenido matemático y científico más avanzado y, por lo tanto, su acceso a tipos importantes de trabajo especializado, tanto profesional como no (Smith, Heuvel Panhuizen y Teppo, 2011).
- Podríamos usar la medición como contexto para introducir temas matemáticos centrales como los números enteros negativos y el álgebra, o más generalmente usar la medición como hilo conductor (Barrett y otros, 2011).
- El sentido de la medida no se desarrolla con procedimientos mecanizados que se trasfieren en el aula sin relación con la cotidianidad, ni con conversión memorísticas, sino que lo aprendido en el aula debe ser de utilidad para las actividades cotidianas de los estudiantes y es ahí donde existe evidencia que el sentido de la medida no se ha desarrollado de la mejor manera (Alpizar, 2014).

En este trabajo se entiende el pensamiento matemático en la manera de Mason, Burton y Stacey (2010) y Falk (2012). El enfoque de resolución de problemas se entiende a la manera de Brousseau (1997) y Moreno y Waldegg (2002), es decir, como un instrumento de mediación cognitiva detonante de la actividad matemática en el aula de clases. Sobre la construcción del conocimiento se apoya en el constructivismo social de Vigostky (1978) y Ernest (1991).

Metodología: El trabajo corresponde al enfoque cualitativo de alcance explicativo. El diseño se basa en la teoría fundamentada (Corbin y Strauss, 2002) y la teoría basada en estudios de diseño (McKenney y Reeves, 2012), que se dinamiza durante el proceso de intervención mediante 4 actividades en el marco de 2 tipos de problemas: problema de estimación de cantidades geométricas (del cálculo integral) y problema de estimación en el contexto de la variación (de las ecuaciones diferenciales).

El trabajo se desarrolla con estudiantes de pregrado de la Universidad Nacional de Colombia sede Manizales, de los cursos de cálculo integral y ecuaciones diferenciales. Se usan como fuentes de información las producciones escritas de los estudiantes y las comunicaciones asimétricas entre estos y el profesor.

Resultados: Dentro de los resultados encontrados destacamos los siguientes: Avances en reconocimiento y percepción del proceso de capturar medidas continuas a partir de la discretización de medidas preestablecidas para usarlas en la estimación de la medida del tamaño de magnitudes geométricas y otros problemas de estimación más complejas; La multiplicidad de heurísticas o estrategias de solución basados en preconceptos de cálculo y procesos de medición para proponer conjeturas o teoremas alrededor de modelos generalizables para estimar cálculos de soluciones de ecuaciones diferenciales de segundo orden y de orden superior; La reorganización de estrategias fallidas en la estimación de cantidades geométricas sobre todo cuando se usa como instrumento mediador las herramientas digitales o software de geometría dinámica como Geogebra; y el descubrimiento de categorías o procesos inherentes al pensamiento métrico, como acercamiento comprensivo hacia la magnitud, optimización de los procesos de medición y refinamiento de los instrumentos de medición (estimación: capturar lo continuo a partir de lo discreto), perspectiva crítica social a través de la medición.

Bibliografía

Ministerio de Educación Nacional (MEN), (1998). Lineamientos curriculares de matemáticas. Serie lineamientos curriculares, Primera edición. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.

Barrett, J., Cullen, C., y otros (2011). Children’s unit concepts in measurement: a teaching experiment spanning grades 2 through 5. ZDM Mathematics Education.

Smith III, J., Heuvel Panhuizen, M. y Teppo, A. (2011). Learning, teaching, and using measurement: introduction to the issue. ZDM.

Alpizar, M. (2019). Desarrollo del sentido de la medida en educación primaria. XV CIAEM. Medellín, Colombia.

Cantoral, R., Farfán, R., Lezama, J. y Martínez-Sierra, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, núm. Esp, 2006, pp. 83-102.

Cantoral, R. (2019). Caminos del saber: pensamiento y lenguaje variacional. Editorial Gedisa. México.

ICME 14 (2020). Announcement on Final Approach to the 14th International Congress on Mathematical Education. Revised 2021.

Chevallard, Y. (1999) El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. Recherches en Didactique des Mathématiques, 19 (2), pp. 221-266.

Moreno, L. y Waldegg, G. (2002). Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas. Seminario nacional de formación de docentes sobre el uso de nuevas tecnologías en el aula de matemáticas (p. 40-66). Bogotá, Colombia: Enlace Editores Ltda.

Falk, M. (2012). Corrientes del pensamiento matemático del siglo XX. Primera parte: fundamentación. Editoriales, Ingeniería, Matemáticas, Universidad Antonio Nariño. Bogotá.

Brousseau, G. (1997). Theory of Didactical Situations in Mathematics. Editado y traducido por Nicolas Balacheff, Martin Cooper, Rosamund Sutherland y Virginia Warfield. New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers.

McKenney, S. y Reeves, T. (2012). Conducting Educational Design Research. Routledge. NY.

Mason, J., Burton, L. y Stacey, K. (2010). Thinking Mathematically. Pearson Education Limited. England.

Vygotsky, L. (1978). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Traducido al español por Silvia Furió. Crítica Barcelona.

Ernest, P. (1991). The Philosophy of Mathematics Education. RoutledgeFalmer is an imprint of the Taylor & Francis Group. France.

CONOCIMIENTOS Y COMPETENCIAS DE FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICAS, AL RESOLVER TAREAS SOBRE PERÍMETRO DE FIGURAS PLANAS, CON FINES DE ENSEÑANZA

Tulio Amaya De Armas, Juan Barboza Rodríguez
tuama@hotmail.com, juanbarboza@unisucre.edu.co
Institución Educativa Madre Amalia, Universidad de Sucre, Colombia

Resumen

El entendimiento de conceptos básicos de geometría es un componente fundamental para el dominio de otras habilidades matemáticas, por lo que comprenderlos ayudará a los profesores en formación a ganar confianza en su capacidad de enseñar (Cramer y Wyberg, 2009). Asimismo, les facilitará apoyar a sus estudiantes para que logren hacer fuertes vínculos entre las representaciones de los objetos matemáticos estudiados con elementos conceptuales y socioculturales correspondientes (Amaya et al., 2021). En el contexto educativo, la geometría es una de las áreas básicas para el desarrollo del pensamiento espacial y la visualización (Sgreccia et al., 2012), pues facilita el desarrollo de la intuición espacial, necesaria para realizar operaciones mentales con imágenes, e inferir a partir de ellas. En concordancia con lo anterior, el Ministerio de Educación Nacional (2006), sugiere que, desde los primeros años, se aborden objetos bidimensionales y sus transformaciones, como fundamento para integrar nociones como área y perímetro de figuras planas, pues su estudio facilita el establecimiento de conexiones con los sistemas métricos o de medida y con las nociones de simetría, semejanza y congruencia. Sin embargo, Richit et al., (2021) han evidenciado dificultades de futuros profesores de matemáticas al encontrar el perímetro de figuras planas, proyectando la forma de enseñarlo.

El objetivo de este trabajo fue analizar los conocimientos y competencias desarrolladas por futuros profesores de matemáticas de una universidad colombiana, al resolver tareas dirigidas a encontrar el perímetro de una figura plana, con fines de enseñanza. Pese a lo abstracto

y complejo que pueda resultar el aprendizaje de la geometría, es indispensable minimizar las limitaciones conceptuales en su comprensión, ya que tales limitaciones, pueden conducir a dificultades en la concesión de la continuidad (Hitt, 2003), los espacios métricos o el acceso al cálculo, y nociones como magnitudes, cantidades y medidas (Fandiño, D' Amore, 2009), entre otros conceptos afines.

Se utilizó un diseño cualitativo. La muestra de informantes estuvo conformada por 30 futuros profesores de matemática de una universidad colombiana. Para recoger la información se puso a los estudiantes a encontrar el perímetro de figuras planas y se les pidió proyectar la forma de enseñar perímetro utilizando estas situaciones. Para procesar la información se utilizó la técnica análisis de contenido. Los resultados muestran serias limitaciones de los futuros profesores con la comprensión del objeto matemático perímetro; manifiestan que solo, en la práctica docente, cuando han terminado de cursar las asignaturas que les ofrece el programa, utilizan su conocimiento profesional con fines de enseñanza, cuando intentan enseñarlo, en un momento que desde el mismo programa es prácticamente imposible minimizar tales dificultades. Se concluye sobre la necesidad de ayudar a estos futuros profesores a profundizar sobre la comprensión del concepto de perímetro de figuras planas, y en especial a proyectar su enseñabilidad, además, que el uso del significado parcial de perímetro como operación, parece ser connatural al ser humano, ya que lo primero que intentaron hacer al resolver cada tarea fue establecer las medidas de los lados de la figura, para luego sumarlos.

Palabras clave: Perímetro de figuras planas, significado parcial de perímetro, futuros profesores, potenciales situaciones de enseñanza.

Bibliografía

Amaya, T., Castellanos, A. y Pino-Fan, L. 2021). Competencias de profesores en formación en matemáticas al transformar las representaciones de una función. Revista Uniciencias, 35(2), 1-15. http://dx.doi.org/10.15359/ru.35-2.12.

Cramer, K. & Wyberg, T. (2009). Efficacy of different concrete models for teaching the part-whole construct for fractions. *Math, Think, Learn,* 11(4), 226–257. https://doi.org/10.1080/10986060903246479

Fandiño, M. y D' Amore, B. (2009). *Área y perímetro: Aspectos conceptuales y didácticos*. Cooperativa Editorial Magisterio.

Hitt, F. (2003b). Dificultades en el aprendizaje del cálculo. Décimo primer Encuentro de Profesores de Matemáticas del Nivel Medio Superior. Morelia: Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Ministerio de Educación Nacional de Colombia.

Richit, A., Tomkelski, M., y Richit, A. (2021). Compreensões sobre perímetro e área mobilizadas a partir da abordagem. *Acta scientiae*, *1-36*. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.6226

Sgreccia, N. Amaya, T. & Massa, M. (2012). ¿Qué dicen los docentes, futuros docentes y formadores de docentes sobre su formación en didáctica de la geometría 3d? *Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics), 22*, 1-20.

TSG 3. PENSAMIENTO MATEMÁTICO E HISTORIA DE LA MATEMÁTICA

CREENCIAS Y CONCEPCIONES DE LOS PROFESORES DE EDUCACIÓN MEDIA SOBRE LA MEDIACIÓN DE LOS RECURSOS PEDAGÓGICOS EN LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Jorge Enrique Galeano Cano, Marco Emilio Correa Repizo, Ronald Andrés Grueso y Adriana García Moreno
marco.correa@correounivalle.edu.co, *ronald.grueso@correounivalle.edu.co*, *adriana.garcia.moreno@correounivalle.edu.co*, *jorge.enrique.galeano@correounivalle.edu.co*.
Universidad del Valle, Colombia,

Resumen

El propósito del proyecto de convocatoria interna 134-2021 financiado por la Universidad del Valle con vigencia durante el periodo febrero 2022 - febrero 2023, es caracterizar creencias y concepciones que tienen los profesores de educación media sobre la mediación de los recursos pedagógicos en la enseñanza de las matemáticas. A partir de una la documentación de una visión sobre la mediación de recursos pedagógicos en la enseñanza de las matemáticas; la articulación de algunos elementos de los referentes conceptuales para el diseño e implementación de instrumentos que permitan la recolección de datos pertinentes para el análisis; y con la identificación de las creencias y concepciones que tienen los profesores de matemáticas en la educación media sobre la mediación de recursos pedagógicos en la enseñanza de las matemáticas a partir del análisis de los resultados de la implementación.

Para fundamentar el proyecto se propuso hacer una aproximación de las creencias y concepciones de los profesores de matemáticas sobre la enseñanza de las matemáticas y sus implicaciones según Gil, Rico & Fernández (2002) y Bohórquez (2020), además de hacer un análisis de la mediación de los recursos pedagógicos en la enseñanza de las matemáticas según Garzón & Vega (2011), Guin & Trouche (2007) y Trouche (2004).

En términos metodológicos, se trata de un estudio cualitativo-naturalista, correspondiente a un estudio de caso, cuya muestra aproximada corresponde a ocho (8) profesores de

matemáticas de Instituciones Educativas públicas de Cali, Santander de Quilichao, Zarzal y Buenaventura. Para la selección de estos 8 casos, dos por cada sede, se han seleccionado algunos criterios relacionados con la experiencia laboral, ser docente de una Institución Educativa Pública y. La caracterización se realizó a partir de protocolos de observación de clases en el aula y entrevistas semiestructuradas.

El proyecto se desarrolló en cinco fases. La primera consistió en la fundamentación de la problemática; la segunda en la selección de los casos de estudio y el diseño de instrumentos para la recolección de datos; la tercera, la implementación de los instrumentos y las observaciones, la cuarta fase consistió en el tratamiento de la información y su análisis en términos de los referentes conceptuales; por último, en la quinta fase se da cuenta de los resultados.

Uno de los principales resultados de la investigación fue consolidar la importancia de la observación no-participante como herramienta metodológica que se consolida en el campo de la Educación Matemática para dar cuenta de investigación en aula y los procesos de enseñanza y aprendizaje en acto. Se transcribieron 80 protocolos, de igual número de clases de matemáticas de o profesores de Instituciones educativas de las regiones del Norte Cauca, Buenaventura, Zarzal y Santiago de Cali.

Por otro lado, como resultado de un primer análisis de los protocolos de observación, y de los elementos teóricos del proyecto se tiene el diseño de una entrevista, con el cual se tienen ocho entrevistas semiestructuradas para el alcance del objetivo principal, que dan cuenta del poco uso de recursos manipulativos y digitales, y, de un predominio del uso del lenguaje como instrumento mediador en los proceso de aprendizaje.

Palabras clave: Creencias, concepciones, mediación, profesores, recursos pedagógicos.

Bibliografía

Bohórquez, L. A. (2020). Concepciones sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje y sus cambios en estudiantes para profesor en ambientes de aprendizaje fundamentados en la resolución de problemas. (Tesis Doctoral). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Donoso, P., Rico, N., & Castro, E. (2016). Creencias y concepciones de profesores chilenos sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado, 20(2), 76-97.

Garzón, D., & Vega, M. (2011). Los recursos pedagógicos en la enseñanza de la geometría. In XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática.

Guin & Trouche (2007). Une approche multidimensionnelle pour la conceptión collaborative de ressources pédagogiques. En Baron, Guin, & Trouche (Eds), Environnements informatisés et ressources numériques pour l'apprentissaje. Concepcion et usages, regards croisés (pp.197-228).

Schettini, P., & Cortazzo, I. (2015). Análisis de datos cualitativos en la investigación social. Editorial de la Universidad Nacional de La Plata (EDULP).

Socas, M. (1997): "Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria", cap. 5., pp. 125-154, en RICO, L., y otros: La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria. Ed. Horsori, Barcelona.

Trouche, L. (2005). Instrumental genesis, individual and social aspects. The didactical challenge of symbolic calculators: turning a computational device into a mathematical instrument. New York: Springer. 197-230

APRENDIZAJE DE LA PERMUTACIÓN Y LA COMBINATORIA EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN MEDIA PARA EL MEJORAMIENTO EN LAS PRUEBAS SABER

Juan Pablo Rojas Montoya, Linda Poleth Montiel Buritica, Humberto Colorado Torres
jprojasm@uqvirtual.edu.co, lpmontie@uniquindio.edu.co, colorado@uniquindio.edu.co
Universidad del Quindío, Colombia

Resumen

Este proyecto de investigación está siendo desarrollado en el marco de la formación de maestría, con el fin conocer cuáles son los posibles obstáculos y dificultades que aparecen en los estudiantes de grado noveno al enfrentarse a problemas probabilísticos donde estén inmersas las técnicas de conteo. Así pues, lo que busca esta investigación es elevar esos bajos niveles de desempeño presentan los estudiantes en las pruebas SABER referente a temas como la

permutación y la combinatoria. El estudio está sustentando de manera teórica y metodológica por el marco teórico del enfoque ontosemiótico de la instrucción y la cognición matemática Godino (2014),observando que dificultades emocionales y cognitivas son causas directas para que los estudiantes no tengan un buen desempeño al realizar estas pruebas, asimismo se encuentra enmarcada en el diseño metodológico de corte cualitativo que pretende mostrar una aproximación de la investigación a la realidad, de manera que se pueda ver los estudios de las situaciones partiendo del contexto en donde se desarrollan (Hernández, Fernández, y Baptista, 2010), para así analizar e identificar los significados personales e institucionales emergentes. De acuerdo a la población y la muestra de la investigación se maneja como un estudio de casos Stake (2005), puesto que se desea comprender el fenómeno educativo que ocurre en cada uno de los estudiantes de forma personal al enfrentarse al aprendizaje de las técnicas de conteo, de manera que se establezca una construcción de significados personales en cada uno de los estudiantes y poder observar que manejo le dan a ese significado adquirido.

Durante el desarrollo de este estudio se han encontrado investigaciones como la de Cano y Zapata (2016) y Martinez y Ramirez (2018) exponen que algunas de las dificultades emocionales y cognitivas que arrojan los estudiantes van de la mano de miedos, frustraciones y en general con malas experiencias que han tenido con las matemáticas. Del mismo modo Aldana, Gutiérrez y Grisales (2019) advierten que los estudiantes de grado noveno presentan una inadecuada lectura de los enunciados a resolver y mala interpretación de estos, generando así que siempre este la necesidad de presentarles una instrucción previa a la resolución de cada uno de los problemas. En cuanto a la metodología del enfoque ontosemiótico Godino (2014) busca analizar como el estudiante adquiere los significados institucionales y personales del objeto matemático a trabajar y de qué manera esta los usa para disminuir la brecha del bajo rendimiento en los niveles de desempeño al realizar las pruebas SABER.

Referencias Bibliográficas

Godino, J (2014).Sintesis del enfoque ontosemiotico del conocimiento y de instrucción matemáticos: motivación, supuestos y herramientas teoricas. Universidad de Granada. 146 Dispponible en, http://enfoqueontosemiotico.urg.es/documentos/sintesis_EOS_2abril206.pdf

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2010). Metodología de la investigación (Vol. 12). México: Mc Graw Hill.

Stake, RE. (2005) Qualitative case studies. En: Denzin NK, Lincoln YS, editores. The handbook of qualitative research. 3a ed. Thousand Oaks, CA: Sage; 443- 66.

MARTÍNEZ, M. I. C. (2016). *Análisis del pensamiento aleatorio desde las representaciones semióticas presentes en las pruebas saber grado quinto* (Doctoral dissertation, Universidad de Medellin).

Martínez Cruz, F. R., & Ramírez Cortes, A. (2018). Los resultados de las pruebas saber 3°, 5° y 9° como insumo para mejorar el proceso diseño pedagógico y curricular en la gestión académica: una mirada desde dos instituciones rurales del Tolima.

Aldana B, Gutiérrez C, Grisales D. (2019) una configuración epistémica a una situación problema, desde el enfoque ontosemiótico en la didáctica de la matemática. Sección 2 / propuestas para la enseñanza de las matemáticas Universidad del Quindío, Universidad Tecnológica de Pereira. vol 32, número 2.

TEORÍA DE SITUACIONES DIDÁCTICAS Y TEORÍA DE LA OBJETIVACIÓN. ESTUDIO Y COMPARACIÓN ENTRE LAS DOS TEORÍAS Y SU EVIDENCIA EN EL AULA, A PARTIR DE LA PRÁCTICA DOCENTE.

Diana Yasmín Hernandez Buitrago
dyhernandezb@correo.udistrital.edu.co
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia

Resumen

Durante las últimas décadas, la práctica docente ha sido de gran interés tanto a nivel nacional como internacional. En ese sentido, es importante determinar en qué consiste, cuáles son los factores que inciden en ella y, principalmente, cómo lograr la reflexión de los docentes

sobre su práctica, la cual es objeto de estudio en diferentes ámbitos académicos. Por tal razón, los investigadores interesados en indagar acerca de las prácticas docentes tienen diferentes retos, entre ellos, la selección de la teoría que será la base de su análisis; en este caso, se reconoce la comparación y el contraste de las teorías abordadas. También se plantea la construcción de una estrategia metodológica que permita observar, caracterizar y analizar dichas prácticas desde una intervención por parte de la investigadora.

Las bases teóricas que enmarcan esta investigación se centran en elementos de la teoría de las situaciones didácticas (TSD), ideada por Guy Brousseau, y la teoría de la objetivación (TO), formulada por Luis Radford, dos de los más importantes investigadores en el campo de la educación matemática. Con respecto a la primera, Asenova *et al*. (2020) señalaron que "marcó el nacimiento de la educación matemática en el sentido moderno, centrando su interés en las situaciones de clase (triángulo de la didáctica, efectos, cláusulas, contrato didáctico)" (p. 35, traducción propia). En cuanto a la TO, los mismos autores sostuvieron que esta "concibe la educación como un esfuerzo político, social, histórico y cultural cuyo fin es la creación de individuos éticos y reflexivos que se posicionan de manera crítica en prácticas sociales constituidas histórica y culturalmente" (p. 35, traducción propia).

Entre los fundamentos conceptuales se tiene en cuenta la concepción epistemológica, al respecto D'Amore (2016) menciona que han "insistido mucho sobre el hecho que la enseñanza esta influenciada por las concepciones de los profesores a propósito de la naturaleza de los conocimientos científicos y de su evolución. Surge por tanto fundamental que un profesor se confronte directamente con la historia de la disciplina y que pueda llegar a explicar las referencias históricas consciente y coherentemente con las propias concepciones epistemológicas (Thompson, 1992; Moreno, Waldegg, 1993; Speranza, Grugnetti, 1996)". (p. 34)

Sobre esta base, el objetivo principal de esta investigación es analizar de forma crítica las creencias y concepciones epistemológicas que se implementan en las prácticas docentes, enfatizando en los elementos espontáneos de las TSD y la TO. Dicha reflexión, se realizará a través de los encuentros grupales, el acompañamiento en el aula y la socialización. Para ello, es necesario que el diseño de cada encuentro lleve al análisis constante de tipo empírico y didáctico, especialmente de ejemplos concretos. Lo anterior permite caracterizar las diferentes creencias y concepciones espontáneas e implícitas que tienen los docentes, teniendo en cuenta los sujetos, el aprendizaje, la enseñanza, el saber, el conocimiento, entre los elementos que hacen parte de cada teoría.

La perspectiva metodológica se basa en el estudio empírico y la investigación cualitativa, los cuales "presentan resultados y descubrimientos, producto de recolectar y analizar datos" (Hernández, Fernández y Baptista, 2014, p. 66). A partir de lo anterior, se reconoce el carácter colectivo e institucional de las prácticas que inciden en la forma como el docente interactúa dentro y fuera del aula. Para esto se plantean las siguientes opciones metodológicas:

1. Encuentros grupales, cuyo objetivo es reflexionar entre el grupo participante sobre la práctica docentes y reconocer los aportes de cada uno desde su experiencia.
2. Sesiones de observación no participante en el aula, en las cuales se enfatizará en la práctica docente, la relación entre los sujetos, la gestión y el proceso de enseñanza-aprendizaje.
3. Análisis crítico de los datos observados por parte de la investigadora, con énfasis en los elementos que se evidencian en una o en ambas teorías estudiadas.
4. Socialización con los docentes de los resultados obtenidos, con el fin de a) caracterizar, distinguir y reconocer los elementos de ambas teorías que se evidencian espontánea o intuitivamente en las prácticas de cada docente; y b) generar en los profesores la autorreflexión y la profundización sobre la teoría predominante en sus prácticas, en busca de que pueda ser un marco de referencia conceptual en su quehacer docente.

Planteamiento de la pregunta o problema de investigación y su justificación

A partir de 2016, se agregó la dicción "Didáctica de la Matemática C" (que estudia los años 2000-2020) al Doctorado Interinstitucional en Educación (DIE). En ella se estudia una fase de la pedagogía que surgió a inicios del siglo XXI, que se caracteriza por el análisis de la figura del docente de Matemática, en particular en lo relacionado con sus creencias y sus concepciones.

Además, la práctica docente del profesor que orienta el área de matemática se ha vuelto un objeto de reflexión e investigación pedagógica en distintos ámbitos académicos.

Por lo anterior, se considera que es necesario hacer una indagación al respecto, con el fin de, por un lado, analizar la epistemología en general que rige la práctica del docente de matemáticas y, por otro lado, profundizar en las concepciones epistemológicas espontáneas e implícitas de los docentes que conllevan a plantear la pregunta de investigación:

> *¿Qué elementos teóricos de la TSD y la TO (enfatizando en los términos: sujeto, aprendizaje, enseñanza, saber y conocimiento) se encuentran de forma espontánea en las prácticas docentes de los profesores de básica primaria que orientan el área de matemáticas, sus creencias y concepciones epistemológicas?*

Bibliografía

Asenova, M., D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M. I., Iori, M. y Santi, G. (2020). The theory of objectification and the theory of didactical situations: An example of comparison between theories in mathematics education (Dedicated to Guy Brousseau and Luis Radford). *La Matematica e la sua Didattic*a, 28(1), 7–61. https://rsddm.dm.unibo.it/wp-content/uploads/2020/06/971-Ase-D-A-Fand-Iori-Santi-TSvsTO-MD-2812020.pdf

Bohórquez, L. (2020). *Concepciones sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje y sus cambios en estudiantes para profesor en ambientes de aprendizaje fundamentados en la resolución de problemas* [Tesis de doctorado inédita]. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Campos, A. (2013). *Epistemología de la matemática*. Universidad Nacional de Colombia.

D'Amore B. y Fandiño Pinilla M.I. (2007). Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. *Relime (Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa), 10*(1), 39-68.

D'Amore B. (2006). Didattica della matematica "C". En S. Sbaragli (ed.*), La Matematica e la sua Didattica, Vent'anni di Impegno* [Actas de la conferencia internacional homónima]. Bolonia, Italia. http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/570%20Didattica%20C.pdf

D'Amore, B. (2008a). Epistemología, didáctica de la matemática y prácticas de enseñanza. Enseñanza de la matemática. *Revista de la ASOVEMAT (Asociación Venezolana de Educación Matemática), 17*(1), 87-106. https://bit.ly/3mT6fXj

D'Amore, B. (2022). *Los problemas de matemática en la práctica didáctica*. Editorial Magisterio.

D'Amore, B. y Fandiño Pinilla, M. I. (2004). Cambios de convicciones en futuros profesores de matemática de la escuela secundaria superior. *Epsilon*, *20*(1), 25-43. http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/534%20Cambios%20de%20convicciones.pdf

D'Amore, B. y Fandiño, M. (2015). Didáctica de la matemática: una mirada internacional, empírica y teórica. *Congreso Internacional de Didáctica de la Matemática. Una mirada epistemológica y empírica.* (pp. 9-12). Universidad de la Sabana. https://intellectum.unisabana.edu.co/bitstream/handle/10818/27856/F.%20DIDACTICA%20DE%20LA%20MATEMATICA.pdf?sequence=5&isAllowed=y

D'Amore, B., Radford, L. y Bagni, G. (2007). Obstáculos epistemológicos y perspectiva sociocultural de la matemática. En B. D'Amore y L. Radford (eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos* (pp. 167-194). Universidad Distrital Francisco José de Caldas. https://die.udistrital.edu.co/sites/default/files/doctorado_ud/produccion/obstaculos_epistemologicos_y_perspectiva_socio-cultural_de_la_matematica.pdf

Fandiño Pinilla, M. I. (2020). On the relationship between theories: Points of contact and divergence between the ATD, TDS, OSA, and TO. *La Matematica e la sua Didattica, 28*(2), 159-197.

Gascón, J. (2001). Incidencia del modelo epistemológico de la matemática sobre las prácticas docentes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME)*, *4*(2), 129-159. https://www.researchgate.net/publication/28130283_Incidencia_del_modelo_epistemologico_de_las_matematicas_sobre_las_practicas_docentes

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6ª ed.). McGraw Hill.

Lakatos, I. (1985). *Matemáticas, ciencia y epistemología* (trad. D. Ribes). Alianza Editorial.

Llinares, S. (1999). Intentando comprender la práctica del profesor de matemáticas. En J. P. da Ponte y L. Serrazina (Eds.) Educaçao matemática em Portugal, Espanha e Italia. Actas da 246 Escoila de Verao- 1999 (pp. 192-132). Secção de Educação e Matemática, Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação PCE: Lisboa, Portugal. Recuperado de http://spiem.pt/docs/atas_encontros/1999/1999_07_sllinares.pdf

Malagón, R. (2020). *Un laboratorio de prácticas docentes para la formación de profesores de matemáticas* [Tesis de doctorado inédita]. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. https://repository.udistrital.edu.co/bitstream/handle/11349/26014/MalagonPatinoMariaRocio2020.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Margolinas, C. (1992). Eléments pour l'analyse du rôle du maître: les phases de conclusion. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 12*(1), 113-158.

Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. In L. Radford & B. D'Amore (Eds.), Semiotics, Culture and Mathematical Thinking [Special Issue]. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 9(1), 103–129.

Radford, L (2018). Saber y conocimiento desde la perspectiva de la teoría de la objetivación. En B. D'Amore y L. Radford (eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos* (pp. 97-114). Universidad Distrital Francisco José de Caldas. https://die.udistrital.edu.co/sites/default/files/doctorado_ud/produccion/obstaculos_epistemologicos_y_perspectiva_socio-cultural_de_la_matematica.pdf

Radford, L. (2020). El aprendizaje visto como saber y devenir: una mirada desde la teoría de la objetivación. *REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura, 5*(36), 27-42.

Radford, L. (2021) *Teoria da objetivação: uma perspectiva Vygotskiana sobre conhecer e vir a ser no ensino e aprendizagem da matemática* [trad. B. B. Morey y S. T. Gobara]. Editora Livraria da Física.

UNA REFLEXIÓN SOBRE LA PERTINENCIA DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO AVANZADO EN LA FORMACIÓN DE LOS PROFESORES DE MATEMÁTICAS Y SU RELEVANCIA EN LA PRÁCTICA DOCENTE

José Gregorio Solorzano
jose.solorzanom@esap.edu.co
Escuela Superior de Administración Pública-ESAP,
Estudiante Doctorado en Educación Matemática
Universidad Antonio Nariño
Colombia

Resumen

El trabajo que se presenta a continuación sintetiza los principales hallazgos sobre una investigación cuya finalidad fue de la analizar los componentes curriculares de los programas de formación de profesores en Colombia. La metodología implementada hizo uso de un análisis de grandes volúmenes de datos (Analítica de datos), un levantamiento bibliográfico y como técnica de análisis la triangulación de datos. Entre los principales resultados se encuentran, disminución de las asignaturas del componente de pensamiento matemático avanzado y un aumento de las concernientes a las didácticas, presentando un contraste con lo declarado en la misión de los

programas de formación de profesores, donde se establece equilibrio entre el saber matemático y el saber enseñar.

Para autores como Cantoral, el pensamiento matemático incluye, por un lado, pensamiento sobre tópicos matemáticos, y por otro, procesos avanzados del pensamiento como abstracción, justificación, visualización, estimación o razonamiento bajo hipótesis (Cantoral y otros, 2000).

En los años noventa del siglo pasado, Tall (1991) y Dreyfus (1991) estudiaron las matemáticas escolares y las universitarias con el objetivo de establecer una conexión entre estas y la forma en que los matemáticos piensan. Desde esta perspectiva, estarían incluidos bajo el nombre de pensamiento matemático avanzado los últimos años de la escuela secundaria hasta el pensamiento formal axiomático basado en definiciones y demostraciones. (Garbin 2020).

De esta forma es posible identificar dos tipos de pensamiento matemático, el elemental (PME) y el avanzado (PMA). De acuerdo con Garbin (2020) "por etapa elemental se entiende normalmente aquella que tiene lugar hasta secundaria y la etapa avanzada aquella que está relacionada con la enseñanza de la matemática en la universidad. Pero entre ambas se puede ubicar una etapa de transición, que aparece en diferentes momentos y distintas duraciones, según el país y a veces según el área de Matemática que se está enseñando". Esto supone un reto para el licenciado en matemáticas, quien desde sus saberes específicos y didácticos debe propender por un tránsito desde el PME hasta el PMA, esto considerando los aportes de Dreyfus (1991) donde se concluye la imposibilidad, hasta ahora, de establecer el momento preciso en el cual se pasa del PME al PMA.

La investigación aquí presentada fue de tipo cualitativa-exploratoria, considerando la necesidad de conocer la conformación de los planes de estudios de los diferentes programas de formación de licenciados en Colombia.

El estudio se llevó a cabo en tres fases:

- Consulta de las bases de datos del Sistema Nacional de Información de la Educación Superior-SNIES-
- Levantamiento bibliográfico para la revisión de los principales autores sobre el tema a investigar
- Análisis de la información recolectada mediante la consulta de la base de datos y el levantamiento bibliográfico

Luego de la revisión de analizar las diferentes áreas de formación matemáticas que se dan en los programas de licenciatura en matemáticas, se generan una serie de interrogantes.

En primer lugar. ¿La formación matemática del licenciado en matemáticas esta actualizada respecto a las tendencias? De acuerdo con la información mostradas en la tabla 2, la formación se sigue enfocando en las mismas áreas, descritas por Guacaneme 2017, sin incluir muchas de las nuevas ramas que, desde los años 90 del siglo pasado; han venido tomando fuerza en las matemáticas. Como los sistemas dinámicos y la teoría ergódica, la teoría de juegos y decisiones, la investigación de operaciones, entre otras líneas principales destacas por la American Mathematics Society como de especial relevancia para el avance de las ciencias matemáticas, un ejemplo de ello es el análisis funcional.

En segundo lugar. ¿Es posible articular un plan de estudios más flexible para incluir un componente del pensamiento matemático avanzado? Por lo general, los componentes de los programas de formación de licenciados en matemáticas pasan por ciertos cambios en su estructura y visión, en especial a la inclusión de asignaturas enfocadas en el saber enseñar. Ejemplo de esto es el aumento de propuestas cuyo énfasis es la didáctica de las matemáticas, evidenciado en la revisión de los planes de estudio.

Bibliografía

Cantoral Ricardo, Caminos del saber Pensamiento y lenguaje variacional. Editorial Gedisa S.A. Ciudad de México Primera edición. 2019.

Dreyfus, T. (1990). Advanced mathematical thinking. En Nesher, P y Kilpatrick, J. (Eds.), Mathematics and Cognition (pp. 113-134). Cambridge: University Press.

Garbin, Sabrina. (2015). Investigar en Pensamiento Matemático Avanzado.

Villa-Ochoa, J.A., Sánchez-Cardona, J., Rendón-Mesa, P.A. Formative assessment of pre-service teachers' knowledge on mathematical modeling (2021) Mathematics,

Tall, D. (1991).The psicology of advanced mathematical thinking. En Tall, D. (Ed.), Advanced Mathematical Thinking (pp. 3-21). Kluwer Academic Publisher: Dordrecht/Boston/London.

EL PELADOR ARTESANAL DE PAPA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES

Ever De la Hoz Molinares, Juan Pacheco Fernánde[2], Elkin Pertuz Rincó y Yulieth Quintana Manjarrez

everdelahoz@unicesar.edu.co., juanpacheco@unicesar.edu.co., eepertuz@unicesar.edu.co. y ypaolaquintana@unicesar.edu.co.

Universidad Popular del Cesar

Resumen

En el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas escolares (ME), uno de los problemas más marcado es el desinterés por el aprendizaje de estas. Las diferentes escuelas de educación matemática contextualizada (EMC) han realizado investigaciones con la finalidad de identificar la causa de dicha situación, logrando así determinar que la gran mayoría está asociados a la poca aplicación de la ME a su entorno social (Vida Cotidiana). A partir de esto que desde el enfoque sistémico contextualizado propone la enseñanza de la ME desde situaciones relacionadas con el contexto de los estudiantes, siendo significativa para ellos, denominadas situaciones contextualizadas (SC).

El proceso de enseñanza aprendizaje de la ME desde una perspectiva contextualizada, implica la descripción, interpretación y análisis de una situación del contexto social que le permiten a los estudiantes trabajar con actividades, fenómenos de la vida real y de acuerdo a sus intereses; organizando actividades auténticas para la apropiación y construcción significativa de conceptos matemáticos escolares, donde la mayoría de ellos están asociado a un concepto estructurante Luquez J., Pacheco, J. y De La Hoz, E. (2021).

Una situación contextualizada para el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas escolares está conformada por una serie de actividades contextualizadas, las cuales son transversales a otras áreas del conocimiento y cotidianas para los estudiantes. El concepto estructurante está asociado principalmente a la situación contextualizada y no a las actividades que se puede proponer dentro de ellas Luquez J., Pacheco, J. y De La Hoz, E. (2021).

En la selección de una situación contextualizada para la enseñanza de las matemáticas escolares, se debe averiguar las actividades sociales que realiza el grupo de estudiantes o vivencias que sean significativas en su contexto sociocultural; tales como gustos, ambiciones, actividades en su vida daría, entre otras; con el fin de tener una aproximación a su cotidianidad y realidad social, de la cual hacen parte, los objetos físicos perceptibles próximos a su entorno, la realidad virtual, creada de la interacción con las nuevas tecnologías de la comunicación y la información y las interpretaciones de la divulgación científica suministrada por estos medio. La pregunta generatriz de la situación contextualizada, debe desencadenar que las preguntas y respuestas de los estudiantes desarrollen la secuenciación del contenido de asignatura alrededor de un concepto matemático escolar invariante relacionado con su contexto profesional. Tejada, Daza, De la Hoz y Pacheco (2020).

Los Lineamiento Curriculares en Matemáticas (LCM, 1998), los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (EBCM, 2006), plantean la contextualización y la modelización matemáticas de situaciones de la vida cotidiana como herramienta fundamental para la enseñanza aprendizaje de la ME y el desarrollo de las competencias básicas en matemáticas (Razonamiento, Interpretación, representación. Formulación, Ejecución, Argumentación y Comunicación). Es importante destacar que el uso y aplicación de estas competencias implica que estudiante se apropie de saberes escolares, son los elementos esenciales de los que dispone para resolver las situaciones de la ME propuestas en los cuestionarios de las pruebas, organizados en tres categorías: (Numérico Variacional, Geométrico Métrico y Aleatorio).

Por todo lo anterior desde los semilleros de investigación PENSAGEO y FIEDUSICO, adscrito al grupo ECINAMA de la Universidad Popular del Cesar (UPC), propone el enfoque sistémico contextualizado.

La apatía por las matemáticas es lo que ha llevado a realizar la propuesta de ***la modelización matemática de situaciones contextualizadas para el desarrollo de las competencias básicas en matemáticas***, se presentarán situaciones que sean transversales a las actividades cotidianas y otras ciencias y para determinar conceptos invariantes, que a partir de dichas prácticas puedan ser enseñados en el aula de clases, de forma que la didáctica de las matemáticas se convierta en una herramienta fundamental y la modelización de situaciones contextualizadas permiten demostrar lo accesibles y agradables de los saberes matemáticos escolares, si su enseñanza se hace mediante una adecuada orientación, que implique una permanente interacción entre el maestro y sus estudiantes, y entre estos y el entorno sociocultural. Para que, mediante la exploración, abstracción, clasificación, medición y estimación, entre otros, sean capaces de llegar a resultados que permitan comunicarse en forma matemática y descubrir que estas se encuentran íntimamente relacionadas con la realidad y con las situaciones que los rodean (EBCM, 2006).

Según (Acosta, Córdoba y Pacheco, 2021) para la identificación de una situación contextualizada escolar se propone: primero determinar las actividades que realizan o son significativas a un grupo de estudiantes, relacionadas con una o conjunto de prácticas sociales, y fenómenos naturales o/y actividades matemáticas asociados a ellas y se seleccionan las asignaturas en las que se va implementar la situación de aprendizaje propuesta, se identifican los conceptos invariantes que explican los fenómenos o/y las actividades matemáticas asociadas a esta, que permitan enseñar el resto de conceptos científicos escolares y desarrollar competencias de la o las asignaturas.

La SC es el caso pelador artesanal de papa en la Enseñanza de las Matemáticas con finalidad de que los estudiantes desarrollen ***modelización matemática de dichas situaciones contextualizadas para el desarrollo de las competencias básicas en matemáticas***. En el proceso de enseñanza de la ME a partir de esta SC se identifican los conceptos invariantes presente en dicha actividad matemática es equivalente a fenómeno natural de la ciencia escolar.

Bibliografía

Acosta, J., Córdoba, Y., & Pacheco, J. (2021). Identificación de situaciones contextualizadas para la enseñanza de las ciencias naturales. revista boletín Redipe, 10(6), 274-288.

Colombia, M. E. N. (2006). Estándares Básicos de Competencia. Cooperativa Editorial Magisterio

Colombia, M. E. N. (1998). Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas. Cooperativa Editorial Magisterio

Luquez, J., Pacheco, J., & De La Hoz, E. (2021). Modelización matemática desde la perspectiva contextualizada. Revista Boletín Redipe, 10(8), 463–480.

Tejada D, Daza J, De la Hoz E y Pacheco J. (2020). Saberes electromagnéticos asociados al funcionamiento del transformador en el cargador de un celular. *Revista Boletín Redipe* 9(2), 235-244.

APRENDIENDO A REFLEXIONAR DESDE LA PRÁCTICA DE OBSERVACIÓN.

Andrea Gutierrez L.[1]*, Mercy L. Peña M.*[1]
[u20182173885@usco.edu.co;](mailto:u20182173885@usco.edu.co) [mercy.pena@usco.edu.co;](mailto:mercy.pena@usco.edu.co)
[1]*Universidad Surcolombiana, Colombia*

Resumen

La reflexión es un proceso de construcción continua de significado y una forma organizada de pensar (Dewey, 1933; Van Manen, 1977; Schön, 1982). Considerando que el ejercicio de enseñar ocurre en contextos en los cuales no es posible predecir todas las acciones, los maestros se ven forzados a realizar una reflexión continua, antes, durante y después de su acción docente, con el fin de evaluar, reestructurar y repensar su enseñanza. Se articula entonces el trabajo continuo del profesor y la necesidad de reflexionar, abriendo paso a lo que se conoce como maestro reflexivo quien es el profesional que se interesa por el análisis y evaluación constante de su labor, buscando siempre mejorar su práctica desde sus ideales y creencias. La experiencia docente le brinda al profesor el desarrollo de competencias estructuradas a nivel del ser, saber y hacer u otras habilidades y destrezas que le permitan atender diversas situaciones y tomar decisiones relacionadas al contexto educativo. En este sentido el Plan de Estudios de la Licenciatura en Matemáticas contempla las prácticas tempranas de observación, inmersión e investigación con el propósito de que los estudiantes en formación adquieran las competencias necesarias y hagan uso de los elementos del pensamiento reflexivo para el desarrollo de su futura labor docente.

Las prácticas profesionales de los profesores en formación permiten confrontar los conocimientos teóricos sobre la enseñanza- aprendizaje con la realidad que se vive en el aula. Esta situación requiere que el maestro realice un proceso reflexivo de autoevaluación y concientización de su práctica que le permita ser capaz de identificar y clasificar sus acciones con el fin de perfeccionar su quehacer. La Práctica Pedagógica I del Programa de Licenciatura en

Matemáticas es la primera práctica de observación que experimentan los estudiantes. El objetivo de esta práctica consiste en que el profesor en formación desarrolle habilidades y competencias para comprender e interpretar un contexto educativo desde diversas dimensiones, incluyendo el reconocimiento institucional, lineamientos curriculares y el aula de clase, mediante la articulación de forma transversal de los niveles de reflexión propuestos por Van Manen los cuales enfocan una reflexión técnica, práctica y crítica; respondiendo a la pregunta de investigación ¿Cuál es la importancia de caracterizar el contexto educativo en el proceso de formación docente en el marco de una práctica reflexiva?

El objetivo general de este trabajo fue el de caracterizar los procesos de enseñanza desarrollados en el curso de Práctica Pedagógica I en el semestre 2022-2 implementando el enfoque de reflexión técnica, práctica y crítica propuestos por Van Manen (1977).

Objetivos Específicos: 1. Promover el desarrollo de conocimiento y habilidades para argumentar y reflexionar acerca de cada una de las etapas del contexto educativo entre los docentes en formación. 2. Investigar, recolectar y clasificar la información requerida en cada una de las etapas del curso a través de protocolos de observación, bitácoras y matrices. 3. Desarrollar la habilidad de redactar y presentar informes de manera formal.

La metodología seguida en el curso de Práctica Pedagógica I del Programa Licenciatura en Matemáticas durante el semestre 2022-2 incluyo una etapa teórico- conceptual en la que se enfatizó la importancia de la reflexión, y los niveles de reflexión postulados por Van Manen (técnico, práctico y critico); y una etapa práctica que inició con la distribución de los profesores en formación en las diferentes instituciones educativas que nos permitieron realizar la observación dentro y fuera de sus instalaciones. Se asignaron máximo dos estudiantes por centro de práctica. El compromiso de los docentes en formación consistió en brindar un acompañamiento constante a la institución educativa mientras realizaban una observación no participante con el fin de dar respuesta a la pregunta de investigación. Para tal fin, se focalizaron tres factores primordiales durante el curso:

- Fase I: Reconocimiento institucional, como espacio de formación y generación de conocimiento cultural. Los estudiantes realizan la observación y caracterizan los distintos factores que intervienen en el ambiente institucional dando respuesta a las preguntas enmarcadas en un protocolo de observación del entorno situacional, institucional y educativo. Al recolectar la información, los estudiantes diligenciaron el instrumento de observación-reflexión el cual se realizó generando preguntas orientadoras con el objetivo de crear la necesidad en el estudiante de realizar una reflexión técnica, práctica y crítica referente a cada aspecto.
- Fase II: Estudio de los Planes curriculares de Matemáticas de la Institución Educativa. En la segunda fase los estudiantes realizaron una observación detallada del PEI y de las mallas curriculares. De esta manera ellos compararon la realidad de la institución con lo plasmado en su PEI y en los distintos documentos. A esta actividad se le sumó la aplicación de algunas entrevistas a profesores que ayudaron a consolidar la información. Por último, los estudiantes debían diligenciar el Instrumento de observación-reflexión (PEI y mallas curriculares) y reflexionar de manera técnica, práctica y crítica, entorno a estos documentos.
- Fase III: Caracterización del aula en la clase de Matemáticas. En esta última fase los estudiantes lograron evidenciar las acciones pedagógicas desarrolladas por parte del maestro y de los estudiantes observando las planificaciones hechas por los profesores y la gestión de aula. También en esta fase los estudiantes diligenciaron semanalmente una matriz de observación de clase; en ésta registraban los tres momentos de la clase: inicio, desarrollo y cierre reflexionando de forma técnica, práctica y crítica. Esta actividad pretende que los docentes en formación realicen un acercamiento al aula de clase.

Semanalmente, los estudiantes en cada una de las fases registraban en los formatos de matriz de observación y bitácora institucional las acciones pedagógicas, curriculares, disciplinares y las reflexiones del contexto educativo. Se requería que estos formatos fueran subidos al sitio de la clase en la plataforma Sakai.

Referencias y bibliografía

Dewey, J. (1933). Cómo pensamos: una reafirmación de la relación del pensamiento reflexivo con el proceso educativo. Boston, MA: DC Heath & Co Publishers.

Schön, D. (1982). El profesional reflexivo. Cómo piensan los profesionales cuando actúan. BA: Paidós.

Van Manen, M. (1977). Linking Ways of Knowing with Ways of Being Practical. Obtenido de http://www.jstor.org/stable/1179579

PENSAMIENTO FUNCIONAL EN PRIMERO DE PRIMARIA: ESTRETAGIAS Y REPRESENTACIONES AL RELACIONAR VARIAS VARIABLES.

Sandra Fuentes Mardones, María C. Cañadas Santiago
sandrafuentesm@gmail.com, mconsu@ugr.es
Universidad de Granada, España

Resumen

Este documento forma parte de un proyecto de investigación que indaga sobre el pensamiento algebraico en educación infantil y primaria en España (www.pensamientoalgebraico.es). El objetivo principal es describir las estrategias y representaciones que utilizaron 4 alumnos para resolver una tarea que involucra el trabajo con 3 funciones lineales interconectadas, f(x)=x, f(x)=3x y f(x)=5x. El contexto utilizado es una fiesta de cumpleaños, donde a partir de los niños que asisten a la fiesta, debemos comprar los gorros, piruletas y globos que necesitamos para todos.

Nuestra investigación se enmarca en el *early algebra*, específicamente en el pensamiento funcional, entendido como el análisis de los conceptos matemáticos que intervienen cuando dos o más conjuntos de elementos varían. Cañadas y Molina (2016) lo definen como el "razonamiento con y sobre las funciones y los elementos que las constituyen" (p. 211). También queremos indagar en las estrategias que utilizan para resolver la tarea planteada, estas vistas como los posibles caminos que permiten resolver el problema (Rico, 2009) y en el uso de las representaciones, lo cual les permiten comunicar de alguna manera, las relaciones que van estableciendo. Uno de los antecedentes consultados es el de Fuentes y Cañadas (2021), trabajan en la comparación de dos funciones lineales en 32 alumnos de 1° de primaria, de sus representaciones y de las estrategias que utilizan para resolver el problema, los

alumnos trabajaron las funciones de forma individual, se observan variadas estrategias destacando la respuesta directa y la representación pictórica en la mayoría de los alumnos.

Esta investigación es de carácter descriptivo (Hernández et al, 2010), ya que nos permite describir las producciones escritas. Se trabaja con 4 alumnos de 1° de primaria (6-7 años), elegidos intencionalmente por las respuestas dadas en una prueba escrita aplicada con anterioridad. Se le aplica una prueba escrita y luego se le realizan preguntas que indagan en sus respuestas, los alumnos tienen a su disposición material concretos (fichas con dibujos de niños, gorros, piruletas y globos). La prueba escrita consta de varias cuestiones que relacionan dos variables, pero en el último punto se les pregunta por la relación entre varias variables dada solo una de ellas (ver figura 1), con el enunciado "completa la siguiente lista de compras para que no falte ni sobre ninguno", se le entrega dibujado 9 piruletas. Este ítem es el que analizaremos en esta comunicación.

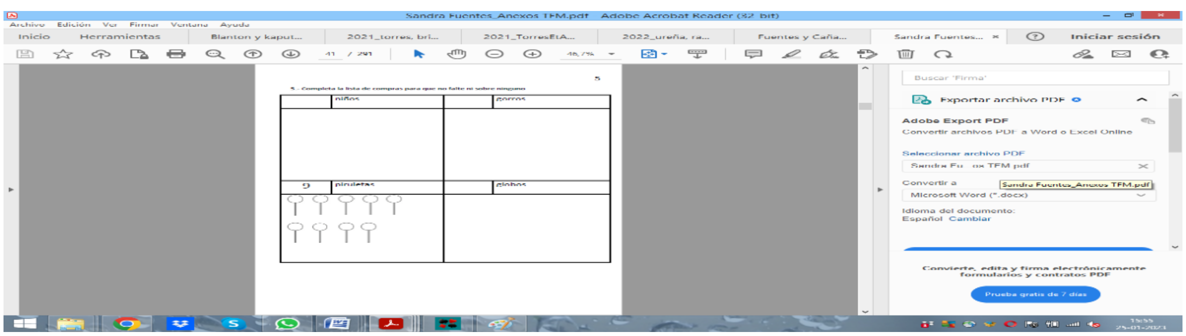


Figura 1. Ítem 5, varias variables.

En la tabla 1, se resumen las respuestas de los alumnos, la representación que usa y la estrategia que sigue para responder a la pregunta.

Tabla 1. Resumen respuestas ítem 5, varias variables

	Representación	Respuestas			Estrategia
		Niños	Gorros	Globos	
Alumno E1	Pictórica	3	9	15	Conformación de grupos de 3 piruletas, de 5 gorros y de 5 globos.

Alumno E2	Simbólica	101	101	101	Respuesta directa, solo escribe 101 para todas las respuestas.
Alumno E3	Pictórica	3	3	9	Respuesta directa, dibuja la cantidad de elementos.
Alumno E4	Pictórica	9	9	9	Respuesta directa, asigna la misma cantidad de dibujos de niños que de gorros y de globos.

Podemos observar que los alumnos logran establecer relaciones entre todas las variables, aunque no necesariamente pueden ser las correctas. La representación simbólica fue utilizada por solo uno de los 4 alumnos, el resto utilizó la representación pictórica. Las estrategias fueron variadas, aunque la respuesta directa predominó, vemos que la conformación de grupos también fue utilizada.

En conclusión, al verse enfrentados a tareas que relacionan varias variables, son capaces de resolverlas, buscan estrategias que los lleven a la respuesta, ya sea conformando grupos de elementos iguales o dando una respuesta directa, los alumnos utilizan en su mayoría la representación pictórica para expresar su respuesta.

Es necesario que los alumnos se vean enfrentados a problemas de pensamiento funcional, donde varíen dos o más elementos, esto los lleva a relacionar los elementos bajo ciertos parámetros.

Agradecimientos

Este trabajo forma parte de los proyectos con referencias EDU2016-75771 y PID2020-113601GB-I00, financiados por AEI y el FEDER y ANID n° 72210402, Gobierno de Chile.

Bibliografía

Cañadas, M. C. y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruíz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209-218). Comares.

Fuentes, S. y Cañadas, M. C. (2021). Funciones f(x) = 3x y f(x) = 5x en primero de primaria: estrategias y representaciones utilizadas por alumnos. En P. D. Diago, D. F. Yáñez, M. T. González-Astudillo y D. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 269-277). SEIEM.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación*, 5° edición. McGraw Hill.

Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en Educación Matemática. *PNA*, 4(1), 1-14.

APRENDIZAJES ESPERADOS Y LO APRENDIDO DE FRACCIONES: UN ESTUDIO DE CASO CON NIÑOS DE QUINTO AÑO DE PRIMARIA

Paola Joselyn Belmares Flores, Noelia Londoño Millán
Paolaflorees@gmail.com, noelialondono@uadec.edu.mx
Universidad Autónoma de Coahuila, México

Resumen

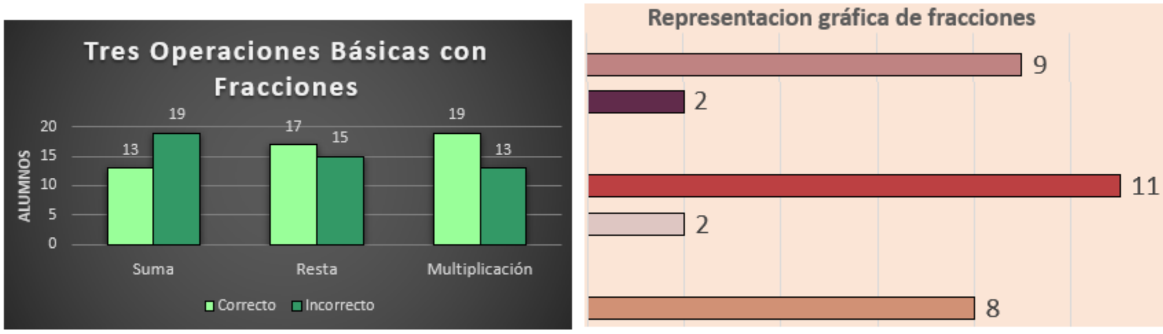
El concepto de fracción que se introduce desde el tercer grado de la educación primaria mexicana y se inicia con la versión más simple que asocia "la parte del todo" ha generado a través del tiempo serias dificultades para su asimilación. A este respecto Arenas y Rodríguez (2020) indican que las interpretaciones asociadas al concepto de fracción muestran que los estudiantes en las escuelas de México encuentran mayor dificultad en: la fracción como un numero racional, la fracción como razón y la fracción como indicador de una cantidad (decimal). En este sentido emprendimos una investigación que nos permitiera analizar las diferencias entre los saberes esperados y los conocimientos adquiridos sobre fracciones en estudiantes que quinto año de educación primaria.

Para esta investigación fue preciso revisar documentos oficiales que permitieran conocer sobre los aprendizajes de quinto grado de primaria, en lo referente a fracciones, de ellos se encontró que es requisito que los alumnos resuelva problemas que impliquen sumar o restar números fraccionarios con igual o distinto denominador; que usen fracciones para expresar

cocientes de divisiones entre dos números naturales; representaciones de un número fraccionario: con cifras mediante la recta numérica, con superficies; análisis de las relaciones entre la fracción y el todo; comparación de fracciones con distinto denominador mediante diversos recursos; relación del tanto por ciento con la expresión “n de cada 100”; relación de 50%, 25%, 20%, 10% con las fracciones 12, 14, 15, 110, respectivamente (Secretaría de Educación Pública SEP, 2011).

Una vez conocidos los temas nuestro interés se centró en indagar y describir la situación actual de alumnos cuyos aprendizajes habían sido adquiridos durante la pandemia, particularmente lo referente a la identificación de elementos de una fracción, la resolución de operaciones básicas con fracciones, el uso del lenguaje, la equivalencia de fracciones y su representación gráfica, Se diseñaron y aplicaron varios instrumentos que sirvieron para la recolección de datos mediante exámenes de diagnóstico. En el estudio participaron 32 alumnos que se encontraban en los inicios de su sexto año de primaria, es preciso indicar que los alumnos estaban retornando a las clases presenciales. La muestra para el estudio fue elegida por conveniencia, en escuela primaria pública ubicada en el municipio de Saltillo, Coahuila, México.

Dentro de los principales resultados se pueden enunciar los siguientes: respecto al uso del lenguaje fue notorio que el 68.75% de los alumnos pudieron identificar el numerador y el denominador. Mientras que el 15.625 % solo pudieron identificar el nombre de uno y un porcentaje igual no pudo reconocerlos. En este mismo sentido se pidió que escribieran de forma correcta como se leían tres fracciones dadas, y el concepto de número mixto y que además nos proporcionaran un ejemplo, fue evidente el hecho que el 75% pudieron nombrar las fracciones de manera apropiada. Hay que mencionar que la fracción en la que más alumnos tuvieron dificultad fue en 32 , ya que algunos mencionaban que dicha fracción se pronunciaba como “tres doceavos”, el error estuvo en agregar el sufijo “avos” a todas las fracciones.



a) b)

Figura 1: Resultados sobre operaciones con fracciones (a) y representaciones graficas (b).

Las operaciones con fracciones y la graficación de fracciones también se analizaron a través varios ejercicios sobre operaciones básicas (suma, resta y multiplicación) y el reconocimiento de la fracción representada. En la gráfica 1a y 1b se puede visualizar los resultados que se obtuvieron, en ella se muestra que el 59 % de los alumnos tienen dificultades para realizar la suma de fracciones con distinto denominador, aunque ese mismo porcentaje tuvo correcta las multiplicaciones. En lo que respecta a las gráficas en polígonos solamente el 25% de los alumnos pudo escribir la fracción correspondiente a la grafica dada.

Al hacer una revisión exhaustiva de los manuscritos se pudo observar que los alumnos suman y restan fracciones como operan números naturales, es decir, hay un desconocimiento del algoritmo que debe seguirse puesto que suman numerador con numerador y denominador con denominador. En lo que respecta a las gráficas hubo confusiones porque los alumnos escriben la fracción inversa, omiten la parte entera de una fracción mixta, algunos estudiantes contaban las partes sombreadas de las figuras y colocaban el resultado en el numerador, mientras que las partes no sombreadas las ubicaron en el denominador, o viceversa. En términos generales solamente el 25% de los alumnos participantes del estudio pudieron resolver tres operaciones de forma correcta, en cuanto a las representaciones figurales solo el 25% estuvo en capacidad de identificar la fracción que estaba representada en figuras, mientras que el 97% tiene dificultades para representar las fracciones en la recta numérica.

Podemos asegurar que estos resultados están directamente relacionados con las dificultades que se expresaron al principio de este escrito, por lo que se emprenderán varias acciones que tributen hacia la consecución de los aprendizajes esperados, porque las matemáticas deben constituirse en un saber que dominen todos los alumnos en particular las fracciones que tienen tantos usos en su formación escolar.

Arenas, J., & Rodríguez, F. (2020). Dificultad en las fracciones para los estudiantes de la educación primaria mexicana. *Gestión, Competitividad e innovación*, 24-33.

Fortoul, B. (2014). La reforma integral de la educación básica y la formación de maestros. Perfiles educativos, 36(143), 46-55.

SEP. (2011). *Plan de estudios 2011. Educación básica*. México. Tercera edición.

EL CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DEL CONTENIDO SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA EDUCACIÓN FINANCIERA. UN ESTUDIO DE CASO

Claudia Rocío Martínez Suarez, Laura Givelly Peña Garzón
claudia.martinez08@uptc.edu.co, lauragivelly.pena@uptc.edu.co
Institución Educativa Técnica Valle de Tenza, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

Resumen

Se presenta el análisis a la práctica pedagógica de una docente de la especialidad de comercio en la Institución Educativa Técnica Valle de Tenza (IETVT), de carácter público, la cual tiene como referencia el modelo hexagonal de Park y Oliver (2008) que permite comprender las bases teóricas de la práctica docente relacionado con el dominio que se tiene del tema. El

modelo hexagonal analiza seis elementos que los docentes pueden aplicar: orientaciones para la enseñanza, conocimiento de la comprensión, conocimiento del currículo, conocimiento de estrategias y representaciones, conocimiento de evaluación del aprendizaje y eficacia del docente. Por otro lado, Shulman (1986) nos dice que el Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC) es "esa especial amalgama entre materia y pedagogía que constituye una esfera exclusiva de los maestros, su propia forma especial de comprensión profesional". Este concepto lleva a replantear la forma como los docentes deben enseñar un tema y hacerla entendible a los estudiantes.

El principal objetivo de este análisis es entender cómo la docente consigue incentivar al estudiante a generar su propio conocimiento a partir de lo que reconoce en su entorno. Esta investigación es de carácter cualitativo desde lo que señala Hernández, Fernández y Baptista (2014) y se fundamenta en un paradigma interpretativo de análisis de contenido por medio de un estudio de caso que se da en una clase de Educación financiera con estudiantes de grado noveno, en edades entre los 15 y 16 años.

Las técnicas de recolección de información son: video de la clase, transcripción de la misma, observación y revisión documental. En la literatura revisada, se destaca la lectura y análisis de autores que han estudiado la didáctica en el proceso de enseñanza como: Astolfi (1998); Chevallard (1991); Shulman (1986); Brousseau (1993); Castaño y Fonseca (2008); entre otros. En particular, Chevallard con "La Transposición Didáctica" y Brousseau con "La Teoría de las Situaciones Didácticas".

Los resultados de esta investigación se fundamentan en las seis categorías del CDC de Park y Oliver (2008). Por lo tanto, este análisis relaciona cada componente en el desarrollo de la clase, destacándose el conocimiento de la comprensión mediante el análisis y la elaboración de conceptos de los diferentes términos financieros a partir de lo que los estudiantes perciben; también se evidencia, la interrelación que se da en dos o más componentes, sobresaliendo la estrategia de la enseñanza del docente con la comprensión, llevando a los estudiantes a crear sus propios textos y siendo relevante en la práctica pedagógica de la docente.

Finalmente, con respecto al análisis del CDC sobre la enseñanza de la Educación financiera en la clase, se puede evidenciar que, se da prevalencia al componente del conocimiento de la comprensión, ya que permite a los estudiantes la construcción de conceptos de términos financieros a partir de palabras claves que surgen de lo visto en su entorno; algunas como: economía, dinero, administrar, ahorro, bancos, intereses, entre otros. Éstos son el insumo base para la redacción de sus concepciones financieras. Este componente cuenta con un 42% del total de los registros del análisis de la transcripción de la clase, resaltándose así, la importancia que tiene durante el desarrollo de la misma.

Bibliografía

Astolfi, J.P (1998) Conceptos clave en la didáctica de las disciplinas. España Diada Editora.

Brosseau, G (1993) Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática, traducción realizada por Dilma Fregona (FaMAF) Universidad de Córdoba, Facundo y Ortega, Centro de estudios avanzados, UNC Argentina.

Castaño C. & Fonseca G. (2008). La didáctica. Un campo de saber. UPN. Bogotá.

Chevallard, Y (1991). La transposición didáctica. Del Saber sabio al saber enseñado. Argentina: Aique grupo Editor S.A.

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2014). Metodología de la investigación. (Sexta ed.). Ciudad de México: Mc-Graw-Hill.

Park, S., & Oliver, J. S. (2008). Revisiting the conceptualisation of pedagogical content knowledge (PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachers as professionals. Research in science Education, 38(3), 261-284.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching [Aquellos que entienden: el crecimiento del conocimiento en la enseñanza]. Educational Researcher, 15 (2), 4-14. Shulman, L. (2015). PCK: Its genesis and exodus. In Berry, A., Friedrichsen, P., & Loughran, J. (Eds.). Re-examining pedagogical content knowledge in science education. Routledge. 3-13.

SITUACIONES DE APERDIZAJE CONTEXTUALIZADAS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES

Teovaldo García Romero, Pedro Juan Torres Flores.
teovaldogarcia@unicesar.edu.co, pedrotorres@unicesar.edu.co
Universidad Popular del Cesar, Valledupar, Cesar, Colombia.
.

Resumen.

Esta propuesta responde a los análisis de los resultados de la investigación, titulada Situación Didáctica Contextualizada: Conociendo al Departamento del Cesar, estudio matemática aprobada según convenio 045 del 07 de diciembre de 2021, Denominado Situación Didáctica Contextualizada, para el estudio de los Fundamentos históricos-epistemológicos del invariante matemático-geométrico escolar área, financiada 100% por la Universidad Popular del Cesar; caracterizada por las situaciones de aprendizaje contextualizadas y la matemática escolar; aplicada a los estudiantes de la Educación Básica y Media; fundamentada, en la didáctica de la matemática, como disciplina científica; respaldada por los marcos teóricos, de la Educación Matemática Realista, la Transposición Didáctica, el Contrato Didáctico y el Sistema Didáctico, interceptada por los procesos generales de aprendizaje, los conocimientos de los saberes matemáticos escolares básicos y el contexto sociocultural. La metodología utilizada fue la Teoría de las estructuras de los procesos de investigación. Evidenciándose que, en el proceso de las descripciones observacionales, de las explicaciones de los modelos teóricos, del razonamiento de las contrastaciones, de las argumentaciones de las aplicaciones de los conocimientos teóricos de intervención sobre la transformación del contexto de la situación de aprendizaje de la realidad que se está estudiando; así mismo, reflexionar sobre los procesos de los conocimientos de la matemática escolar y escolarizada, del sistema numérico-variacional, inserto en la situación de aprendizaje como un hecho real del contexto, los cuales evolucionan gradualmente, en la medida que los estudiantes tienen la oportunidad de pensar en los números, mismamente en los procesos variacionales, algebraicos, geométricos, métricos y estadísticos para usarlos en contextos significativos de diversas maneras de acuerdo con el desarrollo del pensamiento matemático.

Palabras Claves: Situación didáctica contextualizada, matemáticas escolares, situación de aprendizaje.

Introducción.

El siglo XXI, trajo consigo a través de la globalización contextualizada de la investigación en general, grandes cambios en la ciencia, por ende en todas sus disciplinas, lo mismo que en la tecnología e innovación; mismamente en la educación matemática, los cuales han mejorado significativamente en pro de los modelos pedagógicos y didácticos, por ende en los enfoques epistemológicos; lo mismo, en los diferentes estilos de pensamiento y sus paradigmas, tendientes todos ellos a la apropiación socio-cultural del saber matemático escolar, construido por la intervención en el contexto del tejido social, cultural, económico y político del entorno del sistema educativo, del conocimiento del saber matemático y el estudiante; buscando con ello, optimizar los procesos de enseñanza-aprendizaje, para el fortalecimiento de las competencias matemáticas requeridas por el contexto de las matemáticas, de la vida diaria y de las demás ciencias intrínsecas en los ambientes que rodean al estudiante, que son los que finalmente orientan el verdadero sentido del proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas escolares y escolarizadas, permeadas por las transposiciones didácticas, los sistemas educativos y los intercambios entre el trio docente-saber matemático-estudiante y las diferentes comunidades educativas.

Razón por la cual, hoy la humanidad se encuentra frente a asombrosas evoluciones sistémicas cuyo punto de convergencia, están dados por las intrinsiquedades de las políticas globalizadas de las comunicaciones, la educación, los experimentos de ingeniería genética, recurriendo a los estudios del Genoma Humano, que posibilitan en esta crisis pos pandémica encontrar una salida, a través de la modelización matemática de la actividad de matematización, de los múltiples problemas de salud en la sociedad actual; que permita alcanzar, un avance de la medicina, buscando de esta manera optimizar la calidad de vida del hombre en su entorno social, político, económico cultural y ambiental.

El ser humano, en el diario vivir de esta sociedad convulsionada por la celeridad de los avance de la ciencia, ha sentido la necesidad de entender el funcionamiento de los conocimientos de los saberes científicos y locales en su ecosistema, los cuales actúan contextualmente en forma diferente tanto en las relaciones entre las instituciones como en la actividad aislada de los sujetos (Brousseau, 2007, 28), para su propia conservación y perfeccionar su estilo de vida, valiéndose del análisis histórico de las rupturas y las filiaciones epistemológicas de la génesis de la naturaleza del conocimiento científico y específicamente el numérico-variacional escolar y escolarizado; entendiendo, que las actuales concepciones de la enseñanza le exigen al docente que provoque en el estudiante, por medio de la elección sensata de las situaciones de aprendizaje problemas que proponen las adaptaciones deseadas (pág., 31).

Las implicaciones de las situaciones de aprendizajes contextualizadas y sus diferentes concepciones del proceso enseñanza-aprendizaje, son concebidas como un hecho que hacen parte de la vida cotidiana de los procesos generales de aprendizaje, los conocimientos básicos escolares y escolarizados y el contexto, que son los ambientes que le permiten al estudiante darle sentido a las matemáticas que aprenden, respondiendo al cómo y el por qué la estudian de esa manera (MEN, 1998, 36); es decir, se caracterizan por ser un modelo de interacción entre un sujeto y un medio determinado, manipulado por el docente, quién la considera como una estrategia de aprendizaje, provocando una actividad matemática en el estudiante sin la intervención del docente (pág., 17).

Las situaciones de aprendizajes contextualizadas son un dispositivo clave en este proceso de cambio en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas escolares, tanto para facilitar la labor docente, como para mejorar el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Por ende, a través de ellas se pretende caracterizar la orientación y gestión del proceso de aprendizaje del conocimiento matemático escolar, de los enfoques epistemológicos y las metodologías de aprendizajes, que actualmente prevalecen y coexisten en la educación matemática; partiendo de una cierta realidad de un sector del mundo, que resulta insuficientemente conocida y, al mismo tiempo, relevante e interesante para ciertos saberes matemáticos que son desarrollos, a través de la secuencialización de los contenidos institucionales escolares y escolarizados (Padrón, 1998, 261).

Bibliografía.

Artigue, M., (2004), Problemas y desafíos en educación matemática: ¿qué nos ofrece hoy la didáctica de las matemáticas para afrontarlos? Revista Educación Matemática, México, Santillana, año/vol. 16, núm. 3, dic., pp.5-28.

Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de Situaciones Didácticas. 1°. Ed. Buenos Aire: Libros del Zorzal, 2007. ISBN: 978-987-599-035-7.

Chevallard, Y, Bosch, M., y Gascón, J. (1997). El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje. Editoriales trillas: Barcelona, España.

D'Amore, B., J. Godino y M. Fandiño, 2008, Competencias y matemática, Bogotá, Magisterio.

García Romero, T., Cifuentes Álvarez, W. D., & Bolaño Ospino, J. E. (2018). Obstáculos didácticos de los docentes de matemática, en el proceso enseñanza-aprendizaje de la educación básica secundaria y media, del municipio de Valledupar-Cesar. Revista Boletín Redipe, *7*(10), 113-122. Recuperado a partir de https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/599

Ministerio de Educación Nacional, (MEN, 1998). Editorial Magisterio Colombia.

Pochulu, M. y Rodríguez, M. (2012). Educación Matemática: aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos. Villa María, Argentina: Editorial Universitaria Villa María.

EL MATE-MUSEO: UNA PROPUESTA QUE COMBINA LA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS Y LAS TIC EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

Ashley Daniela Granados Cerinza, Brayan Felipe Contreras García

adgranadosc@upn.edu.co, bfcontrerasg@upn.edu.co

Universidad Pedagógica Nacional

Resumen

Se presenta el proyecto "Mate-Museo: Propuesta Digital Interactiva Sobre Las Heurísticas En La Historia De Las Matemáticas" una propuesta de material digital interactivo para la enseñanza de las matemáticas que surge, entre otras, como una respuesta ante la constante necesidad de actualización en las prácticas educativas; para lo cual se consideró combinar dos vertientes que han demostrado favorecer los procesos educativos como son la Historia de las Matemáticas [HM] y el uso de las TIC en el aula.

Para tal fin se tuvieron aspectos metodológicos como: amplia revisión documental de la de las heurísticas en la HM; estudio de las teorías al respecto del concepto de Heurística, que culminó en la creación de una definición propia; y el desarrollo del Mate-Museo, un entorno

digital interactivo en el *software* Unity en el que se presentan las heurísticas seleccionadas a través de exposiciones y actividades; por último, se recopiló el proceso en un documento tipo monografía.

Introducción

En esta presentación se busca reportar el diseño y desarrollo del “Mate-Museo”, un entorno interactivo digital pensado como herramienta de apoyo para la enseñanza de las matemáticas, integrando las ventajas del uso de las TIC y la HM en el ámbito educativo. Este se enfoca en exponer algunas heurísticas de la HM, las cuales sirvieron de base para el diseño de un conjunto de tareas que el usuario debe llevar a cabo para alcanzar un fin específico.

En las últimas décadas se he observado que la enseñanza de las matemáticas –respondiendo a la necesidad de una continua actualización– ha integrado en el aula tanto las TIC, para las cuales Pérez y Telleria (2012) reportan diversos beneficios entre los que se destacan la flexibilización de los tiempos, espacios y grupo poblacional objetivo; como la HM, para la cual Lupiañez (2002) y Guacaneme (2011) indican virtudes de su uso en el aula como apoyo al estudiante, a la par que favorece la formación profesional del docente.(*v. g.* rescatar problemas del pasado o identificar la evolución de un concepto matemático).

Objetivo

El objetivo del trabajo fue diseñar el Mate-Museo –en el *software* Unity– cuyo tema central fueran algunas heurísticas evidenciadas en la HM, así como un conjunto de actividades relacionadas con este, que sirvan como material didáctico para apoyar el desarrollo de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares.

Aspectos metodológicos

Para el desarrollo del Mate-Museo se tuvieron en cuenta consideraciones metodológicas como, realización de una revisión documental sobre la HM en busca de diferentes heurísticas (entendidas estas de forma sucinta como estrategias de resolución de problemas); construcción de una definición propia del concepto de Heurística (conceptualizando esta como una disciplina cuyo foco es el estudio de las heurísticas en distintos campos del saber) con base en las investigaciones de autores especializados (*v. g.* Polya, Schoenfeld, Puig); diseño y desarrollo del Mate-Museo en el *software* Unity –fundamentado en la revisión documental– en el que se agregaron las heurísticas como actividades interactivas o exposiciones informativas.

Resultados y reflexiones

El Mate-Museo da cuenta y razón de la conjunción entre el estudio de las heurísticas en la HM y el empleo de las TIC, generando así un ambiente interactivo en el que se aprovechan las bondades de ambos ámbitos de la siguiente manera:

El Mate-Museo (ver Ilustración 1) se encuentra organizado según las diversas épocas históricas: Edad Antigua, Edad Media, Edad Moderna y Edad Contemporánea; para cada una se detallan los contextos histórico y matemático con diversos objetos distribuidos en el escenario; exposiciones que explican las heurísticas seleccionadas para la época; y, al menos, una actividad en la que el usuario debe emplear sus conocimientos sobre una heurística en particular para alcanzar un objetivo. 

En conclusión, se considera que la unión entre el uso de la HM y las TIC en el aula de clase presenta un amplio potencial educativo al combinar las diversas ventajas de cada una de estas vertientes. En ese sentido, propuestas como el Mate-Museo responden a esta posibilidad presentando material que pueda ser adaptado y sirva de ayuda a los docentes en sus prácticas educativas.

Bibliografía

Contreras, B., y Granados, A. (2022). *Mate - Museo: Propuesta Digital Interactiva Sobre Las Heurísticas En La Historia De Las Matemáticas*. [Trabajo de grado]. Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá.

Guacaneme, E. (26 - 30 de junio de 2011). XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. *La Historia de las Matemáticas en la educación de un profesor: razones e intenciones.* [Sesión de conferencia]. Recife.

Lupiañez, J. (2002). *Reflexiones Didácticas sobre la Historia de las Matemáticas.* SUMA (40), 59-63.

Pérez, M., y Telleria, M. (2012). *Las TIC en la educación: nuevos ambientes de aprendizaje para la interacción educativa.* Revista de Teoría y Didáctica de las Ciencias Sociales (18), 83-112. Obtenido de http://www.saber.ula.ve/handle/123456789/37128

MODELO DIDÁCTICO PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO A TRAVÉS DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA EN SITUACIONES DE RIESGO AMBIENTAL

Ana Elizabeth González, Osvaldo Jesús Rojas Velázquez
Anaelizabet.gonzález@uptc.edu.co, orojasv69@uan.edu.co
UAN, Colombia

Resumen

La modelación se ha constituido en uno de los procesos generales de la actividad matemática que permite potenciar el pensamiento matemático. Por su parte el pensamiento matemático contribuye al desarrollo del razonamiento lógico, la creatividad, y permite articular conocimientos de diferentes tipos y desde distintas áreas para aportar en la solución a diversas problemáticas como son económicas, sociales y medioambientales. En ese sentido, las matemáticas pueden ayudar a minimizar los riesgos ambientales y utilizar este recurso didáctico para motivar a los estudiantes hacia su estudio. Según Blum & Niss (1991) la modelación matemática es el proceso completo de transitar desde un problema planteado en una situación real hasta un modelo matemático.

Al respecto Lingefjard y Holmquist (2005) sostienen que la modelación matemática se considera como una competencia básica que dota a los estudiantes de capacidades para resolver problemas de la vida real en matemáticas y en otras disciplinas. Por lo anterior, para que el aprendizaje de las matemáticas sea más realista y ejemplifique como se utilizan las matemáticas en la vida cotidiana y ver cómo estas aportan a la solución de problemas, se aborda la modelación matemática en situaciones de riesgo ambiental.

Ortiz y Camelo (2020) presentan el análisis, los resultados y el método de una revisión que consideran aspectos importantes, sobre el reconocimiento que diversos trabajos han venido haciendo sobre la modelación matemática en Encuentros Colombianos de Matemática Educativa (ECME) celebrados entre 2012 y 2015. Los autores hacen un llamado a la comunidad de educadores matemáticos para generar canales que permitan conocer, los desarrollos que se están presentando en torno a la modelación matemática y desde tal reconocimiento avanzar en la construcción de colectivos de trabajo alrededor de ella.

Los investigadores concluyen con una preocupación derivada de este estudio inicial, la cual tiene que ver con la interpretación que, tal vez, se le esté dando en las aulas colombianas a las prácticas de modelación matemática, por lo que invitan a la comunidad académica a unir esfuerzos con tal fin y en favorecimiento del pensamiento matemático.

Las valoraciones anteriormente descritas y el exhaustivo estudio epistemológico realizado, permiten determinar el siguiente problema de investigación ¿cómo contribuir al desarrollo del pensamiento matemático en el contexto de la modelación matemática en situaciones de riesgo ambiental en estudiantes de séptimo de la ciudad de Duitama (Boyacá)?

Para propiciar el desarrollo del pensamiento matemático se toma como referente lo planteado por Mason, Burton, & Stacey (2010) quienes afirman que este "se puede considerar como un proceso dinámico que mejora las ideas complejas y amplía la comprensión"(p. 161). Por ello se propone un sistema de actividades que constituyen un reto para los estudiantes, asumiendo lo expresado por Pérez (2004), acerca de que los "… problemas retadores invitan al estudiante a pensar autónomamente, a indagar, a cuestionar, a razonar y a explicar su razonamiento".

Por lo anterior, la modelación, los problemas retadores y las situaciones de riesgo ambiental son elementos que, interrelacionados con otros, permiten en la presente investigación la formación de un modelo didáctico que favorecen el desarrollo del pensamiento matemático. Estos elementos constituyen temáticas abordadas en congresos, eventos y reuniones. En particular el International Congress on Mathematical Education (ICME), el Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME), la Conferencia Iberoamericana de Educación Matemática (CIAEM), la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME), entre otros.

La investigación asume el paradigma cualitativo, bajo un enfoque cualitativo y un diseño de investigación acción, los instrumentos usados fueron: el cuestionario de pregunta abiertas y cerradas, encuestas a docentes, el diario del investigador, entre otros.

Resultados

El modelo didáctico diseñado propende por el papel activo del estudiante como constructor de su conocimiento y el papel activo del docente como investigador en el aula, con el fin de que el estudiante avance en la formulación de modelos matemáticos más complejos para comprender y actuar sosteniblemente con el entorno.

Los resultados muestran que, para propiciar el desarrollo del pensamiento matemático, se debe dar la oportunidad al estudiante de resolver los problemas de modelado avanzando asertivamente dentro las fases presentes en el ciclo de modelado.

El modelo didáctico de corte alternativo propuesto, el cual es contextual, significativo, complejo y didáctico, y que encierra varios componentes en su fase de resolución se ve reflejado en el desarrollo del pensamiento matemático.

Referencias

Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects. State, Trends and Issues in Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 37-68. https://doi.org/10.1007/BF00302716

Lingefjärd, T., & Holmquist, M. (2005). To assess students' attitudes, skills and competencies in mathematical modeling. T*eaching Mathematics and Its Applications: International Journal of the IMA*, 24((2-3)), 123-133.

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Pensar Matemáticamente*. España: Labor, S. A.

Ortiz, M. y Camelo, F. (2020). Un panorama de la modelación matemática en los encuentros colombianos de matemática educativa entre 2012-2015. Góndola. *Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias,* 15(2), 251–267. https://doi.org/10.14483/234.

PÉREZ, J. (2004). ***OLIMPIADAS COLOMBIANAS DE MATEMÁTICAS PARA PRIMARIA*****.**

ESTRATEGIAS EMPLEADAS POR DOCENTES DE MATEMÁTICAS PARA RESOLVER UN PROBLEMA RELACIONADO CON LA TEORÍA DE CONJUNTOS: UN ESTUDIO DE CASO

Marcos Campos Nava, Agustín Alfredo Torres Rodríguez
mcampos@uaeh.edu.mx, agustin.tr@atitalaquia.tecnm.mx
Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Tecnológico Nacional de México campus Atilaquia, México.

Resumen

Desde la perspectiva de la *Teoría de la Epistemología Genética*, propuesta por Jean Piaget a mediados del siglo pasado, procesos cognitivos como la clasificación y la seriación, los cuales están relacionados con la noción de número, aparecen de forma intuitiva desde la temprana infancia, por medio de la experiencia sensorial. Estas ideas están estrechamente relacionadas con la noción de conjuntos.

Esta noción parece tan primitiva y ligada a la intuición, que pocas veces se considera necesaria discutirla como un tópico del currículum, aunado a esto, a raíz del llamado *fracaso escolar de la matemática moderna,* fueron excluidos del currículum oficial los tópicos relacionados a la teoría de conjuntos.

Si bien nociones matemáticas relacionadas con la teoría de conjunto y sus operaciones lógicas, no son intuitivas, se consideran de suma importancia para la construcción del concepto de número natural, y se adquieren durante la infancia en la etapa escolarizada, alrededor de los 12 años de edad, de ahí que cuando se llevó a cabo la reforma educativa conocida como *la matemática moderna,* los tópicos relativos a conjuntos, se introdujeron en el primer año de la educación secundaria. Sin embargo, tras el fracaso de esta reforma, fueron retirados del currículum (Arrieche, 2006; Bautista-Cóndor, 2012).

Sin embargo, Arrieche (2006) menciona que tópicos relacionados con la teoría de conjuntos aparecieron después en los programas de estudio para la formación de profesores de matemáticas de nivel básico, esto debido a que, son los profesores de estos niveles quienes deben enseñar a los niños a construir el concepto de número natural, por lo que se consideró fundamental que los futuros profesores tuvieran bases sólidas sobre teoría de conjuntos.

Para resolver problemas que involucren encontrar la cardinalidad de algunos subconjuntos a partir de conocer la cardinalidad de un conjunto universo o una clase general, se pueden emplear relaciones lógicas entre el conjunto y sus subconjuntos, de acuerdo a Piaget, estas ideas se empiezan a desarrollar alrededor de los 8 años de edad: *"En este nivel, los niños construyen de inmediato clasificaciones jerárquicas al combinar de una manera móvil los procedimientos ascendentes y descendentes y conseguir así cuantificar la inclusión"* (Dolle, 2006 p.151)

En este sentido, surge una pregunta natural ¿la noción de conjuntos y sus operaciones surgen de forma intuitiva al resolver problemas matemáticos? Para explorarla se eligió un problema que involucre la noción de conjunto y que se pudiera resolver siguiendo como estrategia la representación de un conjunto universo y subconjuntos del mismo.

Con dicho objetivo, se eligió un problema matemático que involucra tópicos de la noción de conjuntos, el cual se propuso a un grupo de profesores de matemáticas que estudian el primer semestre de un posgrado en educación matemática. Para ello, se eligió por conveniencia a un grupo de 9 estudiantes que iniciaban estudios de posgrado en Educación Matemática de una Universidad pública en México, cuyas edades estaban comprendidas entre los 26 y los 50 años, todos con experiencia docente como profesores de matemáticas de por lo menos un año. Con respecto a su formación inicial se contó con un participante que tenía estudios normalistas como profesor de matemáticas y otros dos con formación en ciencias económico-administrativas, el resto eran ingenieros de profesión.

En este trabajo se reportan las estrategias empleadas por los docentes para resolverlo, desde el enfoque de la epistemología genética. Los resultados indican que no todos los profesores son capaces de emplear operaciones de conjuntos y subconjuntos para resolver el problema. Los nueve profesores que participaron entregaron por escrito sus soluciones, ninguno logró encontrar una solución satisfactoria, en términos del problema original.

De acuerdo a la reportado en esta experiencia, si bien nociones de la teoría de conjuntos como subconjuntos, intersecciones o diferencias entre conjuntos parecen casi de naturaleza intuitiva, desarrolladas y formalizadas al manipular objetos concretos (lápices, canicas, tapas de botellas, tarjetas de colores, etcétera), que son actividades que desde el jardín de niños se fomentan, no garantizan que a falta de una instrucción escolar formal de estos tópicos, los resolutores de problemas las puedan emplear como *estrategias metacognitivas de orden abstracto*.

Bibliografía

Arrieche, M. J. (2006). La teoría de conjuntos en la formación de maestros: facetas y factores condicionantes del estudio de una teoría matemática. *Educación Matemática*, 18(2), 171-174. http://www.revista-educacion-matematica.com/descargas/Vol18-2.pdf

Bautista-Cóndor, J.L. (2012). Desarrollo de la noción de número en los niños. *Perspectivas en primera infancia*, 1(1), https://revistas.unitru.edu.pe/index.php/PET/article/view/145

Dolle, J.M. (2006). *Para comprender a Piaget*. Ed. Trillas: México, 2ª Ed.

INFINITO MATEMÁTICO, UNA OMISIÓN DE UN PROFESOR DE MATEMÁTICAS

José Luis Guevara Rodríguez, Kelly Alejandra Bejarano Ruíz
dma_jlguevarar154@pedagogica.edu.co, *kabejaranor@upn.edu.co*
Universidad Pedagógica Nacional, Colombia

Resumen

El infinito hace parte de las matemáticas y de la propia cultura del hombre. Este hecho es un argumento fuerte para introducir el infinito en las clases de matemáticas, y sobre todo una oportunidad para aprovechar la historia de las matemáticas como plato fuerte en el aprendizaje mismo del concepto (Torres et al., 2014). Esta actitud reflexiva sobre los objetos y conceptos de las matemáticas como una actividad cultural no debería sorprender a un profesor de matemáticas. Al contrario, desde los Lineamientos Curriculares se hace explicita la patente necesidad de meditar sobre el papel de la matemática y la cultura (MEN, 1998). Además, si deseamos que el concepto matemáticamente competente tenga sentido dentro del aula, la historia y las filosofías de las matemáticas no deberían ser omitidas allí (MEN, 2006). Por lo tanto, en ese mismo sentido, se hace necesario meditar sobre los conceptos y objetos de la matemática. En particular, la aparición del infinito en potencia y en acto en la escuela.

El infinito aparece tanto en una manifestación epistemológica como cultural, esto es: hacia lo grande o hacia lo pequeño (Waldegg, 1987). Estas dos resultan estar ligadas a los cuatro pensamientos (*v.g*. Numérico, Espacial, Variacional, Métrico). Sin embargo, (Bejarano & Páez, 2022) encontraron que, el infinito (en su naturaleza potencial) también está relacionado con el pensamiento Aleatorio, al considerar poblaciones infinitas adaptando los métodos y procedimientos de la Estadística inferencial en una población con unas características determinadas.

El primer acercamiento del infinito en la escuela está ligado mediante el conteo. El trabajo de (Waldegg, 1987) expone esta idea, mediante la forma de representar números en el sistema posicional. En consecuencia, este primer contacto con el infinito está ligado de manera natural al pensamiento Numérico. Asimismo, una forma de vincular el infinito con los demás pensamientos puede ejemplificarse al relacionar los tres mediante actividades de proporcionalidad y su conexión con la función lineal (Roldán, 2013). Es así que, la transversalidad del infinito en los pensamientos es comprensible en su naturaleza potencial, lo cual genera interpretaciones erróneas de los objetos matemáticos que están en juego, ya que, por ejemplo, si se aborda el concepto de función lineal en el aula, este objeto depende matemáticamente de la continuidad de los números reales y por ende del infinito en acto, el cual cambia la ontología de los objetos matemáticos como el número (Guevara, 2021). Además, como lo establece los Estándares Básicos de Competencias, la introducción y concepción del infinito en acto se espera desde grado octavo en adelante con la finalidad de desarrollar competencias ligadas al concepto de número real en los distintos pensamientos matemáticos (MEN, 2006).

En el aprendizaje sobre el número real, los futuros profesores de matemáticas tienen algunas concepciones desligadas del aspecto histórico-epistemológico, tal como lo mencionan

(Mora & Torres, 2004), puesto que sus nociones son más intuitivas, ligadas a describir ciertas propiedades, características, dejando de lado la completez de los números reales y por ende su relación con el infinito actual. Esto genera errores matemáticos en la nociones que los estudiantes tienen, debido a que no se concientiza sobre la naturaleza de los números reales, obstaculizando la llegada de los números irracionales como entidad matemática real, a pesar que dichos errores emergen una solución continua que oculta el infinito en acto en sí, tal como lo menciona Waldegg (1987). En consecuencia, el profesor de matemáticas al descuidar su formación respecto del infinito actual genera en los estudiantes la concepción de objetos matemáticos y de los infinitos erróneos, contradiciendo el concepto de ser matemático competente establecido por el Ministerio de Educación Nacional.

Bibliografía

Bejarano, K., & Páez, E. (2022). *Una revisión a los distintos usos del concepto de infinito a través de la Historia*. [Tesis de pregrado, Universidad Pedagógica Nacional].

Guevara, J. (2021). *¿Cambió el concepto de número en la crisis de los fundamentos de la matemática?* [Tesis de pregrado, Universidad Pedagógica Nacional].

MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas.* Ministerio de Educación Nacional. https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf

MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Ministerio de Educación Nacional. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

Mora, L., & Torres, J. (2004). *Concepciones De Estudiantes De Licenciatura En Matemáticas Sobre Números Reales* [[Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional]]. http://funes.uniandes.edu.co/11142/1/Mora2004Concepciones.pdf

Roldán, E. (2013). *El aprendizaje de la función lineal, propuesta didáctica para estudiantes de 8° y 9° grados de educación básica* [[Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]]. https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/21934/1186875.2013.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Torres, A., Guacaneme, E., & Arboleda, L. (2014). La Historia de las Matemáticas en la formación de profesores de Matemáticas. *Quipu, Revista Latinoamericana de Historia de Las Ciencias y La Tecnología*, *16*(ISSN: 2007-381X), 203–224.

Waldegg, G. (1987). *Esquemas de Respuesta ante el Infinito Matemático. Transferencia de la operatividad de lo finito a lo infinito*. [Tesis de doctorado no publicada, CINESTAV].

EL DISEÑO DE TAREAS DE MATEMÁTICAS DESDE EL SABER Y EL SER

Rafael Moreno León
rmorenol@correo.udistrital.edu.co
Doctorado Interinstitucional en Educación (DIE-UD FJDC), Colombia

Introducción

Se presentan resultados de una investigación doctoral en curso, que tiene por objeto caracterizar las relaciones que vinculan el surgimiento del pensamiento proporcional y las formas de interacción social de los estudiantes del quinto año de la Educación Primaria, en un aula mediada por una ética comunitaria. Este estudio se viene desarrollando desde el marco de la Teoría de la Objetivación (TO), perspectiva de investigación fundamentada principalmente desde el materialismo dialéctico desarrollado en la Escuela sociocultural de Vygotsky y la Teoría de la actividad de Leóntiev (Gobara & Radford, 2020; Radford, 2018). Por ello sobresalen en esta ponencia ciertos elementos teóricos que cimientan el trabajo desarrollado: *saber, sujeto histórico cultural, actividad matemática (labor conjunta) y ética comunitaria*.

En el ámbito del campo de la Educación Matemática, se deben particularizar los fundamentos teóricos sobre el sujeto que aprende y el saber. Desde otras aproximaciones teóricas, como los enfoques constructivistas, el *saber* o *conocer* es visto como una entidad psicológica que surge de las acciones del individuo; es visto como una construcción intelectual, personal y así mismo, subjetiva (Radford, 2020). Mientras que desde la TO el saber se presenta como un sistema histórico cultural de procesos corpóreos, sensibles y materiales, puestos en acción y reflexión (Radford, 2017). Por ello, el saber cambia de una cultura a otra y se constituye a lo largo del tiempo. Por otro lado, el *sujeto* es considerado desde muchos enfoques de la Educación Matemática y desde la psicología genética de Piaget, como el centro de la cognición humana, la realidad emana de él; esto bajo la influencia del neoliberalismo económico, así la escuela se ha transformado en un lugar de fabricación de individuos necesarios para la vida socioeconómica, a partir del buen uso de su autonomía (Radford, 2020). Desde la TO se considera un sujeto histórico-cultural, un individuo que se produce en la cultura y a partir de su transformación, mediante la conformación de su subjetividad; el individuo visto de esta forma es único, histórico, cultural y concreto (Radford, 2020).

De la misma manera, en el ámbito investigativo es necesario precisar el tipo de actividad matemática que se desarrolla en el aula, así como las formas de relación entre los sujetos que aprenden, con el animo de dilucidar el alcance de nuestro estudio. Adicional a ello, se observa en diversas teorías del campo la focalización del análisis sobre las formas de producción de saber, mas no así sobre las formas de creación de subjetividades (Gobara & Radford, 2020). Por tal razón, la TO vincula la actividad matemática misma con el sujeto particular que estudia; en concordancia, se busca establecer, tanto procesos de objetivación (toma progresiva de consciencia sobre los sistemas corpóreos, sensibles y materiales), como de subjetivación no alienantes, a partir de una actividad de aula que movilice, tanto los saberes dentro del aula, como mejores formas de interacción social (Radford, 2018). A este tipo actividad matemática la llamamos *Labor conjunta.* Finalmente, dentro de la TO se considera cierta forma de comportamiento de los sujetos para que se desarrolle la labor conjunta, cimentada en tres elementos precisos: la responsabilidad, el cuidado por el otro y el compromiso por el trabajo conjunto; a esta manera particular de relacionarnos en el aula la llamamos *ética comunitaria* (Gobara & Radford, 2020).

En el marco del estudio doctoral, teniendo en cuenta lo anterior nos hemos preguntado si existe una adecuada gestión de clase y un diseño de actividades preciso para la enseñanza, que permita el desarrollo de una verdadera labor conjunta, abordando tanto las formas de producción de saber, como la creación de subjetividades en el aula, diferente a las usuales dentro de otras aproximaciones teóricas del campo.

Metodología

Dentro del marco de la tesis doctoral se han planteado tres etapas: *i) Implementación de tareas y ambiente de aula*, *ii) Análisis de los episodios de clase* y iii) Caracterización de las relaciones entre saber y devenir. Esta ponencia recoge algunas reflexiones que surgen al finalizar la primera etapa del estudio, luego de la fundamentación filosófica sobre la TO y la elaboración del diseño metodológico de la investigación. Se contempla el estudio general, a partir de dos grupos de estudiantes de quinto grado de Educación Primaria en la capital del país. Esta ponencia surge luego de la pasantía doctoral en la Ciudad de México bajo la dirección del doctor Isaías Miranda Viramontes investigador del IPN, al analizar las videograbaciones de esta primera aplicación de los instrumentos de investigación, de la revisión y la reestructuración del diseño mismo de las tareas, rumbo a la toma de información y consolidación de los datos del estudio con el segundo grupo de estudiantes.

Resultados

Dentro de las estrategias para el desarrollo del pensamiento algebraico se encuentra el enfoque del Early Algebra, propuesto por Kaput hace mas de 20 años con el fin de algebrizar el currículo de primaria, con actividades como la generalización de patrones. Una de las rutas al algebra de bachillerato es la promoción del mismo pensamiento proporcional en los niños de dicho nivel. En nuestro estudio las tareas diseñadas se enfocan, tanto en las formas de producción de saber (aspecto epistemológico de esta forma de pensamiento), cómo en las formas de interacción humana (creación de subjetividades). Se observa la necesidad de involucrar a los *otros* en las instrucciones de las tareas y la comunicación dentro del aula, apartándose del lenguaje anterior mostrado por otros diseños, centrados en el asunto de la individualidad del sujeto, mediante el uso de la autonomía del estudiante. Así mismo, se consideran tres aspectos claves en la gestión de la enseñanza, para inscribir a los niños en el mundo social y en una adecuada interacción en el marco de la labor conjunta: El papel de las reglas y el seguimiento de las instrucciones en las tareas; el papel del contenido matemático, como elemento sociocultural del conocimiento del estudiante mediante su pensamiento; y el papel del educador como dinamizador de la actividad matemática, considerando, tanto la producción de conocimiento, como en la creación de subjetividades.

Bibliografía

Gobara, S. T., & Radford, L. (2020). *Teoria da Objetivação: Fundamentos e Aplicações para o Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática*.

Radford, L. (2017). Saber y conocimiento desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación. In *B. D'Amore y L. Radford (Eds.). Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos* (pp. 95–112).

Radford, L. (2018). Algunos desafíos encontrados en la elaboración de la teoría de la objetivación. *PNA*, *12*(2018), 61–79.

Radford, L. (2020). El aprendizaje visto como saber y devenir: una mirada desde la teoría de la objetivación. *Rematec*, *15*(36), 27–42. https://doi.org/10.37084/rematec.1980-3141.2020.n16.p27-42.id306.

EL JUEGO, UNA ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES 2X2 EN ESTUDIANTES CON TDAH.

Deivis Haridson Pacheco Ramírez, Mirsa Ester Silvera Bornacelli, Eddie Rodríguez Bossio.
dhpacheco@mail.uniatlantico.edu.co, *mesilvera@mail.uniatlantico.edu.co*, *eddierodriguez@mail.uniatlantico.edu.co*.
Universidad del Atlántico, Colombia.

Resumen

Estudios previos han demostrado que el Trastorno de Déficit de Atención con Hiperactividad (TDAH) afecta el desempeño académico y está asociado a las Dificultades de Aprendizaje las Matemáticas (DAM) de los estudiantes que padecen el trastorno. Por tanto, es

necesario el diseño e implementación de estrategias didácticas, que potencien el aprendizaje de las matemáticas de la población de estudiantes con TDAH.

Conectado a la relación entre la diversidad estudiantil y las dificultades de aprendizaje, surge la inclusión en el ámbito educativo. En Colombia se establece la educación inclusiva dentro del marco legal colombiano, siendo dirigida a la población con discapacidad, para fomentar su acceso y permanencia educativa con calidad (Decreto 1421 de 2017, MEN, 2019). Además, la UNESCO, UNICEF, ONU y otros gobiernos consideran imprescindible fortalecer el sistema educativo para brindar un servicio y atención a la diversidad estudiantil mediante la inclusión educativa, utilizando recursos con fines educativos para la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Así, la enseñanza inclusiva las matemáticas ha sido estudiado por muchos investigadores como Mercado et al. (2021) en su artículo, *Fortaleciendo Habilidades del Pensamiento Crítico en Estudiantes con TDAH, a través de Ecuaciones Lineales*, donde expone que pese a la condición del estudiante, puede fortalecer las habilidades del pensamiento crítico, mediante acompañamiento y seguimiento pertinente, implementando y usando adecuadamente herramientas lúdicas, materiales concretos y estrategias didácticas que el estudiante considere interesantes, agradables y le generen curiosidad.

Además del uso de materiales concretos, la tesis de especialización de Fuentes y Fuentes (2020) plantea la enseñanza de las matemáticas por medio de las TIC y mecanismos didácticos de material manipulativo, como estrategia que beneficia el proceso de enseñanza aprendizaje en los niños utilizando herramientas lúdicas que rompen posturas rígidas y el quehacer pedagógico tradicional. En su investigación, identificaron la necesidad e importancia del uso de actividades lúdicas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, tanto en docentes como en estudiantes; y el impacto en los últimos de las TIC y los materiales manipulativos, motivando la participación que se refleja en la mejora del desarrollo académico y la disminución de la deserción escolar.

Articulado a estos estudios, la presente investigación tiene como objetivo implementar juegos, como estrategias didácticas y herramientas lúdicas para el aprendizaje de los métodos de solución (reducción y gráfico) de sistemas de ecuaciones lineales 2X2 en estudiantes con TDAH de 9° grado de la Institución Educativa Diversificada Oriental del municipio de Santo Tomás, Atlántico, Colombia en el año 2022. A su vez, esta investigación adopta un enfoque cualitativo, que describe e interpreta diversas las fuentes y resultados del estudio; su diseño se basa en la observación participación activa, por tanto, la mayoría de las actividades diseñadas requieren la participación del docente como guía, prevaleciendo la observación. La investigación corresponde a un estudio de caso, donde los sujetos de estudios fueron seleccionados mediante un muestreo de criterio que conllevaron a elegir dos estudiantes de 9° grado.

Para alcanzar los objetivos planteados, el grupo investigativo implementó una serie de diferentes juegos correspondientes a las temáticas abordados que complementan al desarrollo del aprendizaje de los estudiantes con TDAH. Ahora bien, los juegos no se limitan a estudiantes con TDAH, pues también se pueden ejecutar con estudiantes regulares, debido a su dinamicidad, son fáciles de implementar y de libre acceso, dado que los juegos pueden hallarse en páginas de internet gratuitas y pueden ser adaptados con materiales manipulables de bajo costo.

Tras la implementación de los juegos, se analizaron los hallazgos que demuestran un incremento en la motivación de los estudiantes hacia el aprendizaje cuando los docentes implementan juegos educativos, lo que facilita el desarrollo de actividades. Estos juegos físicos y virtuales incidieron en la mejora del aprendizaje de los estudiantes de la temática; no obstante, cada uno desarrolló habilidades en cuanto a un aprendizaje en concreto, uno hacia el método de reducción y otro estudiante al gráfico, mostrando que cada estudiante opta por el método de solución que le genere mayor comodidad. Comparando los resultados individualmente, se revela que la solidez de las bases matemáticas de los estudiantes incide en sus resultados.

A partir de los resultados de este estudio podemos concluir que se debe priorizar el afianzamiento de los conceptos básicos matemáticos, para mitigar los errores de los estudiantes al realizar operaciones básicas y despejar variables. Similarmente, aunque los estudiantes tengan una mejoría de la misma cantidad, no significa que estén al mismo nivel, puesto que esto es influenciado por factores como la práctica autodidacta. Uno de los sujetos demostró ser autodidacta, es decir, una persona que se instruye a sí misma, al solicitar juegos extra a los utilizados durante las clases, lo que incidió en la mejora de su aprendizaje.

Por tanto, los docentes pueden fomentar una cultura de aprendizaje en los estudiantes mediante los juegos. Ahora bien, es necesario que estos consideren y evalúen los juegos apropiados para las temáticas abordadas y que satisfagan las necesidades de sus estudiantes. Sin embargo, actualmente se requiere de mayor literatura científica relacionada con juegos para la enseñanza de las matemáticas, tanto virtuales como físicos que tengan en cuenta diferentes contextos en lo que se desempeñan los estudiantes.

Bibliografía

Fuentes, E. y Fuentes, J. (2020). *La implementación del uso de las TIC y la construcción de material manipulativo como estrategia lúdica para el aprendizaje de las matemáticas*. Fundación Universitaria Los Libertadores. https://repository.libertadores.edu.co/bitstream/handle/11371/3307/Fuentes_Fuentes_2020.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Mercado, S., Villadiego, K. y Rodriguez, E. (2021). Fortaleciendo Habilidades del Pensamiento Crítico en Estudiantes con TDAH, a través de Ecuaciones Lineales. *Revista Conocimiento Investigación y Educación. CIE, 1*(11), 44-54.

Minsterio de Educación Nacional. (2006). Portafolio de modelos educativos. https://bit.ly/2BEW0xP

Ministerio de Educación Nacional. (2019). Decreto 1421 de agosto 29 de 2017. https://www.mineducacion.gov.co/portal/normativa/Decretos/381928:Decreto-1421-de-agosto-29-de-2017

Ministerio de Educación Nacional. (2022). Derechos Básicos de Aprendizaje en matemáticas. DBA v.2. Matemáticas. https://colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/files_public/2022-06/DBA_Matematicas-min.pdf

IDONEIDAD DIDÁCTICA DE LAS PRÁCTICAS DE PROFESORES QUE ORIENTAN MATEMÁTICAS EN PRIMARIA

Daysy Maite Sánchez Bareño, José Francisco Leguizamón Romero
daysymaite.sanchez@uptc.edu.co, francisco.leguizamon@uptc.edu.co
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Colombia
.

Resumen

Este trabajo presenta algunos de los resultados de una investigación enmarcada en la línea de la didáctica de la matemática, cuyo objetivo fue analizar las prácticas de los docentes de primaria que orientan matemáticas, pero, que no son licenciados, ni especialistas en el área, pues, si se tiene en cuenta que "el techo de la calidad en educación lo determina la calidad de sus docentes" (Pérez, 2018, p.1), es necesario tomar como referencia a los educadores de una misma institución educativa, dado que, muchos de los desafíos con los que estos se encuentran están relacionados con la nueva sociedad del conocimiento, una sociedad que cambia constantemente, lo que exige mayor formación permanente para poder responder a las necesidades de los educandos. El docente y las prácticas de enseñanza que se desarrollan en el aula son elementos del sistema educativo que son objeto de muchas críticas, revisiones y reestructuraciones; al respecto Báez, Cantú & Gómez (2007) opinan que "la práctica de enseñanza [...], se ha visto fuertemente cuestionada por investigaciones y la sociedad en general, en función de los

resultados de los procesos educativos. Se discute sobre la calidad de la práctica docente y de la educación …" (p.8).

También, se hizo una caracterización del maestro de básica primaria, reconociendo que estos docentes tienen en sus manos a los educandos en sus primeras etapas académicas. Es importante mencionar que, en Colombia y por ende en Samacá la básica primaria está a cargo de un solo docente por cada grado y aunque esto tiene muchas bondades como el conocer a cada uno de los estudiantes, sus potencialidades, dificultades y además, facilita la transversalización constante de las diversas áreas, también genera situaciones no tan favorables, pues de la misma manera en cómo se está trabajando es imposible que el docente sea un experto en todas las áreas y es que especialmente en matemáticas son evidentes algunas falencias cuando los niños llegan a bachillerato. Este trabajo puso su mirada en la enseñanza de la matemática desde sus inicios, es decir, desde los procesos que se llevan a cabo en las aulas de básica primaria, sin dejar de reconocer que en bachillerato también se presentan diversas situaciones que ameritan ser estudiadas.

La caracterización del maestro de primaria se hace a partir del análisis de sus clases y de su idoneidad como docente en el área de matemáticas, siguiendo cada uno de los criterios y categorías propuestas por el Enfoque Ontosemiótico, marco teórico construido para enmarcar este estudio, en los aportes del enfoque Ontosemiótico (EOS) sobre el conocimiento y la instrucción matemática (Godino, 2002; 2017; Godino y Batanero, 1994; Godino, Batanero y Font, 2007; 2019). El EOS proporciona una serie de herramientas que permiten abordar la investigación desde el currículo, el estudiante, el profesor o la enseñanza, de forma individual o relacionada. El EOS define la idoneidad didáctica como el grado en que un proceso de instrucción reúne ciertas características que permiten calificarlo como adecuado, siendo el principal criterio la adaptación entre los significados personales que obtienen los alumnos (aprendizaje) y los significados institucionales, ya sean pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta la influencia del entorno (Godino, 2013). Constituye una herramienta que permite el paso de una didáctica descriptiva a una didáctica orientada hacia la intervención efectiva en el aula. Esto supone la articulación coherente y sistémica de seis criterios relativos a las facetas que intervienen en un proceso de instrucción (Godino et al., 2007, p. 133).

En cuanto a la metodología, se siguió un enfoque cualitativo-interpretativo, la recolección de los datos se hizo teniendo en cuenta la observación directa, las grabaciones de audio y video, los diarios de campo, los registros de observación y la entrevista. Las reflexiones de los docentes se organizaron a partir de una herramienta metodológica que combina el uso de los Estudios de clases y los criterios de idoneidad didáctica.

Finalmente, se describieron las características y los diferentes estilos de aprendizaje del maestro de una institución educativa de Samacá, Colombia. Asimismo, se reconoce que cuando el profesor confronta la visión de su clase con lo observado por otros, y mediado por la reflexión colectiva sobre su práctica, cambia su actitud y su forma de ver la dinámica de una clase.

Como resultado, la práctica docente puede ser vista como la producción experiencial que conlleva al desarrollo de nuevas técnicas encaminadas al mejoramiento de las mismas, pues, la sociedad actual está enmarcada por la globalización y el cambio que requiere educadores de pleno derecho, integrales capaces de desarrollar y potencializar toda condición humana. Así, y como lo expresan Costa y Kallick (1993, p.49) “Solo cuando cambias los lentes a través de los cuales ves el aprendizaje del estudiante – o tu propia práctica – descubres si un nuevo foco es mejor o peor. Si nunca cambias los lentes, limitas tu visión”. Al final, se concluyó que los docentes de primaria no estaban lo suficientemente preparados en matemáticas, y algunos ni siquiera han recibido algún tipo de formación en el área, lo que no les permite actuar coherentemente frente a las necesidades demandadas en la práctica del aula con lo requerido en el currículo.

Bibliografía

Báez, M. A.; Cantú, C. A. & Gómez, K. M. (2007). *Un estudio cualitativo sobre las prácticas docentes en el aula de matemáticas en el nivel medio*. Mérida, Yucatán, México: Monografía de pregrado no publicada. Universidad Autónoma de Yucatán.

Costa, A. y kallick, B. (1993). Through the Lens of a Critical Friend. Educational Leadership, 51 (2), 49-51.

Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. Recherches en Didactiques des Mathematiques, 22 (2/3), 237-284

Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 11, 111-132.

Godino, J. D. (2014). Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos: motivación, supuestos y herramientas teóricas. Disponible en, http://enfoqueontosemitico.ugr.es/documentos/sintesis_EOS_2abril2016.pdf

Godino, J. D. (2017). Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas para la educación matemática. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M.M. Gea, B.

Godino, J. D., Batanero, C. (1994) Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. Recherches en Didactique des Mathématiques, 14 (3), 325-355.

Godino, J. D. Batanero, C., y Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: implications for the prescriptive character of didactic. For the Learning of Mathematics, 39 (1), 37-42.

Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). *The onto-semiotic approach to research in mathematics education*. ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39 (1-2), 127-135.

Pérez Dávila, F. L. (2018). *Políticas educativas en Colombia: en busca de la calidad.* Revista actualidades pedagógicas, No. 71, pp. 193-213, https://doi.org/10.19052/ap.4430

LA TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS EN LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN DE VARIABLE REAL EN EL PROGRAMA DE ADMINISTRACIÓN AMBIENTAL

Luz Elena Palacio Loaiza, Vivian Libeth Uzuriaga López
luz.palacio@utp.edu.co, vuzuriaga@utp.edu.co
Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia

Resumen

Los bajos desempeños en las pruebas que presentan los estudiantes en matemáticas, al igual que su aprendizaje, en distintos niveles de escolaridad, ha sido una problemática que se viene investigando por décadas en diferentes latitudes. Por ejemplo, desde la perspectiva del trabajo del aula, se han encontrado debilidades en relación con la resolución de problemas en lo que corresponde al pensamiento variacional y que involucra la dificultad para definir claramente las variables, plantear posibles relaciones entre ellas, comprender situaciones problemas a partir de su enunciado, lo cual muestra limitadas habilidades para modelar situaciones de contexto mediante una función (Ruiz, R., 2018, pág.18). Otra de las problemáticas gira en torno a la enseñanza conductista centrada en procesos algorítmicos y memorísticos, donde "los estudiantes se limitan a resolver ejercicios mecánicamente, porque no se les ha ofrecido actividades que permitan construir conceptos, sólo repiten definiciones que no significan nada para ellos" (Ruiz, R., 2018, pág.19), lo que ha llevado a la desmotivación por el estudio de la matemática por considerarla simple números, ecuaciones y fórmulas. Estos problemas no son ajenos a los estudiantes de la Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia, particularmente en el programa Administración de Empresas, en donde la mayoría de los alumnos tienen fobia a la matemática por considerarla alejada de su realidad y con poca inherencia en su carrera. Consecuencia de lo anterior es la pérdida, deserción y bajo desempeño en la Matemática Básica, primera asignatura de matemáticas que cursan; estudios como los de Rojas-Torres (2013) indican que es común que en las carreras que requieren de alto grado de razonamiento cuantitativo el alumnado no apruebe el primer curso de matemática de su plan de estudios, los cuales se han caracterizado por altos índices de deserción y reprobación, lo que conduce a su aversión (Aponte, González y Rincón, 2012)

Lo anterior motivó una investigación centrada en métodos de enseñanza fundamentados en las corrientes constructivistas, como es la Teoría de Situaciones Didácticas, con el fin de contribuir a superar el problema diagnosticado; para lo cual se formuló la pregunta: ¿Cómo construir el concepto de función en los estudiantes de Matemática Básica del programa Administración Ambiental de la Universidad Tecnológica de Pereira?, ya que el concepto de función en matemáticas es la base del componente numérico variacional y fundamental para la resolución de problemas.

La investigación se fundamentó en la teoría de las Situaciones Didácticas, que tuvo sus orígenes en Francia y fue propuesta por Guy Brousseau aproximadamente a fines de la década de los sesenta del siglo XX (Padilla, F., 2018). Esta teoría propone un modelo para abordar la enseñanza de la matemática basado en situaciones que propician la construcción de conceptos por parte de los estudiantes de manera autónoma. Según Brousseau, cuando los docentes parten de los conocimientos previos de sus estudiantes y procuran que aprendan no para un momento fugaz sino para toda la vida, es cuando realmente se alcanza el objetivo más importante de la educación: la pertinencia y perdurabilidad de lo aprendido (Padilla, F., 2018).

La investigación se desarrolló con una metodología cualitativa, de corte descriptivo interpretativo, puesto que brinda "descripciones detalladas de situaciones, eventos, personas, interacciones, conductas observadas y sus manifestaciones" (Hernández, Fernández y Baptista, 2010, pág.9), en donde a partir de la observación se analizaron comportamientos de los 18 estudiantes participantes de la investigación para establecer los resultados de la aplicación de situaciones didácticas en el aula de clases en la enseñanza del concepto de función de variable real en la asignatura de Matemáticas Básicas del programa Administración Ambiental.

El trabajo se enfocó en el análisis del registro y sistematización de información asociada a las acciones de los estudiantes y discursos del docente a partir de las transcripciones de videograbaciones de clase realizadas durante la implementación de una unidad didáctica para la enseñanza del concepto de función y sus diferentes representaciones.

Algunos de los resultados han mostrado que el desarrollo de las clases mediante la unidad didáctica planeada y organizada por medio de las Situaciones Didácticas inició en los estudiantes autonomía, participación productiva y espacios en donde reflexionaron acerca de su propio aprendizaje, mostrando motivación y construcción compartida de significados; lo que son cambios significativos en el rol de los alumnos; al igual que el papel del docente, convirtiéndolo en un guía del proceso y un mediador entre el aprendizaje y los conocimientos.

Otro de los resultados es la notable "mejora" en el aprendizaje de la función de variable real, debido a que el grupo investigado, aprendió a través de situaciones específicas construidas a partir de problemáticas que afrontan los administradores ambientales, lo que se hizo significativas para los estudiantes.

Bibliografía

Aponte, J.; González, S. y Rincón, H. (2012). Búsqueda de soluciones a la deserción y la mortalidad en el área de matemáticas en el Departamento de Ciencias Básicas de la Universidad Santo Tomás, Seccional Tunja. *Revista Interamericana de Investigación, Educación y Pedagogía, RIIEP*, 5(1), 65-77. doi: https://doi.org/10.15332/s1657-107X.2012.0001.03

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2010). Metodología de la Investigación). México: McGraw-Hill.

Padilla, F. (2018). Aplicación de la teoría de situaciones didácticas para la detección de factores que dificultan la interpretación de problemas aditivos de números reales con estudiantes de noveno de la I.E.R. Tambores. Universidad Tecnológica de Pereira. Maestría en Enseñanza de la Matemática.

Rojas-Torres, L. (2013). Prediction of Basic Math Course Failure Rate in the Physics, Meteorology, Mathematics, Actuarial Sciences and Pharmacy Degree Programs. *Revista Electrónica Educare* , *18*(3), 3-15. doi: https://doi.org/10.15359/ree.18-3.1

Ruiz, R. (2018). Propuesta Didáctica para la Construcción del Concepto de Función, en los estudiantes de décimo grado de la Institución Colegio Eustorgio Colmenares Baptista. Universidad autónoma de Bucaramanga. Maestría en Educación. Bucaramanga.

EL PENSAMIENTO VARIACIONAL DE ESTUDIANTES DE PRIMARIA, VISTO DESDE LA TEORÍA DE LA OBJETIVACIÓN

Lina Marcela Díaz Fernández
lmdiazf@correo.udistrital.edu.co
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá

Resumen

Warren & Cooper (2006) sugieren que, aunque la búsqueda de patrones en conjuntos de datos de una sola variable es común en los planes de estudio de primaria, las matemáticas de los primeros grados de escolaridad deberían ampliar este pensamiento para incluir, la variación entre conjuntos de datos, sostienen además que los niños pequeños son capaces de pensar de manera funcional, es decir, en términos de relaciones de covariación.

En el contexto de Colombia Vasco (2002) y el MEN (1998) señalan la necesidad de vivenciar los procesos de modelación matemática y pensamiento variacional desde los primeros grados de escolaridad. Vasco (2002) además enuncia algunas formas en las que se puede desarrollar el pensamiento variacional, por ejemplo, apoyado en otros pensamientos (numérico y métrico). A continuación, ampliamos un poco esta relación con el fin de enmarcar la pertinencia del pensamiento variacional. Respecto a la relación entre pensamiento variacional y numérico tenemos que el primero permite identificar lo que cambia, lo que permanece constante y los patrones que se repiten en ciertos procesos, esto es, patrones de covariación de cantidades de la misma o diferentes magnitudes, un ejemplo de esto está al encontrar patrones en secuencias numéricas. De hecho, actualmente en las evaluaciones realizadas por el Instituto Colombiano

para el Fomento de la Educación Superior (ICFES) agrupó los 5 tipos de pensamiento, bajo el nombre de componentes y uno de ellos es el numérico-variacional, en el cual se proponen y evalúan tareas y preguntas contextualizadas que indagan por estos dos pensamientos (ICFES,2015).

Finalmente, la relación entre el pensamiento variacional y el algebraico la tomaremos de Obando & Posada (2006) quienes enuncian:

> "el estudio del álgebra escolar, al lado de los procesos de variación, permite construir desde temprana edad algunos elementos propios del álgebra, tales como: el concepto de variable, la relación de igualdad en sus múltiples significados, el concepto de parámetro, de incógnita y de ecuación e inecuación, entre otros" (p. 17).

Este breve recorrido enmarca la importancia del pensamiento variacional como benefactor de otros pensamientos, pero también como dinamizador de los mismo, especialmente en primero grados de escolaridad. En este sentido, se hace necesario caracterizar las formas de pensamiento variacional que emergen de la interacción de estudiantes de 3 de primaria con formas históricas culturales de generalización de patrones. Así mismo, se hace necesario identificar los medios semióticos de objetivación (señalamientos, gestos, ritmo, etc.) que los estudiantes movilizan para dar cuenta de lo que aprenden en torno a pensamiento variacional.

Materiales y métodos: Se plantean y desarrollan tres fases para el diseño metodológico que son 1. Revisión y análisis documental. 2. Selección del caso de estudio y 3. Análisis de datos. Respecto a la selección del caso de análisis, se tomó una actividad matemática desarrollada por un grupo de estudiantes de 4 y 5 grado, con edades entre 9 y 10 años. Concretamente, se estudiarán dos fragmentos de clase tomados del trabajo doctoral de Vergel, (2014), que se desarrolla en el marco de la teoría de la objetivación. Es importante aclarar que el propósito de esa investigación era determinar las formas de pensamiento algebraico emergentes en estudiantes de 4 y 5 grado, por tanto, no estudia el pensamiento variacional de forma directa, sin embargo, se seleccionó esta tarea porque aborda la generalización de patrones en el marco de la teoría de la objetivación, lo cual proporciona información valiosa para el desarrollo de este escrito, además de reafirmar la estrecha relación entre el desarrollo de los pensamientos variacional y algebraico. En últimas, lo que se analizará de los episodios en mención es la emergencia de medios semióticos de objetivación, que den cuenta de formas de pensamiento variacional en sus diferentes grados de sofisticación.

Se plantea un análisis de los datos, que den cuenta de la concepción multimodal del pensamiento, esto implica entre otras cosas, que las percepciones del estudiante no se centran solo en la impresión que las cosas materiales nos causan, sino en la conciencia de que hay diferentes modalidades como la sensorial, la perceptual, táctil, cinestésica, etc. que se convierten en parte integral de los procesos cognitivos (Radford et al., 2009). En este sentido, el análisis de los datos se hará atendiendo a las manifestaciones escritas y orales, pero también a los gestuales, el rítmicas, la manipulación de artefactos y movimientos corporales del estudiante y su interacción con el otro.

Resultados: A lo largo del análisis de los datos, es posible visualizar como los estudiantes emplean algunas estrategias que son propias del pensamiento variacional, como la comparación, la estimación y la predicción. Los estudiantes hacen uso de estas estrategias, sin que esto fuera objeto de estudio explícito, sino que son recursos que emplean para el estudio de la secuencia de patrones proporcionada.

En la medida en que el estudiante avanza en el desarrollo de la actividad, emergen capas de generalización que van desde la factual a la contextual. Esto implica que los estudiantes en un primer momento identifican que hay un cambio entre una figura y otra y lo manifiesta mediante la movilización de medios semióticos de objetivación como los gestos, lo que Vergel, et al. 2020 llaman signo al aire y palabras. Posteriormente, los estudiantes pudieron identificar elementos que estaban en dependencia con respecto al número de la figura representada y pudo manifestar esta relación de dependencia por medio de frases claves, lo cual ya es considerado por Radford, (2010) como factual, sino como contextual. De la mano de este estrato de generalización, se observó el papel de la categoría gramatical de los adverbios como elementos que sitúan donde están percibiendo los estudiantes la variación y dónde ubican ese cambio en las siguientes figuras que se les pide hallar.

Bibliografía

Ministerio de Educación Nacional (MEN) (1998a). Indicadores de logros curriculares. Bogotá: MEN. Recuperado de http://tinyurl.com/7rug428

Obando, G., Jaramillo , C., Monsalve, O., & Posada, F. (2006). *Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico*. Medellín, Antioquia: Artes y Letras Ltda.

Radford, L., Miranda, I. y Demers, S. (2009). Proceso de abstracción en matemáticas. Ottawa: Centro Franco-Ontariano de Recursos Educativos, Imprenta de la Reina de Ontario.

Radford, L. (2010). Layers of generality and types of generalization in pattern activities. *PNA*, 37-62.

Vasco, C. (2002). El pensamiento variacional y la modelación matemática. Obtenido de Http://Pibid.Mat.Ufrgs.Br/20092010/Arquivos_Publicacoes1/Indicacoes_01/Pensamento_Variacional_VASCO.Pdf

Vergel, R. (2014). Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto yquinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años). Bogotá.

Vergel, R., González, L., & Miranda, I. (2020). La relación de dependencia entre variables: Un análisis desde la teoría de la objetivación . *Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 5(2), 67-81. Obtenido de http://ojs.asocolme.org/index.php/RECME

Warren, E., & Cooper, T. (2006). Using repeating patterns to explore functional thinking. Australian Primary Mathematics Classroom, 11(1), 9-14.

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO DESDE LA TEORÍA DE LA OBJETIVACIÓN

María Alejandra Jiménez Guzmán, Julieta Jiménez Parra

maria.jimenez06@uptc.edu.co, julieta.jimenez@uptc.edu.co

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC), Colombia

Resumen

Los seres humanos se desenvuelven en diferentes entornos, sociales, políticos y culturales; de este modo, se van aprehendiendo conocimientos desde diferentes enfoques por la interacción entre pares. En consecuencia, el saber se construye a través de procesos sociales, por lo tanto, la Educación Matemática es fundamental para el reconocimiento de las formas de pensamiento matemático que aparecen en los contextos sociales y culturales. Asimismo, es importante considerar los resultados de investigaciones que se enmarcan en la perspectiva semiótica-cultural de la Educación Matemática, dado que, esto permite ~~a~~ realizar una revisión de los estudios sobre el desarrollo del pensamiento matemático y en específico en sus componentes aritmético, algebraico y geométrico (Vergel, 2016).

Por lo anterior, el centro de estudio de esta investigación es el pensamiento algebraico, siendo este una forma particular de reflexionar matemáticamente donde se asume el saber cómo un conjunto de procesos corporizados de acción y reflexión constituidos histórica y culturalmente (Vergel, 2016), de esta manera, este tipo de pensamiento se manifiesta con la ayuda de medios semióticos de objetivación en lugar de los caracteres alfanuméricos del álgebra, lo que permite el desarrollo de la práctica matemática sin símbolos algebraicos. De igual modo, se contemplan y describen actividades y tareas matemáticas que exploran y exhiben la generalización de patrones de secuencias figurales a través de las relaciones que se dan entre el cuerpo, la percepción y el uso simbólico a medida que los estudiantes aprenden e interactúan con sus compañeros.

Por otra parte, los Lineamientos curriculares para el área de matemáticas (MEN, 1998) establecen que el desarrollo del pensamiento variacional es fundamental en la educación básica, puesto que permite solventar la fragmentación y completar los contenidos matemáticos que se encuentran divididos. Lo anterior indica que el pensamiento variacional debe ser desarrollado

desde los primeros años de escolaridad, para formar conocimientos base para el estudio posterior del algebra.-

De este modo, se asumió la siguiente pregunta problema: ¿Qué formas de pensamiento algebraico surgen en los estudiantes de educación básica en Colombia abordando la Teoría de la Objetivación (TO)?, siendo así el objetivo general de esta investigación identificar las formas de pensamiento algebraico que surgen en estudiantes de educación básica en Colombia. Para responder la pregunta y alcanzar el objetivo se utilizó una metodología con un paradigma interpretativo, con un estudio teórico-documental, haciendo uso de un meta-análisis de tipo cualitativo para comparar los análisis de los resultados obtenidos en otras investigaciones teniendo en cuenta la TO, considerando que esta teoría busca caracterizar a los estudiantes como sujetos éticos que se posicionan crítica y socialmente en prácticas matemáticas (Radford, 2018).

Para realizar el meta-análisis se realizó una revisión bibliográfica de artículos, libros, trabajos de grado, tesis, entre otros, que fueron de utilidad en esta investigación, esto se realizó por medio de diversas fuentes como bases de datos y repositorios. Para escoger los documentos relevantes y útiles se seleccionaron cuidadosamente palabras claves que se utilizaron en las bases de datos para dosificar la cantidad de trabajos encontrados, luego se realizó una lectura detallada de los documentos seleccionados anteriormente, de esta manera se escogieron aquellos que aportan mayor información a esta investigación y se etiquetaron utilizando la técnica de matriz de Resumen Analítico Especializado (RAE).

A partir de la recolección de datos se escogieron 4 investigaciones de análisis, de estas se tomó una tarea o actividad matemática correspondiente a una generalización de patrones de secuencias figurales con su análisis multimodal para comparar y asimilar los resultados obtenidos. Encontrando así conexiones éticas que se establecen en el aula, a partir de la colaboración entre estudiantes y el docente por medio de una actividad matemática.

Los resultados de las investigaciones analizadas tienen en común la caracterización del pensamiento algebraico a partir de la TO, lo cual, da paso a reconocer medios semióticos de objetivación que se dan a través de la actividad matemática. Estos ponen en evidencia que las secuencias figurales con apoyo tabular hacen movilizar en los estudiantes formas perceptivas y gestuales que no son movilizadas con la misma intensidad cuando enfrentan tareas sobre secuencias numéricas, ya que, permiten una articulación de estructuras espaciales y numéricas, lo que se traduce en un aspecto importante del desarrollo del pensamiento algebraico.

En cada una de las tareas analizadas es importante enfatizar que el comportamiento de los estudiantes demuestra ser una evidencia de la herencia cultural y la experiencia. De tal forma, que se puede apreciar en los estudiantes de educación básica que resolvieron alguna de las tareas analizadas utilizaron como sistema semiótico de representación el cuerpo (los gestos y expresiones). Por otra parte, se encuentran variedad de medios semióticos de objetivación lingüísticos por medio del discurso y las expresiones propias de los estudiantes, siendo esto parte del pensamiento algebraico contextual.

En general, se identifican distintas formas de pensamiento algebraico factual y contextual en su mayoría se destacan expresiones de leguaje cotidiano como "arriba" o "abajo", movimientos con el cuerpo y con objetos como los lápices. Las tareas al tener distintos propósitos permitieron identificar diferentes formas de como los estudiantes abordan las secuencias figurales, tales como, con diagramas, dibujos, movimientos y estos se potencian por medio de la participación y comunicación que se da entre los estudiantes entre sí y con el docente.

Bibliografía

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (1998). Lineamientos curriculares para el área de matemáticas. Bogotá.

Radford, L. (2018). Algunos desafíos encontrados en la elaboración de la Teoría de la Objetivación. PNA, 12(2), 61–80.

Vergel, R. (2016). Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano y su desarrollo en la educación primaria. [Tesis de doctorado]. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

FACTORES QUE INFLUYEN EN LA COMPRENSIÓN DE LOS NÚMEROS RACIONALES

Osmar Erlin Andrade Mosquera, Eliécer Aldana Bermúdez, Carlos Alberto Abello Muñoz
oeandradem@uqvirtual.edu.co, eliecerab@uniquindio.edu.co, caabello@uniquindio.edu.co
Universidad del Quindío, Colombia

Resumen

El presente estudio hace parte de una investigación más amplia, en la formación Doctoral en Ciencias de la Educación, en la línea de Educación Matemática, de la Universidad del Quindío. El estudio trata sobre el pensamiento numérico y en especial sobre el objeto matemático del conjunto de los números racionales. Los numerosos estudios en las últimas décadas sobre la enseñanza y el aprendizaje en el ámbito escolar del número racional han evidenciado que aún falta por mejorar su aprendizaje y compresión. Ya que, permitir que los estudiantes alcancen un desarrollo en la compresión conceptual de este objeto matemático permitirá el éxito académico, profesional y ocupacional. Por la presencia, que tiene este concepto en todas y cada una de las áreas del saber y en la vida cotidiana. La investigación centró su interés, en promover los diferentes registros de representación del número racional (Qiu & Wang, 2021) y la habilidad para cambiar de un registro a otro (Duval 2006). Debido a que normalmente se llega a la comprensión del objeto con un mono-registro y muy pocas veces se

hace énfasis en la habilidad para cambiar de un registro a otro. El objetivo es desarrollar la comprensión del concepto de número racional por estudiantes del grado 7º de educación básica, mediante registros de representación semiótica y una ingeniería didáctica.

El referente teórico en el cual se basa el objeto matemático de indagación es: los Registros de Representación Semiótica de Duval (2004). Ya que, estos permiten la movilización de estos registros de representación para la comprensión de este concepto en los estudiantes. A través de distinguir un objeto matemático de su representación (Duval, 2004). Aunque objeto matemático para Duval “es precisamente la invariante (operacional o lógico discursiva) de una multiplicidad de representaciones semióticas” y que “el objeto de conocimiento surge, pues, del reconocimiento de que dos o más representaciones representan el mismo objeto, independientemente de sus contenidos” (Iori, 2017, p.278). En ese sentido, Duval (2017) distingue dos formas de acceder a los objetos epistemológico: el primero es a través de la percepción. En el segundo es necesario utilizar sistemas de signos. Del mismo modo, los requisitos cognitivos involucrados en la actividad matemática se fundamentan en las actividades de formación, tratamiento y conversión para la comprensión de los problemas de aprendizaje, que estas a su vez hacen parte de las propiedades de transformación y de coordinación interna entre las diferentes representaciones semióticas.

Este estudio, utiliza la ingeniería didáctica en sus fases, como metodología de investigación en educación matemática, con el propósito de desarrollar en los estudiantes de educación básica, la comprensión conceptual sobre los números racionales. A través de la interacción entre docente, estudiantes y entre los mismos estudiantes. El paradigma investigativo que se utilizó es el cualitativo, porque permite entender el fenómeno desde una perspectiva contextualizada y no generalizada; es decir, desde el punto de vista de los actores estudiados. Los estudiantes que participaron en el estudio fueron 21 del grado 7° de Educación Básica Secundaria de la sede Central, anexa a la Institución Educativa El Queremal, que pertenece al sector oficial. La institución se encuentra localizada en el sector rural del municipio del Dagua, en el departamento del Valle del Cauca.

Los resultados permiten concluir que los estudiantes presentan mayores desempeños y habilidades al escribir la fracción estándar de un registro figural con áreas continuas y cuando deben dibujar o colorear un registro figural según la fracción indicada. Pero, hay dificultades iniciales en la construcción de este concepto en particular cuando las áreas son desiguales o deben escribir el decimal que resulta de una fracción. También, cuando tienen que dibujar una recta numérica o escribir su fracción. Además, hallar el porcentaje o la fracción de un conjunto discreto y por último resolver problemas que impliquen repartos equitativos. Esto se puede deber, a que vienen trabajando o están acostumbrados a trabajar solo en el conjunto de los números naturales y el de los enteros. En ese sentido, existen dificultades desde la parte de la instrucción y el nivel de motivación que los estudiantes tengan por las matemáticas en el aula de clase. Estos conocimientos en los que los estudiantes demuestran mejores desempeños y habilidades son precisamente, los que más se están promoviendo desde los procesos de enseñanza y aprendizaje y los otro que no, es porque se les hace porco énfasis en ellos. Los resultados avizoran que el diseño de una arquitectura didáctica garantiza mayor solidez en el aprendizaje de este concepto matemático, porque el estudiante está sujeto a variadas y abundantes consignas que tienen establecido la posibilidad de vincular diferentes sistemas de representación (numéricas, tabulares, graficas, icónicas, algebraicas, analíticas, lenguaje natural, lengua de señas, entre otras), las cuales declaran la incidencia que tienen en las demandas lógicas que los estudiantes hacen durante los procesos de enseñanza y de aprendizaje; procesos dinamiticas que están mediados por las practicas matemáticas, secuencias didácticas y las transposición didáctica a otros contextos de uso del concepto de número racional.

Referencias bibliográficas

Qiu, K., & Wang, Y. (2021). Conceptual distinctions and preferential alignment across rational number representations. *European Journal of Psychology of Education*, *36*(3), 865–881. https://doi.org/10.1007/s10212-020-00502-4

González-Forte, J. M., Fernández, C., Van Hoof, J., & Van Dooren, W. (2022). Incorrect Ways of Thinking About the Size of Fractions. *International Journal of Science and Mathematics Education*, (0123456789). https://doi.org/10.1007/s10763-022-10338-7

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. La Gaceta de la RSME. 9(1). 143-168.

Duval, R. (2004). Sémiosis et pensée humaine. registres sémiotiques et apprentissages intellecguels. PeterLang S.A. Semiosis y Pensamiento Humano, Registros Semioticos y aprendizajes intelectuales. (Segunda ed.). (1. Myriam Vega Restrepo, Trad.). Universidad de Valle, I. E. P., Grupo de Educación Matemática. Santiago de Cali, Colombia: Merlin I.D.

Iori, M. (2017). Objects, signs, and representations in the semio-cognitive analysis of the processes involved in teaching and learning mathematics: A Duvalian perspective. Educational Studies in Mathematics, 94, 275–291. https://doi.org/10.1007/s10649-016-9726-3

Duval, R. (2017). Understanding the Mathematical Way of Thinking The Registers of Semiotic Representations. Tânia M. M; Proem Editora, Ed. Springer International Publishing.

EL ESTADO DE LA ALFABETIZACIÓN MATEMÁTICA: ANÁLISIS DESDE LAS PRODUCCIONES Y LAS SUBJETIVIDADES

Johan Castro Hernández
Johan.ipecista@gmail.com
Universidad Nacional Experimental Marítima del Caribe, República Bolivariana de Venezuela

Resumen

La experiencia investigativa a reportar surge como respuesta a la problemática de la clase de Matemática, caracterizada, en términos de Freire (1970), por bancaria, y de Skovsmose (2000), por el paradigma del ejercicio. En general, la clase de Matemática seguía la cultura

tradicional de la enseñanza de la Matemática. Se desarrolló, como alternativa, un ciclo de Alfabetización Matemática. Partiendo de la convicción que (1) lo aprendido debe permitirle al individuo comprender situaciones reales, reflexionar sobre ella considerando la información matemática para tomar una decisión o fijar una postura y (2) la Educación Matemática debe contribuir al logro de los objetivos de la nación (Serrano 2009, Castro Hernández 2021).

El objetivo del presente trabajo es analizar el estado de la Alfabetización Matemática de los estudiantes, para esto nos propusimos hacer análisis documental de sus producciones, además, aproximarnos a sus subjetividades indagando por medio de entrevistas y un grupo de discusión. La información fue interpretada mediante procesos de categorización y triangulación con ayuda del software Atlas-Ti.

Asumimos, como posición epistemológica, indivisible la capacitación matemática y la toma de consciencia metamatemática, del meta aprendizaje matemático, como ser humano y como ser social. La Alfabetización Matemática es una formación integral, su estado de avance debe dar cuenta de todos estos aspectos. Entendemos que la diversificación de las actividades entre ejercicios, problemas e investigaciones, en contextos intramatemáticos, semireales y reales permitirá a los estudiantes dimensionar el campo de acción de la Matemática, esto será metamatemático. En estas experiencias aprenderán Matemática y la invitación permanente a la reflexión lo hará consciente de su aprendizaje, esto abre la puerta al metaaprendizaje matemático. Además, las experiencias investigativas, desde la realidad, desde sus intereses y con carácter crítico producirán y/o transformarán subjetividades como seres humanos y sociales. Con este marco se interpreta la información recolectada (Castro Hernández, 2022).

Como hallazgos se puede reportar que (1) las producciones evidencian las capacidades de matematización y procesamiento de datos, además, la profundidad del razonamiento numérico, geométrico y algebraico, y (2) las subjetividades expresadas de manera escrita y/o verbal reflejan los avances metamatemáticos en relación con el metaaprendizaje matemático, la sensibilización humana y el empoderamiento de otras áreas del conocimiento.

Bibliografía

Castro Hernández, J. (2020). Los intereses de los estudiantes en un proceso democrático de alfabetización matemática. Paulo Freire. Revista de Pedagogía Crítica, (23), 108-134. https://doi.org/10.25074/07195532.23.1642

Castro Hernández, J. (2021). La generación del conocimiento: matemática y realidad. En experiencias de alfabetización matemática. RIPEM - Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 11(2), 219-249. https://doi.org/10.37001/ripem.v11i2.2427

Castro Hernández, J. (2022). El estado de la alfabetización matemática: análisis desde las producciones y las subjetividades. *Revista Venezolana De Investigación En Educación Matemática*, *2*(3), e202210. https://doi.org/10.54541/reviem.v2i3.31

Freire, P. (1970). *Pedagogía del Oprimido.*México: Siglo Veintiuno Editores.

Serrano, W. (2009). La educación matemática crítica en el contexto de la sociedad venezolana: hacia una filosofía y su praxis [tesis doctoral, Universidad Central de Venezuela]. Saber UCV: Repositorio Institucional de la Universidad Central de Venezuela. http://hdl.handle.net/10872/5255

Skovsmose, O. (2000). Escenarios de Investigación. *Revista EMA,* 6(1), 3-26.

LA ORGANIZACIÓN DIDÁCTICA EN EL PROCESO DE ALFABETIZACIÓN MATEMÁTICA

Profesor Johan Castro Hernández
Johan.ipecista@gmail.com
Universidad Nacional Experimental Marítima del Caribe, República Bolivariana de Venezuela

Resumen

Se presentan los avances de un artículo de reflexión sobre la organización didáctica en un proceso de Alfabetización Matemática, visto como un proceso social y educativo que forma al ciudadano para comprender su realidad, al mismo tiempo que transforma el acto educativo en humano, democrático y liberador, donde las experiencias consideran los intereses y realidades de los estudiantes, además, los objetivos de nación haciendo vivir la relación Matemática y

Realidad (Skovsmose 1999, Serrano 2009, Castro Hernández 2020, Castro Hernández 2021). Se hace necesaria la discusión por el desafío que representa transitar los distintos ambientes de aprendizaje sugeridos por Skovsmose (2000) y los contextos reales necesarios para la Alfabetización Matemática planteados en Castro Hernández (2021).

Un punto de partida es lo propuesto en Skovsmose (2000) llamado ambientes de aprendizaje, que nacen al combinar los posibles tipos de referencia, a saber, Matemática pura, semirealidad y situaciones de la vida real, con las formas de organización de las actividades de los estudiantes: el paradigma del ejercicio y los escenarios de investigación. Tomaremos de dicha obra el siguiente cuadro:

Tabla 1
Ambientes de Aprendizaje

		Formas de Organización de las Actividades de los Estudiantes	
		Paradigma del Ejercicio	Escenarios de Investigación
Tipos de Referencia	Matemáticas Puras		
	Semirealidad		
	Situaciones de la Vida Real		

Nota: Tomado de Skovsmose (2000)

Skovsmose (2000) y Ponte (2004) nos invitan a encontrar la combinación para transitar estos posibles ambientes de aprendizaje. Ahora bien, los contextos reales necesarios para la Alfabetización Matemática sugeridos en Castro Hernández (2021) son: (1) la cotidianidad, (2) lo laboral y productivo, (3) lo científico y tecnológico, y (4) el ejercicio de la ciudadanía. Esto nos permitirá definir una nueva matriz explicitando estos contextos, ampliando lo que Skovsmose (2000) menciona como Situaciones de la Vida Real.

Sobre la componente formas de organización de las actividades de los estudiantes, dentro de las actividades pertinentes se consideran los ejercicios matemáticos, los problemas matemáticos escolares y las investigaciones. Es preciso discutir qué entendemos por problema matemático escolar y por ejercicio de matemática, además, en qué categoría se integran las actividades de modelación matemática que tienen tanta pertinencia en el proceso de Alfabetización Matemática.

La organización didáctica de los tipos de actividades con respecto a los contextos y las fuentes de información se resume en la siguiente tabla:

Tabla 2

La Organización Didáctica del Proceso de Alfabetización Matemática

Aplicado para:		Fuente de Información		Tipo de Actividad	
Planificación ( )	Análisis de Actividad ( )	Desde el Contexto	Documentada		Investigaciones
Recolector de la Información	Estudiantes y Docente	1	2	Problemas	
	Docente	3	4	Ejercicios	
Contextos		Matemático			
		Semireal			
	Reales	Cotidianidad			
		Laboral-Productivo			
		Científico-Tecnológico			
		Ejercicio de la Ciudadanía			

Nota: Tabla realizada por el autor

Este cuadro explora todas las combinaciones posibles de lo descrito anteriormente. Se empleará para exhibir la planificación didáctica de las actividades y para analizar cada una de ellas mostrando las posibles transiciones entre tipos de actividad y contextos, lo cual deberá indicarse en los recuadros superiores izquierdos. En el primer caso se completan las casillas en blanco indicando con los números 1, 2, 3 o 4 cuál será la fuente de la información con la descripción de la actividad. Para el segundo caso es necesario indicar si se espera que desde una casilla se transite a otras, por ejemplo, si de una actividad de resolución de problemas en contexto real se conducirá a la resolución de ejercicios en contexto matemático.

Ahora bien, sobre este marco sugerimos construir las experiencias de Alfabetización Matemática, reconociendo la importancia de todas y que es una tarea permanente del docente encontrar la mejor combinación según las necesidades del grupo de estudiantes y los niveles de convicción sobre la necesidad del proceso de Alfabetización Matemática. Cabe mencionar que este tipo de proceso no significa abandonar o minimizar la ejercitación, al contario, es necesario reivindicarla por su pertinencia. No es posible alfabetizar matemáticamente destinando el tiempo a una única actividad ni trabajar en un único contexto.

Bibliografía

Castro Hernández, J. (2020). Los Intereses de los Estudiantes en un Proceso Democrático de Alfabetización Matemática. *Paulo Freire. Revista De Pedagogía Crítica*, (23), 108-134.

Castro Hernández, J. (2021). La Generación del Conocimiento: Matemática y Realidad. En Experiencias de Alfabetización Matemática. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, *11(2),* 219-249.

Ponte, J. P. (2004). Problemas e investigaciones en la actividad matemática de los alumnos. In J. Giménez, L. Santos, & J. P. Ponte (Eds.), La actividad matemática en el aula (pp. 25-34). Barcelona: Graó.

Serrano, W. (2009). La Educación Matemática Crítica en el Contexto de la Sociedad Venezolana: Hacia una Filosofía y su Praxis. Tesis Doctoral, Universidad Central de Venezuela, Caracas.

Skovsmose, O. (1999*). Hacia una Filosofía de la Educación Matemática Crítica. Colombia: Un Empresa Docente.*

Skovsmose, O. (2000). Escenarios de Investigación. *Revista EMA* (6)1, p3-26.

PERCEPCIONES DE LOS ESTUDIANTES DE 9° GRADO ACERCA DEL APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN LINEAL EN LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICO UPAR –VALLEDUPAR

Andrea Carolina Núñez Martínez, Marlon De Jesús Rondón Meza
andreacarolinanunez@unicesar.edu.co *marlonrondonm@unicesar.edu.co*
Universidad Popular del Cesar, Colombia

Resumen

En el presente proyecto se presentan avances del trabajo general que se viene realizando en la Universidad popular del Cesar sobre las percepciones de los estudiantes de 9° grado acerca del aprendizaje de la función lineal en la institución educativa Técnico UPAR, ubicada en la zona urbana del municipio de Valledupar, el cual tiene como propósito diagnosticar las percepciones de los alumnos acerca del aprendizaje de la función lineal.

Principalmente identificamos cuáles son esas percepciones que tienen sobre el aprendizaje de la función lineal, nos apoyamos en investigaciones previas realizadas por (Bedoya, Gutiérrez & Anzola, 2017), quienes resaltan la importancia de las percepciones de los estudiantes como algo vital para afrontar diferentes dificultades asociadas a los conceptos básicos del área de las matemáticas, además, Gómez, citado por Bedoya, et al. (2017), afirma que las percepciones en la matemática expresada por los alumnos, tiene en cuenta las creencias que se transmiten, y esta puede tener una buena estimación según la experiencia que ha tenido en su aprendizaje y el tipo de enseñanza recibida. Entonces las emociones, actitudes y creencias son el motor del estudiante para que este desarrolle resistencia en las actividades matemáticas.

Por tal razón, se analizar las percepciones de los estudiantes a través de encuestas y, por último, se proponen estrategias que permitan mejorar la percepción y el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes de 9° grado. Esta investigación lleva excelentes proyecciones y seguimos trabajando para orientar a los profesores en cada una de las acciones proyectadas.

BIBLIOGRAFÍA

Bedoya, A., Jaramillo, C. & Anzola, M. (2017). Las Percepciones Matemáticas en el Proceso de Aprendizaje. Trabajo de grado presentado para optar por el título de Normalista Superior. Escuela Normal Superior Sagrado Corazón. https://normalsagradocorazon.edu.co/sites/default/files/documentos/Percepciones%20matem%C3%A1ticas.pdf

CONOCIMIENTO DE LOS ESTANDARES DEL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS (KMLS): CASO DE UNA PROFESORA DE PRIMARIA

Lina Marcela Tascón Cardona, Estela de Lourdes Juárez Ruíz, Leticia Sosa Guerrero
lina.tascon@alumno.buap.mx; estela.juarez@correo.buap.mx; lsosa@uaz.edu.mx
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México; Universidad Autónoma de Zacatecas, México

Resumen

El conocimiento profesional del profesor de matemáticas ha atraído el interés de diversos grupos de investigación en Didáctica de la Matemática. En las últimas décadas se han realizado diversas investigaciones en diferentes países con el propósito de avanzar en la definición y organización de dicho conocimiento (Reyes y Sosa, 2017). Por tal motivo, se han desarrollado diversas propuestas teóricas que permiten el análisis y la conceptualización del conocimiento especializado que requiere y utiliza el profesor de matemáticas para la enseñanza.

Uno de esos modelos es el denominado Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK, por sus siglas en inglés – *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge*). A continuación se presenta brevemente el modelo, puede consultarse de manera más extensa en Climent y Montes (2022). El MTSK comprende tres dominios: Conocimiento Matemático, Conocimiento Didáctico del Contenido y un dominio central relacionado con las creencias y concepciones que tiene el profesor con respecto a las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Los dos primeros dominios están conformados a su vez por tres subdominios.

El subdominio del *Conocimiento de los Estándares del Aprendizaje de las Matemáticas* (KMLS) hace parte del dominio del Conocimiento Didáctico del Contenido y es el objeto de estudio de este trabajo. El KMLS se define como el conocimiento del profesor que enseña

matemáticas relativo a lo que los estudiantes de un nivel particular deben y puede alcanzar (Codes y Contreras, 2022). Este subdominio considera tres categorías de conocimiento: Resultados de Aprendizajes Esperados, Conocimiento del Nivel de Desarrollo Conceptual y Procedimental y Secuencia de Temas.

Por otra parte, gran parte del currículo de la educación primaria se dedica a comprender el concepto de las operaciones básicas. Estos contenidos se abordan en los diferentes programas de formación de profesores pero en la práctica siguen siendo motivo de conflictos didácticos, y a pesar de su importancia en la educación básica se privilegia su enseñanza por medio de algoritmos tradicionales y reglas que en la mayoría de los casos los estudiantes llevan a cabo de forma mecánica sin realizar un proceso adecuado de comprensión sobre los conceptos que los fundamentan (MEN, 1998). Por tal motivo, está investigación tiene como objetivo *identificar y analizar el conocimiento especializado de los estándares del aprendizaje de las matemáticas que manifiesta una profesora de matemáticas de educación básica primaria en la enseñanza a través de la resolución de problemas*.

Este trabajo forma parte de una investigación más amplia situada dentro del paradigma interpretativo, en la que se indaga sobre el conocimiento especializado de una profesora de matemáticas colombiana de educación primaria en su intención de enseñanza de la estructura multiplicativa basada en la resolución de problemas. Se abordaron las evidencias de conocimiento a través de una planeación de clase que fue realizada por la profesora y una entrevista semiestructurada que permitió profundizar en las evidencias de conocimiento observados en la planeación. La metodología es cualitativa con enfoque de estudio de caso de tipo instrumental. En este estudio se considera el modelo MTSK como sustento teórico y fue empleado como instrumento de análisis de las evidencias de conocimiento. La información recopilada fue analizada considerando las categorías propuestas en el modelo.

Resultados

Los resultados indican conocimiento de la profesora en las diferentes categorías del subdominio KMLS. A continuación se presenta un ejemplo de evidencia de conocimiento: en la planeación de clase se indica que los conocimientos previos que requieren los estudiantes para el aprendizaje de la multiplicación y división son las *sumas y restas*, al preguntarle a la profesora si considera que esos son los únicos conocimientos previos, manifestó lo siguiente:

Fragmento de entrevista

No, a lo largo de la vida escolar, ellos ya han adquirido otros conocimientos: ***conjuntos, valor posicional, lectura, análisis […]***

ona los temas anteriores con los que se articula la estructura multiplicativa, ahora, ¿con qué temas o contenidos posteriores se podrían articular estos conocimientos?

Bueno la multiplicación y la división son muy importantes a la hora de resolver ***potenciaciones, radicaciones, logaritmos, incluso fracciones, un concepto fundamental en las matemáticas como el algebra*** *[…]*

era que estos contenidos o trabajar estas situaciones ¿es realmente importante para el trabajo posterior que debe realizar el maestro en el salón de clase?

Trabajar este tipo de situaciones sí. ***Es muy importante que ellos en primaria lleguen al bachillerato claros con las operaciones de multiplicación y división, resolver situaciones problema donde se vean involucradas estas operaciones, el algoritmo de las operaciones […]***

De lo anterior se pudo evidenciar y profundizar en el conocimiento de la profesora sobre la *Secuencia de los Temas* con respecto al aprendizaje de la estructura multiplicativa, considerando que manifiesta conocimiento acerca de lo que los estudiantes necesitan para abordar las nuevas tareas y para el aprendizaje de tópicos posteriores. También se evidencia conocimiento sobre el *Nivel Esperado del Desarrollo Conceptual y Procedimental* que deben alcanzar los estudiantes en la enseñanza de la educación primaria, puesto que indica algunos contenidos matemáticos que deben aprender los estudiantes y el nivel de profundización al que se aspira con las operaciones de multiplicación y división en este nivel escolar. Otros resultados evidencian vínculos de este subdominio con otros subdominios del MTSK.

Referencias

Codes, M. y Contreras, L. (2022). El Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas. En J. Carrillo, M. Montes y N. Climent (Eds.). *Investigación sobre el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 27-34). DYKINSON.

Climent, N. y Montes, M. (2022). El modelo MTSK: Antecedentes y estructura. En J. Carrillo, M. Montes y N. Climent (Eds.). *Investigación sobre el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 27-34). DYKINSON.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares para Matemáticas*. MEN.

Reyes, A. y Sosa, L. (2017). *Caracterización del conocimiento didáctico de la razón como un significado de la fracción. El caso de un profesor en formación inicial de primaria.* En Serna, Luis Arturo (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (pp. 1218-1226). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa

CONCEPTUALIZACIONES DE LA PENDIENTE: UNA REVISIÓN A LOS CURRÍCULUMS OFICIALES DE CHILE Y COLOMBIA DE MATEMÁTICAS

Gustavo Andrés Mosquera García, Crisólogo Dolores Flores
gmosquera@uagro.mx, cdolores2@gmail.com
Universidad Autónoma de Guerrero, México
TSG 1

Resumen

El presente estudio hace parte de uno más amplio en el que se explora cómo se prevé la enseñanza del concepto de pendiente en los currículums oficiales de Latinoamérica (Brasil, Chile, Colombia y Uruguay). Se utiliza el método de análisis de contenido mediante el cual se examinan los Programas de Estudio que el Ministerio de Educación de Chile pone a disposción y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas emitido por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) de Colombia. Los Programas de Estudio de Chile evidencias tres conceptualizaciones más que los Estándares. La frecuencia de las conceptualizaciones de la Propiedad Determinante y Concepción en Cálculo no es significativa en el currículum de Chile, mientras que en los Estándares la Concepción en Cálculo no pasa por desapercibida. En ambos currículums prevalecen la Propiedad Funcional y Situación del Mundo Real en cada uno de los grados escolares.

Introducción

Los estudios sobre la pendiente provienen del interés por conocer qué conocimiento tienen sobre este concepto profesores y estudiantes. Ese conocimiento ha sido categorizado a través de 11 conceptualizaciones descubiertas por Stump (1999, 2001) y Moore-Russo et al. (2011). Las investigaciones publicadas han estudiado las conceptualizaciones que tienen profesores, estudiantes, así como las dificultades o errores de los estudiantes. En la última década, la atención se ha centrado en el proceso de aprendizaje de dicho concepto (p. ej., Moore-Russo et al., 2011), mientras que otros han analizado su tratamiento en los libros de texto. Sin embargo, poco se sabe sobre la pendiente en el currículum (centrado en el programa de estudio) y sobre todo en Latinoamérica. Respecto del tema, solo se había publicado dos investigaciones relativo al currículum norteamericano (Stanton y Moore-Russo, 2012; Nagle y Moore-Russo, 2014) y una en Latinoamérica (Dolores et al., 2020). Por ello nuestro interés se enfocó en ampliar ese conocimiento sobre la pendiente y buscamos responder a la pregunta ¿Qué conceptualizaciones de pendiente se evidencian en el currículum oficial de matemáticas de Chile y Colombia?

Marco Conceptual

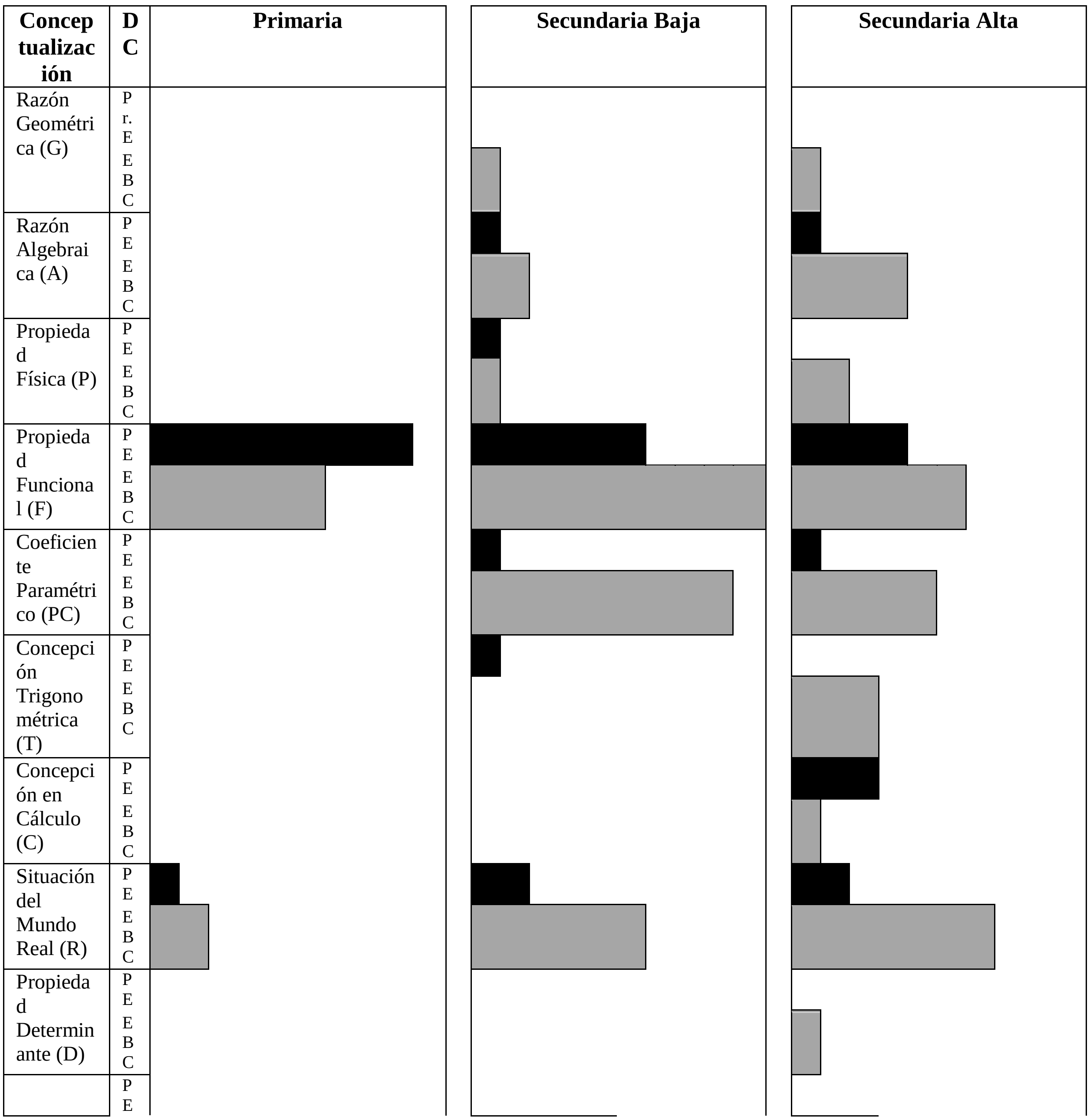
Este trabajo se fundamenta en dos elementos esenciales, el currículum oficial y las conceptualizaciones de la pendiente. Remillard y Heck (2014), plantean que los componentes claves del currículum oficial son (a) las metas y objetivos del currículum, (b) el contenido de las evaluaciones consecuentes, y (c) el currículum designado. En el presente estudio interesa el componente de las metas y objetivos del currículum oficial, ya que en el se explicitan las expectativas y los resultados de aprendizaje especificados que a menudo establece o adopta un organismo nacional, un estado, una provincia o un sistema escolar. Respecto de las conceptualizaciones de la pendiente, Hoffman (2015) las considera como representaciones específicas de este concepto, en la actualidad se conocen 11: Razón Geométrica (G), Razón Algebraica (A), Propiedad Física (P), Propiedad Funcional (F), Coeficiente Paramétrico (PC), Concepción Trigonométrica (T), Concepción en Cálculo (C), Situación del Mundo Real (R), Propiedad Determinante (D), Constante Lineal (L) e Indicador de Comportamiento (B).

Método

Se utilizó el método de análisis de contenido de Bardin (2002) y las conceptualizaciones de pendiente. En la primera fase, se obtuvieron los documentos oficiales de Chile y Colombia. Se eligieron aquellos que mejor reflejan el conocimiento matemático que se pretende que los estudiantes aprendan desde Primaria hasta la Educación Secundaria Alta. Los documentos que se ajustaron a este criterio fueron: los Programas de Estudio (Ministerio de Educación de Chile [MINEDUC], 2013a, 2013b, 2016a 2016b, 2016c, 2016d, 2021a, 2021b) y los Estándares Básicos de Competencia (EBC) (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2006) de Colombia, los dos referidos al área de matemáticas. En la segunda fase, se centró en las operaciones de codificación, elección de las unidades de análisis y organización de la información. En la tercera fase, se realizó el análisis del contenido de los documentos curriculares, complementado con la técnica de triangulación caracterizada por Fusch et al. (2018) para verificar las opiniones subjetivas, equilibrar las opiniones y eliminar los sesgos asociados con un investigador.

Resultados

En ambos currículos en la Educación primaria se promueven las conceptualizaciones F y R (Figura 1), en los Programas de estudios referidas principalmente a fracciones equivalentes. Mientras que, en los EBC en situaciones de cambio y variación proporcional, medición de magnitudes y patrones de variación. En Secundaria Baja, permean las conceptualizaciones F y R. Sin embargo, en los Programas de Estudio prevalece el PC y L, debido a la insistencia de la transición del lenguaje algebraico al gráfico. En los EBC aparecen el PC, B, A, P y T, por una parte, por la introducción del lenguaje algebraico y por otra, porque se prevé la utilización de diferentes formas de definir la pendiente (que puede incluir la algebraica y la trigonométrica), aunque con poca frecuencia. En la Secundaria Alta, la diversidad de conceptualizaciones para abordar el concepto de pendiente en los Programas de Estudio es notoria. Aunque la C y D no es significativa, pero en los EBC la C no pasa por desapercibida.



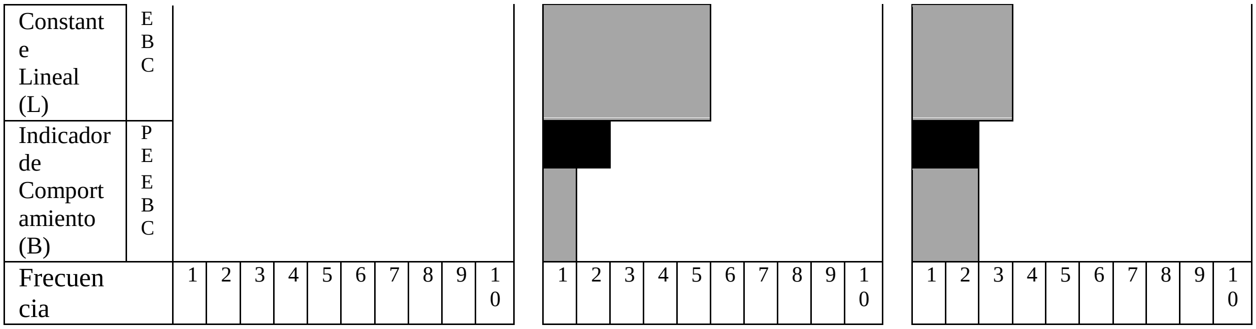


Figura 1. Conceptualizaciones de la pendiente en los Programas de Estudio de Chile y en los EBC de Colombia. DC= Documentos Curriculares; Pr. E.= Programa de Estudio; EBC= Estándares Básicos de Competencia.

Bibliografía

Bardin, L. (2002). *El análisis de contenido*. 3a Edición. Akal.

Dolores, C., Rivera, M., y Moore–Russo, D. (2020). Conceptualizations of slope in Mexican intended curriculum. *School Science and Mathematics*, *120*(2), 104–115. https://doi.org/10.1111/ssm.12389

Fusch, P., Fusch, G., y Ness, L. (2018). Denzin's paradigm shift: revisiting triangulation in qualitative research. *Journal of Social Change*, *10*, 19-32. https://doi.org/10.5590/JOSC.2018.10.1.02

Hoffman, W. (2015). *Concept image of slope: Understanding middle school mathematics teachers' perspective through task-based interviews* (Tesis Doctoral). The University of North Carolina at Charlotte. https://ninercommons.uncc.edu/islandora/object/etd%3A1784

MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. En MEN (Ed.), *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas* (pp. 46–95). Mineducación. http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

MINEDUC. (2013a). Matemática. Programa de estudio para quinto año básico. Unidad de currículum y evaluación. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-18980_programa.pdf

MINEDUC. (2013b). Matemática. Programa de estudio para sexto año básico. Unidad de currículum y evaluación. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-18981_programa.pdf

MINEDUC. (2016a). Matemática. Programa de estudio para séptimo básico. Unidad de currículum y evaluación. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-18982_programa.pdf

MINEDUC. (2016b). Matemática. Programa de estudio para octavo básico. Unidad de currículum y evaluación. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-18983_programa.pdf

MINEDUC. (2016c). Matemática. Programa de estudio. Primero medio. Unidad de currículum y evaluación. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-34359_programa.pdf

MINEDUC. (2016d). Matemática. Programa de estudio. Segundo medio. Unidad de currículum y evaluación. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-34360_programa.pdf

MINEDUC. (2021a). Matemática. Programa de estudio. Tercero medio. Unidad de currículum y evaluación. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-140137_programa_feb_2021_final_s_disegno.pdf
MINEDUC. (2021b). Matemática. Programa de estudio. Cuarto medio. Unidad de currículum y evaluación. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-140142_programa_feb_2021_final_s_disegno.pdf
Moore–Russo, D., Conner, A., y Rugg, K. (2011). Can slope be negative in 3-space? Studying concept image of slope through collective definition construction. *Educational Studies in Mathematics*, *76*(1), 3–21. https://doi.org/10.1007/s10649-010-9277-y
Nagle, C., y Moore–Russo, D. (2014). Slope across the curriculum: Principles and standards for school mathematics and common core state standards. *The Mathematics Educator*, *23*(2), 40–59.
Remillard, J. T., y Heck, D. J. (2014). Conceptualizing the curriculum enactment process in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, *46*(5), 705–718. https://doi.org/10.1007/s11858-014-0600-4
Stanton, M., y Moore–Russo, D. (2012). Conceptualizations of slope: a review of state standards. *School Science and Mathematics*, *112*(5), 270–277. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2012.00135.x
Stump, S. (1999). Secondary mathematics teachers' knowledge of slope. *Mathematics Education Research Journal*, *11*(2), 124–144. https://doi.org/10.1007/bf03217065
Stump, S. (2001). High school precalculus students' understanding of slope as measure. *School Science and Mathematics*, *101*(2), 81–89. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2001.tb18009.x

ESTRATEGIAS, TÉCNICAS, TAREAS Y EJEMPLOS DE PATRONES EN PRIMERO DE PRIMARIA

María Eugenia Reyes Escobar, Antonio Moreno Verdejo
e.mreyesescobar@go.ugr.es, *amverdejo@ugr.es*
Universidad de Granada, España

Resumen

Es por esto que la presente investigación busca indagar en el conocimiento didáctico del contenido de patrones que manifiestan en su portafolio docentes en ejercicio de educación primaria, al participar del proceso de evaluación docente en la asignatura de matemática, y que eligieron el objetivo curricular de patrones, en primaria. Por ello planteamos la siguiente pregunta de investigación: (i)¿Cómo se caracteriza el uso de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos de patrones manifestado por profesores de primero de primaria en sus planificaciones y

reflexiones en el portafolio en el contexto de evaluación docente? En este sentido, se indaga en las actividades de patrones que manifiestan los docentes en sus portafolios, específicamente frente al objetivo curricular de primer año básico "Reconocer, describir, crear y continuar patrones repetitivos (sonidos, figuras, ritmos) y patrones numéricos hasta el 20, crecientes y decrecientes, usando material concreto, pictórico y simbólico, de manera manual y/o por medio de software educativo" (Ministerio de Educación, 2013, p. 228).

El conocimiento de la enseñanza de las matemáticas o KMT **(***Knowledge of Mathematics Teaching***)** es el conocimiento del profesor de teorías sobre la enseñanza de contenidos matemáticos, para esta comunicación nos centramos en la categoría de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos. Se considera como el conocimiento de ejemplos adecuados para cada contenido, intención o contexto determinado.

La metodología utilizada para llevar a cabo la investigación es descriptiva, cualitativa, exploratoria y transversal (Hernández- Sampieri 2018).

El alcance de la investigación es de tipo descriptivo porque se realiza una recolección de información desde las planificaciones escritas por los docentes en torno a un objetivo de aprendizaje de patrones. Es una revisión de documentos elaborados por docentes de distintas edades, de diferente localización geográfica, y con diversa especialización profesional. Tiene un enfoque cualitativo porque los conceptos surgidos de las unidades de análisis están vinculados al planteamiento del problema y guardan una relación estrecha con los datos, se utiliza como herramienta de análisis el modelo MTSK y la categoría del subdominio KMT estrategias, técnicas, tareas y ejemplos. Posee un carácter exploratorio porque es una problemática que no está claramente definida y existen pocas investigaciones del conocimiento didáctico de docentes en ejercicio en el contexto de la evaluación docente para esta comunicación se recoge información de docentes en ejercicio. Y es una investigación transversal, porque realiza una recolección de información desde documentos oficiales, correspondiente al periodo de los años 2016 y 2017. Para este estudio los instrumentos de recogida de datos empleados son los portafolios de profesores chilenos, solicitados al sistema de evaluación del desempeño profesional docente, se mantiene la confidencialidad de la información de los datos elaborados y se utilizan únicamente para fines de esta investigación. Los docentes realizaron en su planificación tres clases sobre el objetivo curricular de patrones, las cuales consisten en la descripción de la implementación de una unidad pedagógica de ocho horas. Luego de la ejecución de la planificación, realizaron una reflexión de esa unidad pedagógica implementada referente patrones analizando la experiencia de su propia práctica pedagógica.

En la categoría *estrategias, técnicas, tareas y ejemplos,* observamos que el profesorado muestra evidencias significativas en las planificaciones y reflexiones. Para el conocimiento de estrategias para el uso y del tránsito entre distintas representaciones (Molina, 2014), el profesorado revela conocimiento sobre actividades de patrones, que transitan desde el material concreto a las representaciones pictóricas y abstractas, tales como: búsqueda y creación de patrones numéricos, continuación de secuencias ascendentes y descendentes, búsqueda de regularidades, completación de tablas, generalización, resolución de problemas de patrones, y creación de secuencias y patrones. Las preguntas orientadoras y de cuestionamiento (Zakaryan et al., 2018), como técnica de enseñanza es muy utilizada, se considera que cuando las preguntas hechas por el profesorado son adecuadas, es cuando se instala un recurso didáctico para estimular el proceso de enseñanza. Las preguntas realizadas por los docentes están relacionadas a: conceptos, materiales utilizados, al desarrollo de secuencias y la resolución de problemas de patrones. En la creación de tareas para la enseñanza de patrones (Torres et al., 2021), el profesorado manifiesta conocimiento en la identificación, completación de partes vacías, extensión de secuencias ascendentes y descendentes, combinación y reversibilidad de secuencias. Y finalmente en los ejemplos, presentan varios de ellos para patrones en lo cotidiano (Morales et al., 2018).

Bibliografía

Carrillo J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Ribeiro, M. y Muñoz-Catalán, M. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. Research in Mathematics Education, 20(3), 236-253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Hernández-Sampieri, R., y Torres, C. (2018). Metodología de la investigación (Vol. 4). McGraw-Hill Interamericana.

Ministerio de Educación (2013). Bases Curriculares Primero a Sexto básico. Disponible en http://www.docentemas.cl/docs/MBE2008.pdf, accessed 15 July 2013.

Molina, M. (2014). Traducción del simbolismo algebraico al lenguaje verbal: indagando en la comprensión de estudiantes de diferentes niveles educativos. Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 17(3), 559-579.

Morales, R., Cañadas, M. C., Brizuela, B. M. y Gómez, P. (2018). Relaciones funcionales y estrategias de alumnos de primero de Educación Primaria en un contexto funcional. Enseñanza de las Ciencias, 36(3), 59-78. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2472

Torres, M. D., Moreno, A. y Cañadas, M. C. (2021). Generalization process by second grade students. Mathematics, 9,1109. https://doi.org/10.3390/math9101109

Zakaryan, D., Estrella, S., Espinoza-Vásquez, G., Morales, S., Olfos, R., Flores-Medrano, E. & Carrillo J. (2018). Relaciones entre el conocimiento de la enseñanza y el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas: caso de una profesora de secundaria. Enseñanza de las Ciencias, 36(2), 105–123. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2260

ESTRATEGIAS MOTIVACIONALES PARA EL APRENDIZAJE DE LAS ARITMÉTICAS EN GRADO 4° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA DIVINO SALVADOR

José Esteban Castrillo Suarez, *Marlon Rondón Meza*
jecastrillo@unicesar.edu.co *marlonrondonm@unicesar.edu.co*
Universidad Popular del Cesar, Colombia

Resumen

En el presente proyecto se presentan avances del trabajo general que se viene realizando por la Universidad popular del Cesar sobre las estrategias motivacionales y su impacto en la institución educativa Divino Salvador ubicada en las zona urbana del municipio de Curumani-Cesar, nos centramos en el propósito de promover el interés, comprensión y motivación de los estudiantes del grado 4° en el campo de las operaciones aritméticas.

Principalmente miramos un punto de vista sobre el uso de las metodologías implementadas por los docentes como propuesta didáctica para la enseñanza de la aritmética, nos apoyamos en investigaciones previas realizadas por Mastachi (2015) y Gómez (2007), quienes plantean que el uso de ellas son la mejor forma de conseguir una buena motivación por parte del estudiante, tanto dentro y fuera del aula para así mejorar los aprendizajes de estos y reformular la práctica del docente con estrategias didácticas; a su vez despertar en los alumnos el interés en el campo de las operaciones aritmética, tomando el juego tradicional y otras aspectos importantes de estas zonas como escenarios y ambientes de aprendizajes de las matemáticas. Por lo tanto, se va proponer algunas metodologías a los docentes que permita resignificar la concepción de una práctica docente y conseguir un gran interés del estudiante.

La investigación lleva excelentes proyecciones y seguimos trabajando para orientar a los profesores en cada una de las acciones proyectadas.

Bibliografía

Mastachi, M. (2015). *Aprendizaje de las Operaciones Básicas en Aritmética a través de la Resolución de Problemas.* Tesis para obtener el grado de: Maestra en Gestión del Aprendizaje. Universidad Veracruzana, Facultad de Pedagogía Campus Poza Rica. https://cdigital.uv.mx/bitstream/handle/123456789/41581/MastachiPerezMaCarmen.pdf?sequence=2&isAllowed=y

Gómez, M. (2007). *El aprendizaje de las operaciones básicas matemáticas en el primer ciclo de educación primaria.* Tesis para obtener el título de licenciado en educación. Universidad pedagógica nacional. México. http://200.23.113.51/pdf/26097.pdf

EL JUEGO COMO UNA ACTIVIDAD PEDAGOGICA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES EN GRADO QUINTO DE LA INSTITUCION EDUCATIVA JOSE ANTONIO GALAN

Marlon Rondón Meza, Caris Seguanes Amaris, Maria Hernandez Lobo
marlonrondonm@unicesar.edu.co cseguanes@unicesar.edu.co
mahernandezlobo@unicesar.edu.co
Universidad Popular del Cesar, Colombia

Resumen

En el presente apartado se muestran avances del trabajo general que se ha venido realizando en la Universidad popular del Cesar sobre el juego como una actividad pedagógica y su impacto en la institución educativa José Antonio Galán ubicada en el municipio de Valledupar, nos enfocamos en implementar juegos que despierten el interés en los estudiantes por aprender las fracciones.

Primeramente, por medio de una entrevista realizada al docente de matemáticas se pudo evidenciar las estrategias que usaba para la enseñanza de las fracciones, luego a los estudiantes se les desarrollo una prueba diagnóstica para conocer cuanto conocimiento tenían sobre este tema, de ahí se pudo demostrar que a pesar de la metodología que el maestro implementaba en su clase los estudiantes siguen teniendo dificultades al momento de realizar operaciones básicas, representar gráficamente y numéricamente estos números. Por consiguiente, en nuestra propuesta nos apoyamos en investigaciones previas realizadas por Bolívar (2013) y Álvarez (2019), quienes plantean el juego como una buena herramienta y estrategia para la enseñanza de las fracciones, ya que este aumenta el interés de los estudiantes por el área de las matemáticas, siendo de gran ayuda para los docentes porque produce un aprendizaje significativo y aumenta el desarrollo de habilidades intelectuales en los alumnos, llevándolos a resolver problemas de una manera divertida. Los juegos que se proponen para la enseñanza de las fracciones son los siguientes: el Dudd de fraccionarios, la carrera de fracciones equivalentes y el bingo de

fracciones. Estos se desarrollarán durante un mes, se realizará un juego por cada semana y la última semana del mes se evaluará al estudiante con dos pruebas, una autoevaluación donde el estudiante responderá como le perecieron los juegos y otra donde se evaluarán los conocimientos del estudiante.

Este trabajo lleva excelentes proyecciones y seguimos trabajando para orientar a los profesores en cada una de las acciones proyectadas.

Bibliografia

Alvarez, I.(2019). *La influencia del juego en la enseñanza de las fracciones en nivel primaria*. Tesis de licenciatura en educación primaria. México. Centro Regional de Educación Normal "Profra. Amina Madera Lauterio". https://crenamina.edu.mx/archivos%20pagina%20wordpress/estado%20del%20arte%20institucional/generacion%202015-2019/Tesis%20de%20Investigaci%C3%B3n/LA%20INFLUENCIA%20DEL%20JUEGO%20EN%20LA%20ENSE%C3%91ANZA%20DE%20LAS%20FRACCIONES%20EN%20NIVEL%20PRIMARIA.pdf

Bolivar,L. (2013). *Los juegos didácticos como propuesta metodológica para la enseñanza de los números fraccionarios en el grado quinto de la institución educativa centro fraternal cristiano.* Tesis de Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Antioquia. https://docplayer.es/6154878-Luis-ernesto-bolivar-sandoval-universidad-nacional-de-colombia-sede-medellin-facultad-de-ciencias-exactas-y-naturales.html

ARTICULACIÓN ENTRE EL MODELO ESCUELA NUEVA Y GRADUADA, PARA EL APRENDIZAJE DEL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL MEDIANTE EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO (EOS)

July Tatiana Gutiérrez Jiménez, Linda Poleth Montiel Buriticá, Carlos Alberto Abello Muñoz

jtgutierrezj@uqvirtual.edu.co , *lpmontiel@uniquindio.edu.co* , *caabello@uniquindio.edu.co*

Universidad del Quindío, Colombia

Resumen

La investigación titulada "Articulación entre el modelo Escuela Nueva y Graduada, para el aprendizaje del Sistema Métrico Decimal mediante el Enfoque Ontosemiótico (EOS)" consistió en identificar las dificultades, errores y obstáculos, presentes en el aprendizaje del

sistema métrico decimal y los diferentes significados institucionales y personales que atañen el proceso educativo de los estudiantes en grado 5to y 6to de tres instituciones educativas del Quindío, bajo los modelos educativos Escuela Nueva (EN) y Escuela Graduada (EG).

El problema de este trabajo investigativo se abordó bajo la metodología cualitativa (Bisquerra 2004), con el paradigma critico social (Cifuentes, 2011) y mediante el marco teórico del Enfoque Ontosemiótico (Godino et al., 2017), con el fin de identificar cuáles son los aspectos de idoneidad didáctica que deben estar presentes en el proceso educativo del aprendizaje del sistema métrico decimal (SMD) mediante el enfoque Ontosemiótico, para la articulación entre los modelos Escuela Nueva y Graduada.

El objetivo general de esta investigación fue articular el modelo de Escuela Nueva y Graduada, para la caracterización de los significados que le atribuyen los estudiantes al sistema métrico decimal, en el marco del enfoque Ontosemiótico mediante la valoración de la idoneidad didáctica.

Los diferentes análisis fueron enfocados en la realidad que se presenta en el marco contextual y permitieron la elaboración de una guía didáctica en la que se refleja los aspectos de idoneidad didáctica que deben estar presentes en el aprendizaje del SMD los cuales se desarrollaron bajo la estructura de las Guías para el Reconocimiento de Objetos y significados (GROS) y la Guía para el Reconocimiento de Procesos de Significación (GRAPS), con la cual se establece estrategias que permitan articular los modelos y metodologías de la EN y la EG.

Dentro de los resultados más destacados de este estudio, a partir del proceso de intervención de la docente investigadora, se encontraron: los estudiantes diferencian el concepto de magnitud y unidad de medida, hacen una transición entre el lenguaje simbólico y gráfico, en el cual llega a una noesis, o sea a una representación mental, además, los estudiantes crean, representan y continúan una variedad de patrones numéricos que les permite resolver problemas del SMD.

Desde el punto de vista del Enfoque Ontosemiótico se puede concluir que se exteriorizan dos dimensiones relevantes: la parte cognitiva y la emocional. En la primera dimensión se visualizó que el estudiante llega a un encapsulamiento de los elementos del Sistema Métrico Decimal, por medio tanto la faceta epistémica como la cognitiva, pues, se observa la evolución del estudiante al superar las diferentes barreras epistemológicas, como conceptuales y logra apropiarse del significado institucional pretendido, en la segunda dimensión vemos como la parte afectiva, mediacional, e interaccional entre el estudiante y el docente investigador es esencial en todo proceso de enseñanza-aprendizaje, puesto que, desde la perspectiva de Godino et al, (2017), como desde la neurociencia para que un concepto y en nuestro caso enfocado en el área de la matemática sea adquirido, la parte emocional se hace un elemento o una herramienta indispensable para poder desarrollar competencias y habilidades que incursionen en los estudiantes en un nuevo estilo de aprendizaje, apropiándose de un conocimiento esencial para la vida.

Y por último, y no menos importante, es que el papel del docente es trascendental en el proceso escolar, puesto que, para que se fomente habilidades, competencias, procesos cognitivos idóneos en el estudiante en el área de la matemática, debemos preocuparnos en llevar a cabo un sistema educativo continuo, pertinente y de calidad, en el que nos enfoquemos en solventar las dificultades que se presentan en los diferentes aprendizajes matemáticos, a fin de que, el estudiante mediante su autonomía desarrolle un pensamiento crítico-analítico, que logre desde su raciocinio darse cuenta la importancia existente de la matemática en su vida y lo que implica esta ciencia en el mundo que lo rodea.

Bibliografía

Bisquerra, R. (2004). *Metodología de la investigación educativa.* (2nd ed.). Editorial La Muralla. https://books.google.com.co/books?id=VSb4_cVukkcC&printsec=frontcover&dq=bisquerra+metodolog%C3%ADa+cualitativa&hl=es-419&sa=X&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false

Cifuentes, R. (2011). *Diseño de proyectos de investigación cualitativa*. Noveduc. https://ciencia.lasalle.edu.co/cgi/viewcontent.cgi?article=1195&context=te

Godino, J., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, *27*(2), 221-252. http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/idoneidad-didactica.pdf

Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2007). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. ZDM. *The International Journal on Mathematics Education*, *39*(1-2), 127-135. http://funes.uniandes.edu.co/558/1/sintesis_eos_10marzo08.pdf

Godino, J., y Batanero, C. (2009). *Formación de profesores de matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica*. Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica. https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/libroluis.pdf#page=9

Reconocimiento

Este estudio de investigación ha sido realizado en el marco del proyecto "Significados del Proceso Investigativo para la Formación de Profesores de Matemáticas. Aportes de un Semillero con enfoque en Aprendizaje Social en Comunidades de Práctica" con código 954 ante la Vicerrectoría de Investigaciones de la Universidad del Quindío y bajo la coordinación del Grupo de Investigación en Educación Matemática de la Universidad del Quindío "**GEMAUQ**", y en el Semillero de Investigación en Educación Matemática "**SIEM**".

TSG 4. EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN EL NIVEL UNIVERSITARIO

PENSAMIENTO FUNCIONAL EN PRIMERO DE PRIMARIA: ESTRETAGIAS Y REPRESENTACIONES AL RELACIONAR VARIAS VARIABLES.

Sandra Fuentes Mardones, María C. Cañadas Santiago
sandrafuentesm@gmail.com, mconsu@ugr.es
Universidad de Granada, España

Resumen

Este documento forma parte de un proyecto de investigación que indaga sobre el pensamiento algebraico en educación infantil y primaria en España (www.pensamientoalgebraico.es). El objetivo principal es describir las estrategias y representaciones que utilizaron 4 alumnos para resolver una tarea que involucra el trabajo con 3 funciones lineales interconectadas, f(x)=x, f(x)=3x y f(x)=5x. El contexto utilizado es una fiesta de cumpleaños, donde a partir de los niños que asisten a la fiesta, debemos comprar los gorros, piruletas y globos que necesitamos para todos.

Nuestra investigación se enmarca en el *early algebra*, específicamente en el pensamiento funcional, entendido como el análisis de los conceptos matemáticos que intervienen cuando dos o más conjuntos de elementos varían. Cañadas y Molina (2016) lo definen como el "razonamiento con y sobre las funciones y los elementos que las constituyen" (p. 211). También queremos indagar en las estrategias que utilizan para resolver la tarea planteada, estas vistas como los posibles caminos que permiten resolver el problema (Rico, 2009) y en el uso de las representaciones, lo cual les permiten comunicar de alguna manera, las relaciones que van estableciendo. Uno de los antecedentes consultados es el de Fuentes y Cañadas (2021), trabajan en la comparación de dos funciones lineales en 32 alumnos de 1° de primaria, de sus representaciones y de las estrategias que utilizan para resolver el problema, los alumnos trabajaron las funciones de forma individual, se observan variadas estrategias destacando la respuesta directa y la representación pictórica en la mayoría de los alumnos.

Esta investigación es de carácter descriptivo (Hernández et al, 2010), ya que nos permite describir las producciones escritas. Se trabaja con 4 alumnos de 1° de primaria (6-7 años), elegidos intencionalmente por las respuestas dadas en una prueba escrita aplicada con anterioridad. Se le aplica una prueba escrita y luego se le realizan preguntas que indagan en sus respuestas, los alumnos tienen a su disposición material concretos (fichas con dibujos de niños, gorros, piruletas y globos). La prueba escrita consta de varias cuestiones que relacionan dos variables, pero en el último punto se les pregunta por la relación entre varias variables dada solo una de ellas (ver figura 1), con el enunciado "completa la siguiente lista de compras para que no falte ni sobre ninguno", se le entrega dibujado 9 piruletas. Este ítem es el que analizaremos en esta comunicación.

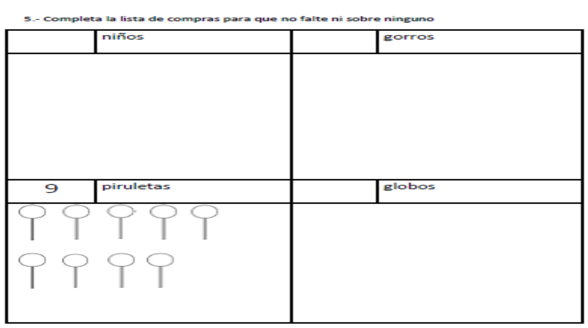


Figura 1. Ítem 5, varias variables.

En la tabla 1, se resumen las respuestas de los alumnos, la representación que usa y la estrategia que sigue para responder a la pregunta.

Tabla 1. Resumen respuestas ítem 5, varias variables

	Representación	Respuestas			Estrategia
		Niños	Gorros	Globos	
Alumno E1	Pictórica	3	9	15	Conformación de grupos de 3 piruletas, de 5 gorros y de 5 globos.
Alumno E2	Simbólica	101	101	101	Respuesta directa, solo escribe 101 para todas las respuestas.
Alumno E3	Pictórica	3	3	9	Respuesta directa, dibuja la cantidad de elementos.

Alumno E4	Pictórica	9	9	9	Respuesta directa, asigna la misma cantidad de dibujos de niños que de gorros y de globos.

Podemos observar que los alumnos logran establecer relaciones entre todas las variables, aunque no necesariamente pueden ser las correctas. La representación simbólica fue utilizada por solo uno de los 4 alumnos, el resto utilizó la representación pictórica. Las estrategias fueron variadas, aunque la respuesta directa predominó, vemos que la conformación de grupos también fue utilizada.

En conclusión, al verse enfrentados a tareas que relacionan varias variables, son capaces de resolverlas, buscan estrategias que los lleven a la respuesta, ya sea conformando grupos de elementos iguales o dando una respuesta directa, los alumnos utilizan en su mayoría la representación pictórica para expresar su respuesta.

Es necesario que los alumnos se vean enfrentados a problemas de pensamiento funcional, donde varíen dos o más elementos, esto los lleva a relacionar los elementos bajo ciertos parámetros.

Agradecimientos

Este trabajo forma parte de los proyectos con referencias EDU2016-75771 y PID2020-113601GB-I00, financiados por AEI y el FEDER y ANID n° 72210402, Gobierno de Chile.

Bibliografía

Cañadas, M. C. y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruíz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209-218). Comares.

Fuentes, S. y Cañadas, M. C. (2021). Funciones f(x) = 3x y f(x) = 5x en primero de primaria: estrategias y representaciones utilizadas por alumnos. En P. D. Diago, D. F. Yáñez, M. T. González-Astudillo y D. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 269-277). SEIEM.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación*, 5° edición. McGraw Hill.

Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en Educación Matemática. *PNA*, 4(1), 1-14.

SOBRE EL MERCADO LABORAL DE LAS MATEMÁTICAS APLICADAS EN CIENCIA DE DATOS

Juan Gabriel Triana
juang.triana@uniagustiniana.edu.co
Universitaria Agustiniana, Colombia

Resumen

En los últimos años, la ciencia de datos ha tomado especial relevancia en el mercado laboral colombiano, debido a la necesidad de transformar los datos en conocimiento para la toma de decisiones; es por ello que entidades, públicas y privadas, de diversos sectores buscan perfiles con competencias y habilidades para el procesamiento, análisis de datos y construcción de modelos a partir de los datos. Sin embargo, el gobierno nacional sigue reportando escasez de profesionales para suplir este perfil.

Teniendo en cuenta que la ciencia de datos es un área multidisciplinar que, entre otras cosas, involucra matemáticas, estadística, programación y modelación, resulta razonable pensar en el rol que un matemático puede desempeñar en dicha área y como desde las matemáticas es posible suplir la necesidad de perfiles con capacidad para el manejo de datos.

En esta charla se presenta un análisis de ofertas laborales para analista de datos, con el fin de determinar las profesiones que buscan las empresas, las competencias que cada perfil asociado con funciones de manejo de datos requiere, los lenguajes de programación y herramientas de software más demandados, y por ende más convenientes para los procesos de enseñanza aprendizaje en los programas académicos, entre otros aspectos relevantes.

Bibliografía

Gupta, D. y Rani, R. (2018). A study of big data evolution and research challenges. *Journal of*

information science, 45(3), 1-19.
Lemus, D. y Perez, R. (2020). Ciencia de datos y estudios globales: aportaciones y desafíos metodológicos. *Colombia internacional*, 102, 41-62.

Ley, C. y Bordas, S. y Olaizola, I. (2018). Martínez, I., Viles, E. y Olaizola, I. (2021). Data science methodologies: current challenges and future approaches. *International Journal of Data Science and Analytics*, 6, 167-175.

Martínez, I., Viles, E. y Olaizola, I. (2021). Data science methodologies: current challenges and future approaches. *Big data*, 24, 100183, 1-23.

DETALLANDO LO RELEVANTE EN LAS RESPUESTAS DE LOS ESTUDIANTES DE PRIMARIA A PROBLEMAS DE ESTRUCTURA ADITIVA. UN ESTUDIO SOBRE ALGUNOS DE LOS RECONOCIMIENTOS HECHOS POR LOS ESTUDIANTES PARA PROFESOR DE MATEMÁTICAS, DE LA UNIVERSIDAD DE SUCRE

Judith del Carmen Bertel Behaine
jdcbertelb@udistrital.edu.co
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia

Resumen

La investigación que a continuación se presenta, se realizó en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas en la universidad de Sucre (Colombia). El propósito principal, fue indagar sobre los procesos, estrategias, dificultades y errores que identifican e interpretan los estudiantes para profesor en las respuestas de los alumnos de primaria de un grado específico, frente a situaciones problema de estructura aditiva. Este estudio permitió explorar y reflexionar sobre el conocimiento que los estudiantes para profesor ponen en juego a la hora de analizar las respuestas de sus estudiantes, en las distintas tareas que se les proponen.

Tomando como base algunas teorías e investigaciones desarrolladas sobre formación de profesores, tales como la de Llinares (2012, 2013, 2020), Bohórquez (2016) formación inicial de profesores de matemáticas (Ball, Thames & Phelps 2008), competencia profesional docente Jacobs, Lamb y Philipp (2010), la resolución de problemas en matemáticas entre otros, se fundamentó un marco conceptual que orientó el estudio.

La investigación fue de carácter cualitativo con un diseño exploratorio, descriptivo-interpretativo. La información se recogió en dos momentos, inicialmente un número de 30 estudiantes para profesor analizó con base en algunos criterios de revisión dados, las respuestas o soluciones que un grupo alumnos de 4° y 5° de primaria dieron a tres situaciones problemas de estructura aditiva.

Posteriormente, se realizó una entrevista semi-estructurada en donde se corroboraron y aclararon algunas de las respuestas dadas por los estudiantes para profesor a este cuestionario.

Entre los principales resultados obtenidos están, que un gran número de ellos no logran identificar y confunden los procesos y las estrategias específicas para resolver situaciones problema de este tipo y solo unos pocos, logran interpretar con evidencias las dificultades y los errores que cometen los estudiantes. Igualmente se logró detectar que tienen muy poco conocimiento para identificar representaciones en esta temática y su papel en el aprendizaje del estudiante. Con los resultados obtenidos también se concluye, que los estudiantes para profesor tienen poco conocimiento para reconocer lo relevante frente algunas respuestas y acciones de sus estudiantes y en particular en la solución de situaciones problema de estructura aditiva para este nivel.

Bibliografía

Ball, D., Thames, H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? Journal of Teacher Education, 59(5), 389-407.

Bohórquez, L. Á. (2017). La gestión en el proceso enseñanza -aprendizaje y su vínculo con la competencia “mirar profesionalmente.” *La Matematica e La Sua Didattica*, *25*(1), 51–64. https://rsddm.dm.unibo.it/wp-content/uploads/2017/04/MD-25-1-2017.pdf

Jacobs, V.R., Lamb, L.C. y Philipp, R. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. Journal for Research in Mathematics Education, 41(2), 169-202.

Llinares, S. (2012). Formación de profesores de matemáticas. Caracterización y desarrollo de competencias docentes. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 7 (10), 53-62. Costa Rica.

Llinares, S. (2012). Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas en entornos en línea. Avances de Investigation en Educación Matemática. 2. 53 - 70.

Llinares, S. (2013), El desarrollo de la competencia docente "mirar profesionalmente" la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Laucar em Revista, Luritiba, Brasil, n. 50, p. 117-133. Editora UrrR.

EVALUACIÓN DE PROCESOS INFERENCIALES Y DE LA MEDIACIÓN DE LA INTERACTIVIDAD EN LA CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO MATEMÁTICO (EPIMICM)

Liliana Patricia Ospina Marulanda; César Augusto Delgado García; María de los Ángeles Ocampo Sánchez

lpospina@uniquindio.edu.co, cedelg@gmail.com, mariad.ocampos@uqvirtual.edu.co

Universidad del Quindío, Universidad del Valle, Universidad del Quindío, Colombia

Resumen

En los resultados de la investigación doctoral, se dan a conocer problemas relacionados con la evaluación de los aprendizajes de las matemáticas en el nivel universitario, que se originan en la *función* que actualmente se le otorga a la evaluación dominante: de *medición* y *clasificación*, al margen de las actividades de enseñanza y de estudio, lo que genera un estado de equilibrio no deseado en los sistemas didácticos (SDs), puesto que imprime una dinámica en el estudiante que privilegia la memorización de información □*aspecto figurativo* del conocimiento□ en detrimento de la creatividad y la imaginación para resolver problemas □*aspecto operativo* del conocimiento□ y, por otro lado, limita al profesor a confiar en sus «buenas» explicaciones, lo que le impide mediar, en tiempo real, en los procesos que conllevan al desarrollo del pensamiento matemático.

El estudio se propuso como objetivo principal el análisis y descripción de la configuración de las prácticas de evaluación de los profesores de matemáticas en tres instituciones universitarias colombianas, focalizando la atención sobre las características del

«Contrato Didáctico» dominante que regula el funcionamiento de algunos SDs considerados representativos. Además, la investigación se dirigió a conocer las condiciones y restricciones que dificultan o impiden que la evaluación en matemáticas medie más positivamente, en las actividades de enseñar y de estudiar las matemáticas que tienen como objetivo el aprendizaje. Así intereso conocer: ¿Cuáles son las características del «Contrato Didáctico» dominante que regula el funcionamiento de algunos sistemas didácticos (SDs), que puedan considerarse representativos, en relación con los procesos de evaluación que afectan la actividad de enseñanza y la actividad de estudio que producen el aprendizaje de las matemáticas a nivel universitario ¿Qué condiciones se requieren y qué restricciones dificultan o impiden que la evaluación en matemáticas medie en las actividades de enseñar y de estudiar para el logro de los aprendizajes? ¿Qué tipo de contrato didáctico posibilitaría procesos de evaluación que medien en la actividad de enseñanza, la actividad de estudio y el aprendizaje en los sistemas de enseñanza?

Estas preguntas adquieren sentido ya que la evaluación es un factor determinante del funcionamiento en el contrato didáctico, además si se tiene en cuenta que las prácticas evaluativas de las instituciones escolares están condicionadas por las normas y prácticas de la escuela, pero también están codeterminadas por las normas de otras instituciones relacionadas con la institución escolar, es decir que las normas, explícitas o implícitas, pueden ser establecidas por agentes externos al ámbito escolar, por la propia institución escolar o bien por el profesor, y afectan a las diversas dimensiones del proceso de estudio. Por lo que cobra relevancia realizar el análisis en la jerarquía de *niveles de codeterminación matemático-didáctico* propuesta por Chevallard (2002): Sociedad, Escuela, Pedagogía, Disciplina, Área, Sector, Tema, Cuestión. Las instituciones de estos diferentes niveles determinan las maneras como se configuran los procesos de evaluación a nivel universitario.

El marco referencial de la investigación se inscribió en la Teoría Antropológica de lo Didáctico de Yves Chevallard (2002), así como en la teoría de situaciones Didácticas de Guy Brousseau (1986).

Se asumió una metodología cualitativa, de tipo descriptivo y explicativo, en el estudio de las orientaciones y normas establecidas en las instituciones sociales, políticas, educativas, escolares y del saber matemático, al igual que las concepciones de los profesores y las percepciones de los estudiantes en relación con la evaluación. El estudio se realizó en tres universidades públicas representativas del país. En dichas universidades el estudio comprendió programas de Ingeniería, Matemáticas y Licenciatura en Matemáticas. Para realizar el trabajo se seleccionó como población objeto de estudio: instituciones de la noosfera, personal administrativo, profesores y estudiantes, y se analizaron las condiciones y restricciones institucionales bajo las cuales se ejerce la evaluación (leyes, normas, documentos, microcurrículos, prácticas evaluativas, concepciones, entre otros), desde los diferentes niveles de la escala de codeterminación matemático-didáctico. Por tanto, se hizo el análisis de *referentes teóricos* y el análisis de *datos empíricos.* En particular, para el análisis de los datos empíricos derivados de la información obtenida en las entrevistas y cuestionarios en línea, se considera lo que establece la «Teoría Fundamentada» (TF) para construir una teoría explicativa del fenómeno a partir de los datos que proporciona el diseño de la investigación.

Se concluyó de los resultados de la investigación que el tipo de evaluación dominante a nivel universitario es la *sumativa*, este tipo de evaluación pone poca, o ninguna, atención a los *mecanismos, procesos e instrumentos cognitivos* de los estudiantes y su relación con la mediación educativa en tanto que esta podría incidir en los procesos cognitivos para potenciar los aprendizajes. Así también, desde lo que arrojan los referentes teóricos y los datos empíricos se identificaron desde cada uno de los niveles de la escala de codeterminación didáctica □social, pedagógico, escolar, disciplinar, área, sector, tema y cuestión□, condiciones que se consideran necesarias y restricciones que dificultan o impiden que la evaluación en matemáticas medie en las actividades de enseñar y de estudio para el logro de los aprendizajes.

Finalmente, teniendo en cuenta los resultados de la investigación se presentó un nuevo constructo teórico denominado la evaluación de procesos inferenciales y de la mediación de la interactividad en la construcción de conocimiento matemático (EPIMICM), que es una propuesta de evaluación que pone en tensión a la evaluación actualmente dominante «sumativa» y está orientada a mediar en la actividad de enseñanza y la actividad de estudio para que se alcancen aprendizajes más operativos □i.e. que posibilitan transformar, inventar y crear para el logro del objetivo de la acción en diferentes situaciones. Se espera que la propuesta de evaluación EPIMICM se convierta en un aporte teórico a la didáctica de las matemáticas, en especial a la Teoría de Situaciones Didácticas y a la Teoría Antropológica de lo Didáctico, en el marco del paradigma del «cuestionamiento del mundo». Así pues, esta tesis doctoral pretende aportar elementos que ayuden a la toma de decisiones y a fundamentar acciones que propendan por transformar los procesos evaluativos en el área de matemáticas, que respondan a los nuevos retos que se le plantean a la educación superior. Así como, aportar referentes teóricos y evidencias empíricas que propicien una mejor comprensión de la evaluación en los procesos educativos en el nivel universitario y su incidencia en fenómenos como la deserción y baja calidad de la educación en todos los niveles.

Bibliografía

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des Mathématiques. *Recherches en didactique des mathematiques*, 7(2), 33-115.

Chevallard, Y. (2002): Organiser l’étude. 3. Ecologie & regulation, *Actes de la XIème École d’Été de Didactique des Mathématiques*. En J. L. Dorier et al. La Pensée Sauvage. Grenoble, pp. 41-56.

ESTADO DEL ARTE SOBRE LA ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA LINEAL EN CARRERAS DE INGENIERÍA

Orlando García Hurtado, Roberto M. Poveda Chaves, Eduardo Cárdenas Góme[3].
ogarciah@udistrital.edu.co, rpoveda@udistrital.edu.co, ecardenasg@unal.edu.co
Universidad Distrital Francisco José De caldas, Universidad Nacional de Colombia, Colombia

Resumen

En esta ponencia se presenta una selección de trabajos que se consideran relevantes para la enseñanza del álgebra lineal a través del razonamiento plausible tanto en carreras de ingeniería como en otras áreas de investigación. Se consideraron trabajos en los cuales se realiza un estudio exhaustivo sobre la enseñanza del álgebra a través de la escuela norteamericana, otros de la escuela europea y otra selección de escuelas del resto del mundo, luego se realiza una menuda selección de trabajos que se relacionan con el razonamiento plausible en la enseñanza de las matemáticas, solamente se encuentra un trabajo donde se relaciona la enseñanza del álgebra lineal con el razonamiento plausible.

Estudios realizados desde la década de los 90s del siglo pasado muestran que el aprendizaje del álgebra lineal presenta grandes dificultades en los estudiantes y por lo tanto se han realizados investigaciones para poder detectar sus causas y proponer soluciones al problema; de ellas podemos resumir los siguientes aspectos.

a. Carencia de una participación activa del estudiante, ya que la enseñanza del docente se centra en la adquisición de habilidades de manipulación y computación, lo que reduce la motivación de ellos.
b. Se utiliza un aprendizaje memorístico, basado en la repetición de una serie de procedimientos, un conjunto de recetas algorítmicas de aplicación totalmente mecánica.
c. Se presenta el obstáculo del formalismo como lo llama Jean-Luc Dorier (2002) en el cual la enseñanza se basa en el razonamiento demostrativo y no se le da cabida al razonamiento plausible, a la conjetura ni a la intuición, ya que aquél tiene modelos rígidos, codificados y aclarados por la lógica (formal o demostrativa), que es la teoría del razonamiento demostrativo.
d. Hay autores, además de Jean-Luc Dorier (2002), como Sierpinska (2000), Carlson (1993), Harel (1989), que llevan décadas investigando sobre el tema y quienes afirman que, siendo éste un problema de la educación matemática, no hay una fórmula que resuelva el problema, pero que cada investigación que se realice es un aporte que enriquece y por lo tanto mejora su enseñanza.

Por la revisión que se ha hecho de las investigaciones realizadas hasta el momento no se ha podido destacar alguna basada en un enfoque cuasi empírico.

Además, en los cursos de matemáticas que se imparten en el nivel superior no existen muchos espacios que permitan el desarrollo de un razonamiento plausible para desarrollar las clases. Una reflexión acerca de esta situación y de su importancia dentro de la educación matemática ha sido referida por Gascón (2000). Lo anteriormente planteado caracteriza a una clase de matemáticas tradicional, en particular la del Álgebra Lineal (AL), como espacios de enseñanza aprendizaje donde el estudiante no experimenta métodos activos en la construcción de su aprendizaje desde el punto de vista argumentativo de los contenidos.

METODOLOGÍA

Se realizó un análisis de las principales investigaciones que se han realizado sobre las problemáticas y propuestas de la enseñanza y aprendizaje del álgebra lineal en carreras de ingeniería y otras áreas, con uso de la tecnología, también sobre la enseñanza de las matemáticas a través del razonamiento plausible y el cuasiempirismo matemático.

Procedimiento. Para llevar a cabo este trabajo se realizó una búsqueda de investigaciones que trataban sobre propuestas metodológicas, recomendaciones, problemáticas en la enseñanza y aprendizaje del álgebra lineal en carreras de ingeniería y otras áreas, también se investigó sobre la enseñanza de las matemáticas basado en los trabajos de Polya y Lakatos.

Para el análisis de los artículos científicos se centró el estudio en la actividad y el impacto de los mismos. En los indicadores de actividad, se visualizó el estado actual de la ciencia y dentro de esto se analizó el número de publicaciones y su productividad. Para los indicadores de impacto se tuvo en cuenta la cantidad de citas que tienen las investigaciones, lo que da una caracterización de la importancia del documento y el reconocimiento que le otorgan los investigadores.

Bibliografía

Dorier. J. (2002). Teaching Linear Algebra at University, recuperado del URL: http://arxiv.org/pdf/math/0305018.pdf.

Sierpinska, Anna (2000). On some aspects of students' thinking in linear algebra in Dorier J.-L. (ed.), *The Teaching of Linear Algebra in Question*, 209-246. @2000 Kluwer Academic Publishers.

Carlson, D. (1993), y otros, The linear algebra curriculum study recommendation for the first course in linear algebra, recuperado del URL: http://www.jstor.org/discover/10.2307/2686430?uid=2&uid=4&sid=21104423314191.

Gascón, J. (2000). *El problema de la Educación Matemática y la doble ruptura de la didáctica de las Matemáticas*. Trabajo realizado en el marco del proyecto BSO2000-0049 de la DGICYT.

Polya, G. (1966). *Matemáticas y razonamiento plausible.* Editorial Tecnos, S. A. Madrid.

Harel, G. (2001). Three principles of learning and teaching mathematics. Particular Reference to Linear Algebra - Old and New Observations. *On the teaching of linear algebra*, Melbourne, Australia, pp. 177-189.

Dubinsky, E. (s/f). Some Thoughts on a First Course in Linear Algebra at the College Level l Recuperado el 14 de octubre del 2014 de la URL: http://www.math.kent.edu/~edd/LinearAlgebra.pdf.

García, O. (2017). un modelo didáctico para el aprendizaje del algebra lineal centrado en el razonamiento plausible en carreras de ingeniería. Tesis doctoral.

PERCEPCIONES DE LOS LICENCIADOS EN FORMACIÓN FRENTE A LAS MATEMÁTICAS Y SU ROL COMO FUTUROS MAESTROS

Katiuska Elena López, Elgar Gualdró[2], Adriana Inés Ávila
klopez497@unab.edu.co, egualdron@unipamplona.edu.co, aavila2@unab.edu.co
Universidad de la Guajira, Universidad de Pamplona, Universidad Autónoma de Bucaramanga[3], Colombia

Resumen

Se presentan resultados preliminares de un estudio que pretende indagar acerca de las percepciones y perspectivas que sobre las matemáticas y el ser docente tienen los licenciados en formación. El estudio se realiza en el marco del curso de Didáctica de las Matemáticas que se imparte a los estudiantes de la Licenciatura en Educación Infantil de la Universidad de Pamplona (pública) y de la Universidad Autónoma de Bucaramanga (privada). El interés por el estudio de las percepciones y perspectivas de los futuros docentes se basa en el supuesto de que existe un sustrato conceptual que juega un papel decisivo en el pensamiento y la acción; es decir, que han de tener implicaciones relevantes en el futuro ejercicio profesional. En concreto, esta ponencia se centra en el análisis de las mencionadas percepciones, las cuales se recogen empleando como instrumento la autobiografía matemática.

Las percepciones, según Ponte (1992), son una construcción continua, dinámica de interpretaciones de situaciones personales (desde la propia experiencia) y sociales (de la confrontación de las propias experiencias con las de los demás) de los estudiantes (que serán maestros), respondiendo a preguntas como ¿quién soy en este momento como estudiante para profesor? y ¿qué quiero llegar a ser? En el sentido estricto del profesor que se enfrentará a la enseñanza de las matemáticas, se la considera como un proceso narrativo que incluye una interacción entre el contexto matemático individual y social y un proceso de autorreflexión en el que las percepciones pasadas, presentes y futuras entran en diálogo (Contreras, Penalva & Torregrosa, 2011).

Por otra parte, Godoy (2012) comprende las percepciones como el proceso cognitivo de la conciencia que consiste en el reconocimiento, interpretación y significación para la elaboración de juicios en torno a las sensaciones obtenidas del ambiente físico y social, en el ámbito educativo, se construyen a lo largo de la misma y no se construyen automáticamente. Las percepciones se recogen a partir de autobiografías matemáticas, las cuales han probado ser un dispositivo interesante para determinar las percepciones de los estudiantes que se están preparando para ser profesores de matemáticas, tanto desde el punto de vista formativo como de la investigación (Krause & Maldonado, 2019).

A partir de las autobiografías se analizan las reflexiones escritas y abiertas sobre eventos formativos de los licenciados, dado que son una "historia de vida matemática" contada por los estudiantes para profesor sobre sus experiencias con las matemáticas, y desde las cuales es posible reconocer cómo estas experiencias incidieron en las percepciones y comprensión de las matemáticas (Krauss & Maldonado, 2019).

El estudio es de tipo cualitativo, con orientación explicativa-comprensiva y de enfoque fenomenológico. El enfoque fenomenológico se caracteriza por iniciar en la vida misma de la persona (Van Manen, 2003), en su cotidianidad, por estudiar el mundo de la vida, tal y como es experimentado. Los participantes del estudio son los estudiantes de la Licenciatura en Educación Infantil de la Universidad de Pamplona y de la Universidad Autónoma de Bucaramanga, matriculados en el curso Didáctica de las Matemáticas durante los períodos académicos 2022-1 y 2022-2. Las instituciones fueron seleccionadas por la facilidad que tienen los investigadores como docentes de estas instituciones y de estos cursos.

Los resultados que se presentan se derivan de tres fases: la primera, elegir las universidades que tuvieran el programa académico Licenciatura en Educación Infantil y los estudiantes que cursarían la asignatura Didáctica de las Matemáticas en los períodos ya mencionados; la segunda, aplicar el instrumento autobiografías matemáticas a los estudiantes seleccionados, el cual fue desarrollado en dos sesiones de clase; la tercera, el análisis de la información recolectada a partir del instrumento mencionado.

Los resultados obtenidos acerca de las percepciones ponen de manifiesto el hallazgo de insumos a las universidades que ofrecen programas de formación de licenciados para la Educación Infantil y Básica Primaria, con el fin de tomar las medidas pertinentes y hacer, en lo posible, que el desempeño profesional de los futuros docentes redunde en un efectivo proceso de enseñanza y aprendizaje, entre los que se encuentre el de las matemáticas.

A modo de conclusión, los estudiantes para profesor, desde su paso por la educación básica y media, manifiestan que el aprendizaje de las matemáticas fue traumático, entre otras cosas porque se les asignaban demasiadas tareas académicas en el área sin una explicación previa por parte del profesor; aunque reconocen que las matemáticas son importantes para la vida, por diferentes motivos, terminaron sus estudios medios sin que les llegare a gustar o a comprenderlas mayormente; este resultado puede respaldarse con los resultados obtenidos por Gualdrón, Ávila, & Ordóñez (2021), en los que los estudiantes de licenciatura se graduaron de bachiller con pocos conocimientos en matemáticas y que al graduarse como licenciados dichos conocimientos (MKT) no superan el nivel con los que ingresaron al programa académico. Además, se evidencia una preocupación sobre la consideración de ser maestros que tengan que enseñar matemáticas, puesto que al no contar con un MKT bueno, sienten que no lograrían serlo. Sin embargo, se evidencia que producto de las experiencias, referidas tanto buenas como malas, en su proceso de aprendizaje de las matemáticas, los licenciados logran identificar lo que sí o no deberían hacer como maestros.

Bibliografía

Contreras, P., Penalva, M.C., & Torregrosa, G. (2011). Identidad profesional y conocimiento matemático para la enseñanza de maestros en formación. En M. Marín, G. Fernández, L.J. Blanco y M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV*. pp. 329-338. Ciudad Real: SEIEM.

Godoy, F. A. (2012). *Actitudes y percepciones de los estudiantes reprobados hacia las matemáticas: Un estudio de caso en el Tercer ciclo del Centro de Educación Básica Francisco Morazan* [Tesis de Maestría, Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Honduras].

Gualdrón, E., Ávila, A., & Ordóñez, S. (2021). Diagnóstico del conocimiento matemático para la enseñanza sobre docentes en proceso de formación. *Revista Boletín Redipe, 10*(4), 299-315.

Krause. G. & Maldonado, L.A. (2019). Our Linguistic and Cultural Resources: The Experiences of Bilingual Prospective Teachers with Mathematics Autobiographies. En T. Bartell et. al. (Eds.), *Transforming Mathematics Teacher Education* (pp. 161-176). Switzerland: Springer, Cham.

Ponte, J. P. (1992). *Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação*. En J. P. Ponte (Ed.), Educação matemática: Temas de investigação (pp. 185-239). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Van Manen M. (2003). *Investigación educativa y experiencia vivida*. IDEA Books.

MODELO DIDÁCTICO PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN PROBLEMAS RELACIONADO CON TEORÍA DEL BUQUE EN ESTUDIANTE DE INGENIERÍA NAVAL EN COLOMBIA

Ana Maria Torres Blanco, Osvaldo Rojas Velá
atorres16@uan.edu.co, orojasv69@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño, Colombia

Resumen

Las ciencias básicas, constituyen un fuerte componente del currículo de las carreras de ingeniería. En particular las asignaturas relacionadas con matemáticas que son parte fundamental

del desarrollo de las asignaturas específicas del campo de la ingeniería, correspondiente. En el caso de Ingeniería Naval, el desarrollo de las asignaturas específicas relacionadas con la Teoría del buque.

Esta investigación se desarrolla en la Universidad Escuela Naval de Cadetes Almirante (ENAP) donde se forman Oficiales y cadetes de la Armada Nacional, Marina Mercante y a profesionales del sector marítimo (PEI, 2019). Dado el carácter académico militar de la ENAP, los estudiantes deben responder a la formación naval militar y a la formación universitaria, lo que sugiere la necesidad de establecer estrategias didácticas y pedagógicas continuas acordes con los fines de la institución, pero que a su vez permita alcanzar el máximo rendimiento de los estudiantes ayudándolos en el proceso de enseñanza aprendizaje.

El proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en la Escuela Naval tributa a una adecuada formación y desempeño profesional del ingeniero. Este proceso permite implementar un enfoque metodológico de enseñanza en las asignaturas del área de matemática en el contexto de las carreras de ingeniería para mejorar el aprendizaje de los estudiantes.

Por otra parte, el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática y sus aplicaciones ha sido abordada por diferentes investigadores en reuniones y congresos, en particular se destacan las investigaciones presentadas en el Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME), en el Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME), en las Reuniones Latinoamericanas de Matemática Educativa (RELME), entre otros. En estas reuniones se ofrecen cursos, conferencias y ponencias que reflejan las dificultades y avances de la temática referida en la Educación Matemática Universitaria.

Diferentes investigadores han realizado aportes a la enseñanza y al aprendizaje de la matemática en las carreras de Ingeniería Naval. Akapos, (2016) investiga la relevancia (valor de utilidad) de las matemáticas en las tendencias cambiantes de los negocios, educación y capacitación marítima. Donde aborda los conceptos de matemáticas industrial, en los negocios y en la industria marítima. También, precisa que las matemáticas deben reflejarse en los currículos de las universidades, de tal forma que respondan a las exigencias de los desarrollos tecnológicos actuales.

Además, se puede destacar el trabajo de Vidal, Muriel, Alonso, Casas, Rodríguez, Ruíz, y Díaz (2014) donde desarrollan talleres para mejorar la habilidad lógica y la capacidad de análisis en la comprensión de conceptos de Teoría del Buque a partir de la experimentación de fenómenos físicos y la conceptualización matemática de estos.

En este mismo sentido, Stanivuk, Galić, & Bojanić, (2017) en su investigación, tienen como objetivo examinar de cerca el desarrollo histórico de las matemáticas en los asuntos marítimos, y mostrar cómo el conocimiento de las matemáticas puede convertirse en una herramienta poderosa en manos de un marino.

En cada una de las investigaciones mencionadas anteriormente, se encontraron algunas debilidades en la enseñanza de las matemáticas tales como: escaso nivel de aplicaciones específicas del contexto naval en el proceso de enseñanza aprendizaje del Ingeniero Naval, el alto índice de prácticas pedagógicas tradicional, entre otras.

Por otra parte, las normas establecidas a nivel internacional sobre las industrias navales y marítimas son regidas bajo la Organización Marítima Internacional (OMI), donde existe el Convenio de Estándares de Formación de Gente del Mar a nivel Internacional (STCW). Este convenio tiene como primer objetivo establecer las regulaciones marítimas en término de la formación, capacitación y regulación de las escuelas de formación naval, como también los planes de estudio de cada una de las carreras u oficios en este medio. De ahí que se exige una solidada formación matemática, por parte de los actores involucrados en esta área, específicamente los estudiantes de Ingeniería naval, puesto que los desarrollos tecnológicos que se han adelantado en los últimos años, requieren que estén en la capacidad de responder y solucionar problemas relacionados con su campo de acción.

Por tanto, la creación de un modelo didáctico para el desarrollo del pensamiento matemático en problemas relacionado a Teoría del Buque en estudiante de Ingeniería Naval en Colombia es importante, porque proyecta a los estudiantes a estar a tono con los cambios que está experimentando la industria naval y marina a nivel de las tecnologías, donde se requiere del pensamiento matemático y la resolución de problemas. El trabajo de aula imbrica la resolución de problemas Pólya (1965) , la Educación Matemática Realista de Freudenthal , la modelación y la visualización matemáticas. Lo anteriormente expuesto lleva a formular el problema de investigación: ¿cómo contribuir al desarrollo del pensamiento matemático relacionado con la resolución de problemas de Estabilidad del Buque en estudiantes de Ingeniería Naval de la Escuela Naval de Cadetes Almirante Padilla? Se define como objetivo general proponer un modelo didáctico basado en la resolución de problemas del contexto, la modelación y visualización matemáticas para el proceso de enseñanza aprendizaje de los contenidos matemáticos de Estabilidad del Buque en estudiantes de Ingeniería Naval de la Escuela Naval de Cadetes Almirante Padilla.

Esta investigación se sustenta en un paradigma de investigación de tipo cualitativo, con un enfoque de investigación cualitativo y un diseño de investigación acción (Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P,2014).

Con este enfoque se busca investigar el proceso de enseñanza aprendizaje de temas de geometría del espacio, cálculo integral, cálculo vectorial, entre otros, base fundamental para un buen desempeño de los estudiantes en la asignatura Estabilidad del Buque en la ENAP.

El modelo didáctico, producto de esta investigación consta en su estructura de cuatro partes. La primera parte contiene los fundamentos del modelo, aquí se describen los sustentos del modelo, fin y objetivo. La segunda parte hace referencia a la caracterización y necesidad, tomada desde los diferentes actores del proceso educativo, estudiantes, docentes, implementación de la práctica docente, procesos evaluativos entre otros. La tercera parte del modelo didáctico, se denomina resolución en donde se muestran las fases y componentes del modelo. Las cuales tienen sus funciones, y se encuentran relacionadas entres si, donde se muestra el carácter sistémico entre los componentes. Por último, la cuarta parte es la concreción práctica, en donde se presenta un sistema de actividades, modo de implementación y evaluación.

Cabe resaltar que el modelo didáctico se fundamenta en la Teoría holística Configuracional propuesta por Fuentes, Matos y Cruz (2004), así como las posturas de Lakatos (1978) el cual plantea la construcción del pensamiento matemático a partir del diálogo guiado que surge al plantear un problema y una conjetura. Los planteamientos de Davis y Hersh (1988) consideran la construcción del conocimiento matemático a partir de la participación de los estudiantes en actividades, que permitan la confrontación con otras y de este modo construir un conocimiento común. Así como las posturas de Piaget (1968), las cuales sustentan la construcción del conocimiento a partir de la interrelación del individuo con el medio o la realidad a partir de: esquema, estructura, organización, adaptación, asimilación, acomodación y equilibrio.

Bibliografía

Akakpo, GS (2016). The role and relevance of mathematics in the maritime industry. African Journal of Educational Studies in Mathematics and Science, 12,75-86.
Davis, J., Hersh, R. (1988). Experiencia Matemática. Editorial Labor, Barcelona.
Fuentes, H., Matos, E., & Cruz, S. (2004). El Proceso de Investigación Científica desde un Pensamiento Dialéctico Hermenéutico. Reto actual en la formación de doctores. Libro inédito CeeS “Manuel F. Gran”. Universidad de Oriente, Santiago de Cuba.
Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). Metodología de la OOBHU investigación (Vol. 3). Sexta edición. México: McGraw-Hill. p. 358.
Lakatos, I. (1978). Pruebas y refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático. . Versión Española de Carlos Solís.
PEI, Escuela Naval de Cadetes Almirante Padilla. Recuperado el 18 de noviembre de 2020 de la URL: www.enap.edu.co.
Polya, G. (1965). Cómo plantear y resolver problemas. México: Editorial Trillas.
Stanivuk, T., Galić, S., & Bojanić, M. (2017). Mathematics as a Science and Marine ctivity Follow Each Other Throughout History. Transactions on maritime science, 6(01), 55-60.
Vidal, J., Muriel, C., Alonso, J. J., Casas, M., Rodríguez, V., Ruíz, A., & Díaz, J. Taller integrado de física-matemáticas con aplicaciones a la Ingeniería Naval y Oceánica.

SIGNIFICADOS DE LA PENDIENTE EMERGENTES EN UN CURSO DE FORMACÍON DOCENTE

Fúneme Mateus, Cristian Camilo
ccfunemem@udistrital.edu.co
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia

Resumen

Entre las muchas particularidades que se podrían mencionar y analizar respecto al aprendizaje y enseñanza de la matemática, la diferencia existente entre los significados institucionales de los objetos matemáticos y los significados personales que construyen los estudiantes a través de las actividades desarrolladas en las aulas de clase es una preocupación constante para la didáctica de la matemática. Es precisamente este aspecto el que se discute en este trabajo, con mayor precisión, se exponen los conceptos de significado personal e institucional en el marco del Enfoque Ontosemiótico del aprendizaje y la Instrucción Matemática

(EOS) y a través de ellos se caracteriza el significado personal del objeto matemático *pendiente* que poseen 20 profesores en formación.

Sustento teórico

En diferentes trabajos desarrollados en el marco del EOS se han consolidado posiciones en torno a los aspectos epistemológicos de la matemática (Godino y Batanero, 1994; Godino, 2020). En particular, se ha expuesto la importancia de adoptar una perspectiva antropológica y pragmatista, en la cual la resolución de problemas es el eje principal de la actividad matemática (Godino, 2020).

Ahora bien, si se habla de situaciones o problemas como eje de la emergencia del conocimiento matemático, se debe entender que este conocimiento es relativo al contexto propio de cada situación. Por ende, las prácticas personales e institucionales traen consigo significados personales e institucionales de los objetos matemáticos (Godino, 2020).

Para Godino y Batanero (1994) el significado, ya sea de carácter personal o institucional, de un objeto matemático se interpreta como una correspondencia entre un objeto y el sistema de prácticas donde interviene tal objeto, es decir, un objeto matemático es un sistema de prácticas que realiza una persona (significado personal), o compartidas en el seno de una institución (significado institucional) para resolver un tipo de situaciones-problemas asociadas a él.

En atención a lo anterior, para el análisis de las prácticas matemáticas de los docentes se toma el significado de referencia de la pendiente propuesto por Moore et al. (2011), quien presenta a este objeto matemático a través de once significados: razón geométrica, razón algebraica, propiedad física, propiedad funcional, coeficiente paramétrico, concepción trigonométrica y concepción en el cálculo, propiedad, indicador, constante lineal y situación del mundo real.

Metodología

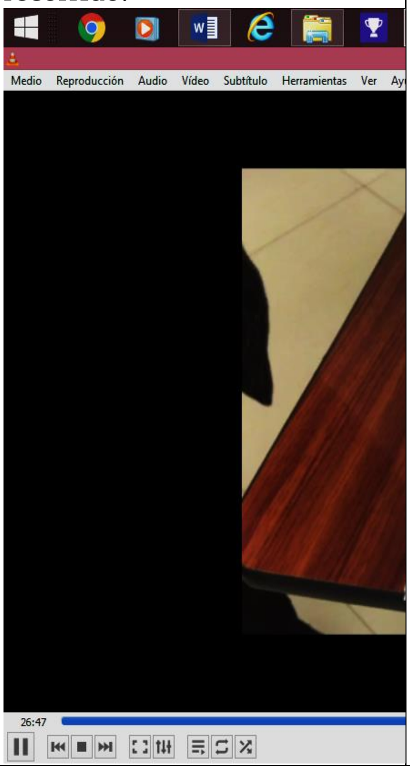
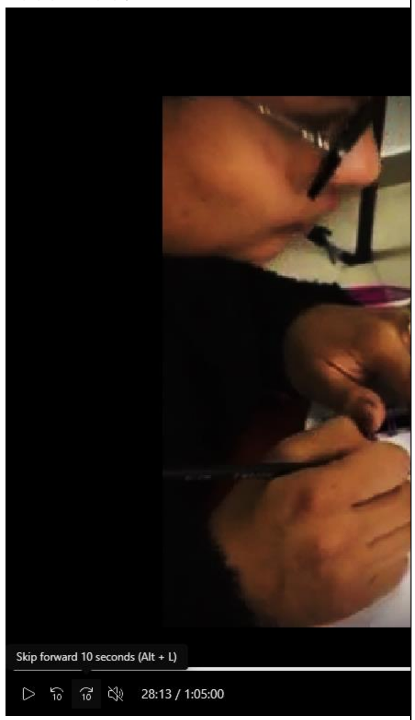
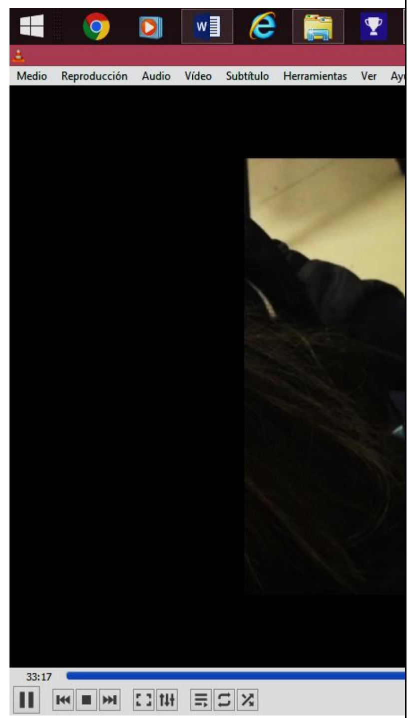
Esta investigación se desarrolla bajo un enfoque mixto y siguiendo los lineamientos del estudio de caso. La muestra, seleccionada de manera intencional y no probabilística, es conformada por 20 profesores en formación en la Maestría en didáctica de la matemática de una universidad pública colombiana. La estrategia de intervención para recolección de datos consistió en separar a los profesores en grupos de cuatro integrantes y solicitarles solucionar la siguiente situación:

El recorrido de una etapa de 16.6 km en el Tour de Francia 2019 presentó las siguientes características: Los ciclistas iniciaron en una ciudad que se encuentra a 328 msnm, en este punto empezaron un ascenso de 1.4 km al 6.7% llegando a Cote de Labatmale. Descendieron luego 7.5 km hasta Coarraze, continuando 22.5 km hasta Ferrieres, afrontaron un ascenso de 11.9 km al 7.8% de inclinación hasta la cima del Col de Soulor, allí descendieron 19 km hasta Argeles-Gazost, continuaron 19 km llegando a Luz-Saint-Sauveur y ascendieron hasta Tourmalet de 19 km al 7.4% llegando a la Meta. ¿Cuál es la altura máxima que alcanzaron los ciclistas?

Resultados

A través del análisis de las prácticas matemáticas de los docentes, se encontró que las estrategias para resolver la situación planteada se caracterizan en tres clases (Tabla 1).

Tabla 1
Estrategias de solución a situación problema de la pendiente

Estrategia 1	Estrategia 2	Estrategia 3
1) Establecimiento de razón entre grados y porcentaje. 2) Conversión de porcentajes a grados. 3) Reconstrucción del recorrido.  	1) Conversión de porcentajes a número decimal. 2) Establecimiento de ángulos a través de funciones trigonométricas. 3) Reconstrucción del recorrido.  	1) Construcción de rectas a través de la comparación del valor de los porcentajes. 2) Respuesta a la pregunta. 

Es decir, se encontró que el 20% de los docentes desarrollaron prácticas asociadas al significado de la pendiente como una propiedad física (estrategia 3), un 40% emplearon la pendiente a través de la concepción trigonométrica (estrategia 2) y el 40% restante recurrieron a la razón geométrica (estrategia 1). Con esto, se encuentra como principal resultado que los docentes evidenciaron dificultad para articular diferentes significados de la pendiente y que no lograron asociar ninguno de los significados que poseían a la interpretación de la situación real planteada.

Con lo expuesto se concluye que la formación docente requiere de la gestión de los diversos significados de los objetos matemáticos presentes en los distintos niveles de formación, especialmente a través de situaciones reales que permitan conectar el conocimiento matemático abstracto con la experiencia cotidiana de los estudiantes. Entendiendo que, a través de lo ejemplificado con la pendiente, se ha puesto en evidencia que para algunos docentes resulta complejo el proceso de significación de los contenidos matemáticos que deben enseñar.

Bibliografía

Godino, J. (2021). Hibridación de teorías en el sistema teórico del enfoque ontosemiótico. *La matematica e la sua didattica*, *29*(2), 159-184.

Godino, J. D., y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *14*(3), 325-355.

Moore, D., Conner, A., y Rugg, K. (2011). Can slope be negative in 3-space? Studying concept image of slope through collective definition construction. *Educational Studies in Mathematics*, *76*(1), 3–21. https://doi.org/10.1007/s10649-010-9277-y

TÉCNICAS Y HÁBITOS DE ESTUDIO EN EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS

Elsa Edith Rivera Rosales
elsarivera@uadec.edu.mx
Universidad Autónoma de Coahuila, México

Resumen

El programa Integral de Innovación en la Enseñanza de las Matemáticas (PIIENSE) como una propuesta efectuada en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Universidad Autónoma de Coahuila, pretende que los estudiantes de los programas académicos logren desarrollar una serie de competencias matemáticas que faciliten su inserción efectiva en el campo laboral. La presente investigación es una extensión del proyecto mencionado, ya que las competencias que explicita son transversales. Éstas integran actitudes, valores, habilidades intelectuales y motivaciones específicas. Este estudio se realizó con el total de alumnos de la

Licenciatura en Matemáticas Aplicadas y la Maestría Profesionalizante en Matemática Educativa. Se analizaron variables de hábitos y técnicas de estudio, así como competencias matemáticas y su relación.

Es ampliamente conocido, tanto a nivel regional como nacional la dificultad que enfrentan los estudiantes en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, y el nivel superior no escapa de esta realidad. Este trabajo fue realizado con el propósito de identificar cómo a través de las técnicas y hábitos de estudios los estudiantes desarrollan de manera exitosa sus competencias matemáticas, se entiende por competencia matemática un sistema de acción complejo que abarca las habilidades intelectuales, las actitudes y otros elementos como la motivación y los valores. Es decir, la competencia matemática apunta a la capacidad que desarrolla el estudiante para poner en práctica de manera articulada conocimientos, hábitos de estudio y actitudes para enfrentar y resolver problemas del área. En esta investigación se abordan la manera en que las competencias matemáticas se desarrollan mediante adecuados hábitos y técnicas de estudio.

La investigación realizada es cuantitativa, para lo cual se realizó un instrumento tipo encuesta, que considera seis categorías de investigación: estrategias de enseñanza, estrategias de aprendizaje, técnicas y hábitos de estudio, actitudes y valores matemáticos y competencias matemáticas. Se incluyen un total de 66 variables medidas en una escala decimal de razón. Para conocer la información de los integrantes de la población se consideraron cuatro variables: edad, sexo, nombre de la carrera que cursa y semestre. El tipo de medición de estas variables es nominal, excepto la variable edad que se mide de forma intervalar.

La población está conformada por estudiantes de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, de dos programas académicos: Licenciatura en Matemáticas Aplicadas y la Maestría Profesionalizante en Matemática Educativa. Los resultados son obtenidos del análisis de frecuencia y porcentaje para describir la población; el análisis univariado de las Técnicas de estudio, Hábitos de estudio y Competencias Matemáticas, así como un tratamiento de correlación de Pearson para mostrar las relaciones entre estos ejes.

A manera de conclusión se tiene que el repaso de las notas de clase, así como la identificación de los conceptos y términos torales de cada uno de los temas, permite que los estudiantes puedan resolver con mayor facilidad los problemas matemáticos. La competencia anterior también se ve favorecida cuando en plenaria, los alumnos comunican o expresan sus ideas adecuadamente, cuentan con diversas alternativas o estrategias matemáticas para discutir fenómenos reales, y explican, de acuerdo a sus posibilidades, los conceptos medulares de la matemática. Asimismo, la interacción de los compañeros posibilita la abstracción de términos principales de las asignaturas, a través de la exposición de ideas.

En los hábitos de estudio, se encontró que, para desarrollar competencias matemáticas, no basta con estudiar minutos u horas antes de un examen, sino que es imprescindible el repaso diario de los temas de las clases; por lo que no importa la forma ni el lugar en que se lleve a cabo el estudio.

Por lo tanto, actualmente los estudiantes muestran una tendencia a aislarse de sus compañeros, por lo que prefieren estudiar individualmente, sin embargo, la competencia de la argumentación se da precisamente cuando el estudiante intercambia sus ideas con los compañeros. Lo que se necesita es que el alumno exprese de manera libre sus opiniones en todas las áreas del conocimiento y que manifieste su capacidad de hablar y escribir de manera adecuada sus ideas matemáticas, y comprender de manera visual y escrita los conceptos que se le presentan oralmente.

Como sugerencia para los maestros, se indica que estos deben promover la participación activa de los discentes a través del trabajo colaborativo; así como asignar diariamente tareas que promuevan el repaso de los temas vistos en clase, enfatizando la repetición de los procedimientos para que el alumno los interiorice, pero más importante aún, que logren comprenderlos.

Bibliografía

Camarero, F. (2000). Estilos y estrategias de aprendizaje en estudiantes universitarios. *Psicothema*, 615-622.

Núñez, J. (1998). Estrategias de aprendizaje, autoconcepto y rendimiento académico. *Psicothema*, 97-109.

Pronovost, G. (1995). Medios: Elementos para el estudio de la formación de los usos sociales. *Estudios sobre las culturas contemporáneas*, 47-70.

Zermeño, A. (2001). Reflexiones sobre el método para explorar la relación entre las tecnologías vía pantalla y la construcción de las identidades juveniles. *Estudios sobre las culturas contemporáneas.* 127-150.

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN ENTORNOS INFORMÁTICOS PARA VALORAR EL APRENDIZAJE DEL ANALISIS NUMERICO EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA

Luis Fernando Mariño, Rosa Virginia Hernández, Cesar Augusto Hernández Suarez
fernandoml@ufps.edu.co, rosavirginia@ufps.edu.co, cesaraugusto@ufps.edu.co.
Universidad Francisco de Paula Santander (Cúcuta, Colombia), Universidad Francisco de Paula Santander (Cúcuta, Colombia), Universidad Francisco de Paula Santander (Cúcuta, Colombia)

Resumen

La resolución de problemas es fundamental tanto en la formación como en el desempeño profesional del ingeniero. Una de las ramas de las matemáticas que más aporta en la solución de

problemas de ciencias e ingeniería es el análisis numérico. Esta rama de la matemática se fundamenta en métodos y técnicas de aproximación numérica para resolver problemas, en contraste con los métodos analíticos que proporcionan otras ramas como las ecuaciones diferenciales, el cálculo diferencial e integral y el algebra lineal entre otras.

Estos métodos y técnicas de aproximación numérica se caracterizan por varios elementos: a) se requiere construir el modelo o expresión matemática que represente el problema, b) un punto o puntos de partida a partir del cual se inician los cálculos aritméticos, c) fijar control acerca de los errores de redondeo o truncamiento, y d) la mayoría de estos métodos son algoritmizables y programables. Por tanto, es indispensable usar herramientas computacionales como Matlab, Maple, Mathematicas, incluso Excel o lenguajes de programación para realizar los cálculos aritméticos.

Matemáticos e investigadores clásicos como Polya (1981, 1945), Mason et al. (2010), Schoenfeld (2016, 1987) y Mayer (2010) entre otros, han caracterizado la resolución de problemas de diversas maneras con el propósito de ayudar a los estudiantes a resolver problemas. Desde una mirada subjetiva, uno de los ideales de la enseñanza de la matemática debe ser el de orientar a los estudiantes para que sean ellos quienes construyan sus estrategias para resolver problemas, pero en la realidad parece ocurrir todo lo contrario.

En lo que respecta a las técnicas para valorar el conocimiento y desempeño del estudiante prima la forma tradicional. El estudiante debe presentar evaluaciones escritas a lápiz y papel de forma individual en un tiempo determinado, en la mayoría de los casos sin el uso de software que le permita realizar los cálculos aritméticos.

Ante este panorama el trabajo tuvo como propósito dar respuesta a la pregunta: ¿Cómo son las estrategias para resolver problemas por métodos directos y de aproximación numérica manifestadas por estudiantes de ingeniería de la universidad Francisco de Paula Santander, al evaluar su aprendizaje?

Método

El trabajo realizado tuvo un enfoque cualitativo de tipo descriptivo. Los participantes fueron 61 estudiantes que tomaron un curso de Análisis Numérico durante el primer semestre del año 2022 en los programas de Ingeniería Civil e Ingeniería de Sistemas de la Universidad Francisco de Paula Santander en la ciudad de Cúcuta.

Como técnica para recolectar la información se diseñó un cuestionario con el propósito de valorar el conocimiento y desempeño de los estudiantes cuando resolvieron problemas que involucraban reactores químicos, estructuras, sistemas masa resorte y circuitos eléctricos. Los problemas debían resolverse utilizando Excel y los métodos directos de eliminación Gaussiana, matriz inversa, factorización A=LU y las técnicas de aproximación numérica de Gauss- Seidel y Jacobi.

El cuestionario se entregó a los estudiantes con 15 días de anticipación a la fecha fijada por el programa para la segunda evaluación parcial. El trabajo podía realizarse individualmente o en grupos de a lo más tres estudiantes. Transcurridos ocho días cada grupo debía entregar un informe parcial escrito siguiendo una estructura con normas IEEE utilizando un procesador de texto. El documento final escrito tenía una valoración en relación con el ciento por ciento de la nota total. Por ejemplo, si lo realizaban en grupos de tres estudiantes el informe escrito tenía un valor del 40% y la sustentación oral del 60%.

El cuestionario tenía dos tareas específicas e interesantes. Primera, antes de empezar a resolver cada problema los estudiantes debían identificar, consultar y citar todos los conceptos involucrados en los problemas. Segunda, a partir de uno o varios problemas resueltos en el libro Métodos Numéricos para Ingenieros (Chapra y Canale, 2015) los estudiantes debían crear una serie de pasos o acciones para resolver cada tipo de problema y luego utilizar estos pasos para resolver otros problemas propuestos en el mismo texto.

Resultados y conclusiones

El análisis de contenido posibilitó interpretar, dar sentido y describir las manifestaciones escritas y verbales de los participantes. Como resultado del trabajo de los estudiantes se caracterizó la resolución de problemas como un proceso de entender, analizar gráficos, representar matemáticamente el problema mediante un sistema de ecuaciones lineales, elegir métodos y técnicas de aproximación numérica para resolver el problema, establecer márgenes de error o tolerancia, hacer matemáticas con Excel, revisar y comparar soluciones, además de utilizar el formato creado en Excel para resolver un tipo especifico de problemas. Se destaca también la falta de compromiso y hábitos para el trabajo en equipo. Finalmente, la mayoría de participantes consideraron que es una forma diferente para el evaluar el aprendizaje de la matemática pero que les cuesta trabajo porque no están acostumbrados a este tipo de evaluación abierta, a largo plazo y con toda la información de diferentes fuentes a su disposición.

Bibliografía

Chapra, S., & Canale, D. (2015). *Metodos numericos para ingenieros.* Bogota: Limusa.

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking Mathematically* (2 ed.). Harlow, UK: Pearson Education Limited.

Mayer, R. (2010). Problem Solving and Reasoning. *International Encyclopedia of Education*, 273-278. https://doi.org/10.1016/B978-0-08-044894-7.00487-5

Morgan, C. T. (2010). *Psikolojiye Giriş.* Eğitim Yayınevi.

Polya, G. (1945). *How To Solve It.* Princeton: Princeton University Press.

Polya, G. (1981). *Mathematical Discovery*. New York: Wiley.
Schoenfeld, A. (1987). *Cognitive Science and Mathematics Education* (1 st ed.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203062685
Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics (Reprint). *Journal of Education*, *196*(2), 1- 38. https://doi.org/10.1177/002205741619600202

UN RECURSO DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA DEL ÀLGEBRA LINEAL

Vivian Libeth Uzuriaga López, Alejandro Martínez Acosta
vuzuriaga@utp.edu.co, amartinez@utp.edu.co
Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia

Resumen

Los procesos de enseñanza y aprendizaje del álgebra lineal han sido objeto de investigaciones por varias décadas. Investigaciones que han surgido en respuesta a diferentes problemáticas, entre otras, manifestadas por profesores cuando la enseñan; particularmente en la Universidad Tecnológica de Pereira, estas se refieren, a que: los estudiantes en su gran mayoría no tienen los conocimientos previos para afrontar con éxito el desarrollo de la asignatura, falta de motivación porque la consideran abstracta y alejada de la realidad de su carrera. Además, los alumnos no leen con antelación a las clases, esperan que el profesor siga siendo el centro del proceso con la transmisión de conocimientos para ellos replicar o reproducir lo informado; lo que lleva a bajos desempeños académicos reflejados en alta repetición y cancelación de la asignatura. Respuestas a estas problemáticas se tuvieron en cuenta en los propósitos del proyecto "*Intervención integral en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la Universidad Tecnológica de Pereira*" que tuvo como objetivo: determinar transformaciones en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la Universidad Tecnológica de Pereira, para mejorar el aprovechamiento académico. Uno de los resultados de la investigación

fue el recurso didáctico para la enseñanza del álgebra lineal, que se plasmó en el libro "***Álgebra lineal lecciones de clase para docentes y estudiantes***".

El proyecto se enmarca con una Investigación Acción participativa, que tiene unas fases de carácter cuantitativo y otras de carácter cualitativo. El objetivo específico en el cual se enmarcó el diseño de la construcción del libro: Identificar y analizar las estrategias de enseñanza que pueden incidir en el mejoramiento académico de los estudiantes en el área de matemáticas. Para el logro de este objetivo se hizo estudio de casos.

El libro "***Álgebra lineal lecciones de clase para docentes y estudiantes***" se considera un recurso didáctico porque facilita al docente su planeación mediante lecciones de clase, avanzando con el cumplimiento del contenido básico de la asignatura a partir de la célula generadora de conocimientos para construir conceptos fundamentales del álgebra lineal. A los estudiantes, les ofrece la oportunidad de partir de sus saberes previos de su formación básica y media para llevarlos mediante ejemplos, situaciones contextualizadas, ejercicios y preguntas a acercarse a la construcción de conocimientos, generalizaciones de conceptos y a la particularización de otros; permitiendo hacer lecturas previas a clase inculcando en ellos su autonomía y autorregulación, para motivar la transición de la dependencia a la independencia académica (Castellanos, Castellanos & Llivina, 2001). El texto, se constituye en el libro de trabajo del "Álgebra Lineal desde un enfoque desarrollador" (Uzuriaga y Martínez, 2015).

Por lo tanto, el libro responde al "proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra Lineal concebido como un sistema, en el cual se tienen en cuenta sus componentes fundamentales debe capacitar al estudiante para hacer lecturas en contextos discursivos en los que se apliquen los conceptos y procedimientos centrales del curso y por tanto le provee autonomía e independencia intelectual, promueve el desarrollo de su pensamiento, permitiéndole abstraer, generalizar, formalizar, argumentar, demostrar y representar adecuadamente conceptos; las cuales son capacidades y competencias fundamentales para un ingeniero. Además, lo reviste de herramientas y le proporciona las bases matemáticas necesarias para abordar con éxito los cursos que requieren del álgebra lineal, consiguiendo modelar y resolver diferentes tipos de aplicaciones. También, le brinda al alumno la oportunidad de incorporar e interiorizar algoritmos, por ejemplo, de cálculo matricial y vectorial, pues la algoritmia, aunque de bajo nivel, es un razonamiento deductivo y por ser este característico de lo que se llama razonamiento matemático, debe estar presente en la formación matemática del ingeniero" (Uzuriaga, 2006, p. 14).

Bibliografía

Castellanos, D.; Castellanos, B. y Llivina, M. (2001). *Hacia una concepción del aprendizaje desarrollador.* La Habana.

Uzuriaga, V. (2006). *Una propuesta de enseñanza del álgebra lineal para los estudiantes de ingeniería de la Universidad Tecnológica de Pereira*. Tesis doctoral.

Uzuriaga, V. y Martínez, A. (2015). Álgebra lineal desde un enfoque desarrollador. Colombia: Editorial Universidad Tecnológica de Pereira.

Uzuriaga, V. y Martínez, A. (2021). *Álgebra lineal, lecciones de clase para docentes y estudiantes*. Colombia: Editorial Universidad Tecnológica de Pereira.

ANÁLISIS DEL POTENCIAL DE LA TEORÍA DE LAS MATEMÁTICAS EN EL CONTEXTO DE LAS CIENCIAS PARA PROMOVER PROCESOS DE CONJETURACIÓN EN EL APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES.

Luis Carlos Romero Castro, Alejandro David Leuro Giraldo
luis.romero@profesores.uamerica.edu.co, alejandro.leuro@profesores.uamerica.edu.co
Universidad de América, Colombia

Resumen

En la formación de profesionales de la ingeniería, un aspecto importante es el aprendizaje por parte de los estudiantes de los conceptos y las técnicas de las matemáticas que se utilizan en el ejercicio profesional de un ingeniero. Esto incluye lo correspondiente a la teoría de las ecuaciones diferenciales, las cuales permiten representar matemáticamente diversos fenómenos presentes en distintos contextos aplicados, y cuya resolución permite la solución de problemas de gran importancia en los diferentes campos del conocimiento.

En ese sentido, un problema evidenciado por Camarena (2009) en el contexto de la formación universitaria es la desarticulación entre los cursos de matemáticas y las demás asignaturas del plan de estudios. Lo anterior lleva a que los estudiantes vean los conceptos matemáticos como objetos que no tienen significado y que no reconozcan la importancia del aprendizaje de las matemáticas en su quehacer profesional.

.Desde los años 80 se ha venido desarrollando en el campo de la Educación Matemática una teoría denominada Matemáticas en el Contexto de las Ciencias (Camarena, 1982), que pretende romper con esta desarticulación, a partir de propuestas didácticas y curriculares que se fundamenta en la presentación de una matemática contextualizada a los estudiantes de carreras profesionales distintas a las matemáticas. En esta propuesta teórica, el centro de la actividad matemática está en el planteamiento de problemas contextualizados con respecto a la carrera a la que pertenece el estudiante, con el fin de que el estudiante identifique cuales son los contenidos matemáticos requeridos para solucionar estos problemas.

Dentro de esta teoría, un aspecto relevante para la estructuración del diseño de secuencias de enseñanza es la necesidad que estas secuencias contengan actividades que desarrollen procesos de argumentación en los estudiantes. En particular, es importante que las secuencias de enseñanza involucren actividades de conjeturación, donde los estudiantes tengan la posibilidad de plantear y validar sus hipótesis acerca de las alternativas para solucionar la situación presentada desde un punto de vista matemático.

En ese sentido, es importante reconocer que las propuestas de enseñanza que se desarrollan comúnmente en las clases de ecuaciones diferenciales se centran en los aspectos operativos y conceptuales, dejando de lado la posibilidad de que los estudiantes desarrollen competencias argumentativas y de conjeturación, lo cual limita el aprendizaje que los estudiantes puedan adquirir acerca de las aplicaciones que las ecuaciones diferenciales pueden tener en problemas propios de su profesión.

El objetivo de nuestra investigación fue determinar el potencial de la teoría de las Matemáticas en el Contexto de las Ciencias (Camarena, 2004) para promover procesos de conjeturación y argumentación en estudiantes de ecuaciones diferenciales de un programa de ingeniería.

Esta propuesta se ubicó en un enfoque cualitativo, de acuerdo con el paradigma de la Investigación de Diseño, (Molina, Castro & Molina, 2011). La estrategia seleccionada dentro de este paradigma es la de Experimento de Enseñanza, la cual consiste en el diseño, implementación y evaluación de secuencias de enseñanza, organizadas con el fin de poner en juego una hipótesis acerca de un aprendizaje específico.

La planeación de la secuencia de enseñanza se realizó teniendo en cuenta las etapas propuestas por la teoría de las Matemática en el Contexto de las Ciencias y para la fase de análisis, se tuvieron en cuenta las fases del proceso de conjeturación propuestas por Cañadas et al (2008).

Dentro de los resultados obtenidos en nuestra investigación, observamos que el uso de los eventos contextualizados influyó en el interés de los estudiantes por plantear sus propias conjeturas acerca del fenómeno estudiado, que correspondía al proceso de enfriamiento bajo temperatura ambiente constante y variable. Pudimos identificar también la emergencia de procesos de abducción en el desarrollo de la actividad de conjeturación que surgió de la resolución de los problemas planteados

Bibliografía

Cañadas, M. C., Piquet, J. D., Figueiras, L., Reid, D. A., & Yevdokimov, O. (2008). *Perspectivas teóricas en el proceso de elaboración de conjeturas e implicaciones para la práctica: tipos y pasos*. Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas, 26(3), 431-444**.**

Gallardo, P. C. (2009). *La matemática en el contexto de las ciencias*. Innovación educativa, 9(46), 15-25.

Molina, M., Castro, E., Molina, J. L., & Castro, E. (2011). *Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza*. Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, 75-88.

ARTICULACIÓN TEORÍA/PRÁCTICA EN LA MIRADA PROFESIONAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS EN FORMACIÓN

Wildebrando Miranda-Vargas, Diego Garzón-Castro
wildebrando.miranda@correounivalle.edu.co , *diego.garzon@correounivalle.edu.co*
Universidad del Valle, Colombia

Resumen

En este trabajo se describen los usos de la teoría que hacen profesores en formación de un curso de 9º semestre que cursan su práctica profesional en el programa de licenciatura en matemáticas de la Universidad del Valle en la ciudad de Cali (Colombia). A través del análisis de viñetas de video, los profesores en formación -practicantes- deben identificar, interpretar y decidir qué hacer frente a situaciones específicas de enseñanza justificando sus decisiones. Estas justificaciones se categorizan usando cuatro niveles de articulación teoría/práctica propuestos por Llinares y Fernández (2021).

Dado que las investigaciones vienen mostrando los problemas que enfrentan los profesores en formación para articular la teoría con la práctica, desde la perspectiva del teacher noticing o mirada profesional se han identificado tres habilidades desde las cuales consideramos que se puede abordar esta relación teoría/práctica: Identificar procesos o conceptos matemáticos en las acciones de los estudiantes, interpretar dichos procesos o conceptos a la luz de algún referente curricular o teórico, y finalmente decidir qué hacer para que los estudiantes comprendan y puedan progresar en su proceso de aprendizaje (Jacobs, Lamb & Philipp, 2010).

Para el análisis del papel que cumple la teoría en la mirada de los profesores en formación, pueden usarse las viñetas de video, que son instrumentos analíticos que se materializan en transcripciones de segmentos significativos de enseñanza en los que hay interacciones entre el profesor y los estudiantes, y en los cuales se pueden caracterizar las tres habilidades mencionadas anteriormente (Gavilán, García y Llinares, 2007). En este sentido, la problemática aborda el siguiente interrogante *¿Qué elementos pueden ayudar a los profesores de matemáticas en formación a evolucionar en su mirada profesional con relación al uso que hacen de la teoría, a través del análisis de viñetas de video?*

El objetivo por lo tanto de este trabajo fue, por un lado, describir los usos de la teoría que los profesores en formación realizan a través de una viñeta, y por el otro, poder usar esa información para detectar algún elemento que pueda ayudarles a evolucionar su mirada de un nivel a otro. Los niveles que se mencionan aquí corresponden al trabajo de Llinares y Fernández (2021): Nivel 1. No se usa la teoría. Nivel 2. Se usa la teoría como una especie de adorno o retórica, es decir, sin articulación con lo observado. Nivel 3. La explicación teórica se relaciona con lo observado, pero no está muy claro qué hacer para resolver la dificultad. Nivel 4: Hay articulación de la explicación teórica con lo observado y se tiene mayor claridad sobre qué hacer para resolver la dificultad presentada.

Se utilizó una metodología cualitativa de estudio de casos múltiple. La muestra corresponde a 15 grupos de trabajo (entre 2 y 4 practicantes por cada grupo) durante los años 2020, 2021 y 2022. Los profesores en formación debían analizar varias viñetas de video, lo cual se hacía en dos momentos: en el primero de ellos, decían lo que encontraban en la viñeta de manera libre y espontánea y en un segundo momento, se les pasaba un instrumento analítico que enfatizaba en las tres habilidades (identificar, interpretar y decidir) enfocado en el pensamiento matemático del estudiante. El contraste entre el primer y segundo momento era objeto de análisis en el curso y pretendía que los profesores en formación pudieran ser conscientes de cómo su mirada evolucionaba al usar el instrumento.

Los resultados mostraron que 12 de los 15 grupos lograron pasar de un nivel 1 de articulación teoría/práctica a un nivel 2 cuando se usaba el instrumento. Dos grupos se mantuvieron en el nivel de articulación 2 y sólo un grupo pasó del nivel 1 al nivel 3. Nos propusimos entonces encontrar una manera de que pudieran evolucionar al nivel 3. Se hizo hincapié en que cada explicación de lo sucedido en la viñeta debía acompañarse de al menos con un documento explicativo y discutirse en grupo. Este nuevo enfoque permitió una evolución de la mirada profesional de los profesores en formación logrando que 9 de los 15 grupos pudieran pasar al nivel 3.

Un caso significativo se dio con el análisis de una viñeta en la que un profesor discutía con sus estudiantes el orden de los racionales en un juego denominado Dominó de fracciones. Se debía comparar los números 1/2 y 1/3. La mayoría de los estudiantes creían que 1/3 era mayor que 1/2. En el análisis de la viñeta asociada al episodio anterior mostró la necesidad de que los profesores en formación encontraran una explicación convincente de tal error y por tanto, se llegó a la explicación de que la equipartición como obstáculo didáctico(Cortina, Zúñiga y Visnovska, 2013) podía explicar en gran medida lo sucedido sobre la comparación de las fracciones 1/2 y 1/3 y además, ayudaba a decidir qué hacer para intervenir la situación, como por ejemplo, considerar un énfasis en las medidas y las magnitudes en el trabajo con las fracciones que permitieran superar las imágenes equivocadas que construían los estudiantes.

La principal conclusión de este trabajo es que la selección de los argumentos de los profesores en formación que explican lo sucedido en una viñeta de video se puede favorecer si se introducen y se discuten documentos explicativos cada vez más precisos que se articulan con lo observado, se pueden lograr niveles de articulación teoría/práctica cada vez más altos, lo que podría ayudar a *saber qué hacer* para modificar el rumbo de la enseñanza, aunque este último aspecto -relacionado con la habilidad de decidir- requiere de mayor investigación.

Bibliografía

Cortina, J; Zúñiga, C y Visnovska, J. (2013). La equipartición como obstáculo didáctico en la enseñanza de las fracciones. Revista educación matemática, 25 (2), 7-29

Garzón, D. (2017). Análisis de las decisiones del profesor de matemáticas en su gestión de aula. *Educación Matemática, 29*(3), 131-160. https://doi. org/10.24844/em2903.05

Gavilán, G.M., García M. y Llinares, S. (2007). La modelación de una descomposición genética de una noción. Explicando la práctica desde el punto de vista del aprendizaje potencial en los estudiantes. Education Mathematica, 19, 5-39.

Jacobs, V. R., Lamb, L. L., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education, 41*(2), 169–202.

Linares, S y Fernandez, C. (2021). Mirar profesionalmente la enseñanza de las matemáticas: características de una agenda de investigación en Didáctica de la Matemática

CANSANCIO EMOCIONAL, PREDISPOSICIÓN DE LOS ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS EN LA MATERIA MATEMÁTICA EN TIEMPOS DE PANDEMIA.

Ana Paredes-Proaño

aparedes667@puce.edu.ec

Pontificia Universidad Católica del Ecuador

Resumen

En la educación normalmente influyen algunos factores: como las evaluaciones, el tiempo de clases, el nivel de complejidad de la materia, el traslado de una aula a otra, todo influye negativamente lo cual incrementa el cansancio emocional de los estudiantes universitarios, según Perantones T., Herrera L., Lledó G. (2014) “se han analizado diversos elementos que inciden en el bienestar psicológico de los estudiantes universitarios, tales como el cansancio emocional y la autoestima, y su relación con la satisfacción con los estudios”, y a esto si le incrementamos el covid-19, el cambio de las clases virtuales a la reincorporación las clases presenciales, según la (UNESCO y IESALC,2021**)** “hay que tomar en cuenta el impacto más inmediato ha sido, obviamente, que el cese temporal de las actividades presenciales”, surge un desequilibrio en las emociones de los alumnos.

El objetivo en esta investigación es determinar el nivel del cansancio emocional de los estudiantes universitarios en la materia matemática en tiempos de pandemia. Se aplicará un diseño de investigación descriptivo, con un análisis correlacional de corte transversal. Se realizará un estudio comparativo tomando en cuenta la edad, el género de los estudiantes de universidad del Ecuador.

Se aplican encuestas, las cuales tienen que considerar la Escala de Cansancio Emocional (ECE), instrumento que debe tener niveles aceptables de confiabilidad y validez. Según Fontana S. (2011) y mencionado por R Domínguez S. et all (2018) *ECE* Se trata de un auto informe compuesto por 10 ítems con 5 opciones de respuesta (de *raras veces* a *siempre*), orientados a evaluar de forma unidimensional el AEM, siendo el puntaje mínimo 10 y el máximo 50. ECE la escala del cansancio emocional consta de 10 ítems su puntuación va del 1 al 5, en el último año de vida estudiantil, 1 rara vez, y 2 pocas veces, 3 algunas veces, 4 con frecuencia, 5 siempre se

basa en la escala del cansancio emocional de Maslach Burnout Iventory (Maslach y Jackson 1997), se rediseña incorporando ítems para el cansancio emocional derivado del nivel de exigencia y esfuerzo de los estudiantes universitarios la puntuación oscila de 10 a 50 puntos, como también ítem que se consideran en el bernout de Freudenberger (Moran, 2003).

Los estudiantes responden la encuesta de forma voluntaria, se estudia a una muestra de 324 estudiantes de los cuales son el 75,8% mujeres y el 24,20% hombres, la edad promedio de los estudiantes es de 21 años, los datos se procesan con el programa R.

Se obtienen como resultados preliminares que de acuerdo con el género varía el nivel de Autoestima, estrés, y ansiedad, por lo general el nivel más bajo es el de los hombres. En relación con los resultados de la correlación de Pearson el Cansancio Emocional con la Satisfacción, al igual que con la autoestima se da una relación significativa negativa, la variable Satisfacción tiene una correlacionaba positiva con el nivel de estudios.

Bibliografía

Domínguez, S., Fernández, M., Manrique, D., Alarcón, D. & Díaz, M. Datos normativos de una escala de agotamiento emocional académico en estudiantes universitarios de psicología de Lima
(Perú). Educación Médica. 2018. 19(S3):246-255. https://doi. org/10.1016/j.edumed.2017.09.002

Perandones, T. Herrera L. Lledó G. (2014). CANSANCIO EMOCIONAL, AUTOESTIMA Y SATISFACCIÓN CON LOS ESTUDIOS EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS. 1Universidad de Alicante. 2Universidad de Granada https://doi.org/10.17060/ijodaep.2014.n1.v7.787

UNESCO y **IESALC, (2021),** Análisis de impactos, respuestas políticas y recomendaciones, esalc.unesco.org/wp-content/uploads/2020/04/COVID-19-070420-ES-2-1.pdf. Fontana S. (2011), Estudio preliminar de las propiedades psicométricas de la escala de desgaste emocional para estudiantes universitarios. Rev Argent Cienc Comport, 3 (2011), pp. 44-48 Dominguez S., Fernández M., Manrique D., AlarcónD.o, Maité Díaz M. (2018). Datos normativos de una escala de agotamiento emocional académico en estudiantes universitarios de psicología de Lima (Perú), Educación Médica, Volume 19, Supplement 3,2018, Pages 246-255. Maslach, C. y Jackson, S. E. (1997). MBI. inventario “Burnout” de Maslach. Madrid: TEA Ediciones.

Morán, C. (2003). Relación entre variables de personalidad y estrategias de afrontamiento del estrés laboral. Tesis doctoral. León: Universidad de León.

Ramos F. (205) Escala de Cansancio Emocional (ECE) para estudiantes universitarios: Propiedades psicométricas y asociación. 01/03/2005. Recuperado https://psiquiatria.com/bibliopsiquis/escala-de-cansancio-emocional-ece-para-estudiantes universitarios-propiedades-psicometricas-y-asociacion/#:~:text=Seg%C3%BAn %20ha%20dicho%2

CREENCIAS EPISTEMOLÓGICAS DE DOCENTES FRENTE A LA ENSEÑANZA, EL APRENDIZAJE Y EL CONOCIMIENTO DEL CÁLCULO DIFERENCIAL

Germán Cadavid Arango, Vivian Libeth Uzuriaga López
gcadavid@utp.edu.co, vuzuriaga@utp.edu.co
Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia

Resumen

La enseñanza y aprendizaje de la matemática, particularmente del Cálculo Diferencial ha sido objeto de investigaciones por décadas, debido a varias problemáticas entre las que se mencionan el contexto sociocultural, la salud física y mental de docentes y estudiantes , el contexto socioeconómico, la edad, la religión -o la ausencia de ella-, el profesor -sus creencias o concepciones frente a los procesos de enseñanza y de aprendizaje, o frente al objeto matemático a estudiar-, el estudiante, el ambiente escolar, la familia, la motivación hacia el aprendizaje, incluso hasta la genética podría influir en el proceso de aprendizaje Morales (2018), los obstáculos epistemológicos , Villaroel (2018), las complejidades conceptuales y los diversos significados de los objetos matemáticos , Godino y Batanero (1994) ,los obstáculos epistemológicos Bachelard (2000), las creencias epistemológicas de los docentes Cadavid (2021) Uzuriaga (2021).

Las problemáticas mencionadas no son ajenas a los estudiantes de los programas de ingenierías de la Universidad Tecnológica de Pereira, puesto que de 15 cursos de Cálculo Diferencial la repitencia y deserción está en el orden del 51%, en el periodo 2020 y 2021. Dado lo anterior y conociendo la importancia de la matemática como base para el desarrollo científico

y tecnológico de las ingenierías y tecnologías. Además, de otros problemas que conlleva los bajos desempeños académicos.

se propone como proyecto de investigación estudiar las Creencias Epistemológicas de Docentes de la Universidad Tecnológica de Pereira, en torno al cálculo diferencial, el cual tiene como objetivo: Analizar creencias epistemológicas en torno al cálculo diferencial de docentes universitarios de matemáticas. proyecto que se desarrolla en el marco del estudio doctoral en Ciencias de la Educación de la Universidad de Cuauhtémoc. México.

La investigación se desarrolló mediante una metodología de carácter mixta , es decir se combinaron los enfoques cualitativos y cuantitativos, Hernández, Baptista, Fernández (2010) , Flick (2015), Abarca, A., Alpízar, F., Sibaja, G. y Rojas, C. (2013) por medio de un estudio de caso múltiple con tres profesores adscritos a la Facultad de Ciencias Básicas de la Universidad Tecnológica de Pereira, durante el periodo 2020 y 2021, - lapso de tiempo que coincide con la llamada pandemia mundial por el virus COVID19- .

Esta investigación comprende tres momentos, desarrollados a partir del Marco Multidimensional de creencias Shommer- Aikins, M (2008)- apoyado en la Teoría Fundamentada Strauss y de Corbin (2016).: 1. conocer la postura de cada docente frente a las afirmaciones dadas en un instrumento diseñado para detectar las creencias epistemológicas acerca del cálculo diferencial 2. ampliar este conocimiento con la ayuda de 2 entrevistas semiestructuradas a los docentes implicados 3. observar las clases impartidas por estos educadores para posteriormente y luego de la sistematización de la información proceder a la triangulación de esta.

La teoría de Schommer- Aikins (1990) expresa que las creencias epistemológicas se identifican como un constructo multidimensional conformado por un sistema de creencias que posee el individuo acerca de la naturaleza del conocimiento y el aprendizaje, las cuales son relativamente independientes entre sí. Es un sistema porque hay más de una creencia, se puede considerar más de una dimensión de estas y es más o menos independiente porque una persona puede tener al mismo tiempo unas creencias a un nivel sofisticado y otras a un nivel muy simple, poseen un desarrollo asincrónico.

De acuerdo con (García, 2020) durante la última década el estudio acerca de las propiedades de las ciencias exactas (donde por supuesto se enmarcan las Matemáticas) que se tratan en los salones de clase universitarios ha tomado un papel importante como actor de la capacitación disciplinar necesaria para los futuros profesionales, enmarcada en sus respectivos diseños curriculares. De tal forma que además de solicitar a los profesores que su enseñanza se haga de manera consistente con las visiones actuales, se exhorta a estos para que conscientemente formen a sus estudiantes en temas específicos relacionados a los dominios del conocimiento científico por medio de una mirada crítica y en contexto.

A partir de las entrevistas semiestructuradas fue posible inferir que los docentes manifiestan una postura constructivista sobre la enseñanza del cálculo, enfatizando en los conceptos y enfocando la enseñanza hacia la aplicación matemáticas (principalmente relacionadas con la física). Las creencias que tiene el profesor sobre las matemáticas están directamente relacionadas con el cómo enseñan matemáticas y qué matemáticas se enseñan. Por ejemplo, los profesores que creen que las matemáticas son una colección aleatoria de hechos y procedimientos es más probable que enfaticen en la memorización de hechos y la práctica de procedimientos. Por el contrario, los profesores que ven las matemáticas como un conjunto de conceptos que se pueden usar para resolver problemas tienen más probabilidades de dar a los estudiantes oportunidades para hacer conexiones y correcciones en el proceso de aprendizaje.

Bibliografía

García, M. (2020). Ciencia, enseñanza y aprendizaje. Las concepciones de los docentes universitarios. https://bit.ly/eudem_librosdigitales Mar del Plata, Argentina: Eudem. ISBN 978-987-4440-83-9.

Schommer-Aikins, M. (2008). Applying the theory of an epistemological belief system to the investigation of students' and professors' mathematical beliefs. In Knowing, Knowledge and Beliefs. Dordrecht.: Springer.

Strauss, A., & Corbin, J. (2016). Bases de la investigación cualitativa: técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada. Universidad de Antioquia.

Arango, G. C., Ocampo, J. W. M., & Sánchez, Ó. F. (2021). Semantic Networks Approach to Teachers' Epistemological Beliefs about Differential Calculus. Scientia et Technica, 26(4), 507-517.

Hernández Sampieri, R, Fernández, C & Baptista, P. (2010). Metodología de la Investigación. (Quinta Edición). México D.F, México: McGraw-Hill.

Flick, U. (2015). El diseño de Investigación Cualitativa. Madrid, España: Ediciones Morata.

Abarca, A., Alpízar, F., Sibaja, G. y Rojas, C. (2013). Técnicas cualitativas de investigación. San José, Costa Rica: UCR.

López, V. L. U. (2021). Epistemological beliefs in relation to the Content, teaching and learning of mathematics teachers: Creencias epistemológicas en relación al contenido, enseñanza y aprendizaje de profesores de matemáticas. Scientia Et Technica, 26(1), 57-63.

LAS NARRACIONES COMO PROCESOS DE REFLEXIÓN SOBRE LA IDENTIDAD PROFESIONAL EN PRÁCTICA PEDAGOGICA

María Teresa Castellanos, Paola Olaya, Ana María Pirachican
mcastellanos@unillanos.edu.co, angie.olaya@unillanos.edu.co, ana.pirachican@unillanos.edu.co
Universidad de los Llanos, Colombia

Resumen

Se exponen los principales hallazgos entorno a la identidad profesional de Futuros Profesores de Matemáticas (FPM) que participan de una experiencia reflexiva al interior de una comunidad de practica desarrollada durante el año 2022 en diferente Instituciones Educativas de Villavicencio.

La problemática tiene origen al inicio del último curso de la licenciatura, el cual es dedicado a la Práctica Profesional Docente (PPD); en este momento los practicantes buscan relacionarse mejor con el conocimiento profesional, dándole sentido a este en su práctica

docente. Sin embargo, la mayoría de FPM entran en crisis al reconocerse como profesor de matemáticas, lo cual involucra diversas la acciones de planificar, evaluar recursos, diseñar y seleccionar tareas para la enseñanza; en tanto que otros se frustran al enfrentar la cotidianidad y complejidad del aula de clase. develando una identidad profesional incipiente, dado que los practicantes están cerrando su formación teórica e iniciando una etapa en su desarrollo profesional (Castellanos et al., 2018).

La revisión de literatura sobre la identidad profesional da cuenta de la percepción social, la desvaloración en diversos aspectos de la labor del docente, develando las tensiones y crisis de docentes frente a tareas que van más allá de lo que tradicionalmente se ha comprendido. En este sentido, se conjetura que la celeridad de los cambios sociales y culturales contrasta a su vez, con el proceso lento de la construcción y reconstrucción de identidad de los profesores, que comienza con la formación inicial y que continúa a lo largo de la carrera profesional (Ávalos y Sotomayor, 2012). Asimismo, el cambio constante contribuye a producir rupturas y conflicto de la identidad del FPM, limitando la reconstrucción de la identidad que es normal en el curso de la carrera docente. Por cuanto surge el cuestionamiento entorno a ¿Cuáles son los acontecimientos, que marcan la trayectoria formativa y la construcción identitaria de futuros profesores?

El estudio encuentra su justificación en la posibilidad para replantear y realizar un acompañamiento a través de los procesos reflexivos en la formación inicial de profesores, lo cual implica el escenario curricular, la visión disciplinar y el quehacer formativo de forma más atingente a las necesidades, expectativas y vivencias de estos futuros profesores.

Para abordar la problemática se acude a la perspectiva formativa del enfoque realista durante la PPD, que promueve la reflexión para lograr el desarrollo de la propia identidad del profesor en formación (Melief, et al., 2010). Se analizan narraciones de FPM, que participan en una estrategia formativa realista que permite a practicantes travesar por un ciclo de reflexión durante la PPD.

Se trata de un estudio cualitativo descriptivo interpretativo (Vasilachis, 2006) con aportes desde el enfoque fenomenológico-hermenéutico, con interés en la experiencia de las personas (Van Manen, 2003); en este proyecto, la experiencia formativa aporta a la configuración de la identidad profesional docente de FPM, dado que son sus propias narrativas y subjetividades en un contexto.

Los resultados permiten reconocer categorías asociadas a la identidad en FPM, develando dos categorías que atienden al encuentro de saberes entre el conocimiento práctico y los saberes matemáticos propios de los contextos de los escolares.

Las categorías emergen en las narrativas del FPM a partir de las vivencias (presente-pasado-futuro) y en la trayectoria reflexiva dichas narrativas se constituyen en el aquí y en el ahora, exhibiendo los motivos que explican por qué el sujeto (alguien) hace o ha hecho algo. En tono con Ricoeur (2002), estos hechos- acciones tienen también agentes, que hacen cosas y las consideran como obra suya, entonces estos agentes son responsables de sus acciones; se concluye que son las narrativas las que posibilitan un reconocimiento de estas experiencias personales y con otros, que son significativas del ser licenciado en Matemáticas.

Las narraciones desatacan la importancia y el reconocimiento de los saberes matemáticos en la formación de profesores de matemáticas; en tanto que la reflexión de los practicantes fomenta su identidad y generar nuevas formas de comprender la realidad. Al igual que en otros estudios que atienden las narrativas en la reconstrucción de la identidad profesional (Bolívar, 2006) se concluye que la mayoría de los FPM se identifican como profesores con dominio de las matemáticas (procedimental y conceptual) y con habilidades para transformar la enseñanza.

Se concluye que el proceso seguido para análisis fue acertado. Dicho proceso se inició con la transcripción de las tramas narrativas, posteriormente, se continua la revisión y consolidación, a través de un ejercicio analítico, que identifica las cláusulas (citas) en las narrativas, para en posterior continuar con la categorización (contenidos) en dichas cláusulas y establecer los acontecimientos (Delgado-García & Cruz, 2021).

Al igual que en otras investigaciones esta investigación también ha resultado pertinente la identificación de atributos del sujeto, la fusión de horizontes (reflexiones) y la prospectiva que terminan en modo subjuntivo Ricoeur (2002), se concluye que el ciclo hermenéutico se consolida a través de los tres momentos de mimesis, en los cuales los FPM realizan explicación-comprensión y posteriormente, llevados al grupo para interpretar su proceso, implican ida y vuelta en la relación teoría y práctica; y por ende, los FPM organizan y responden a enunciados de sus narrativas, identificando atributos con los cuales se reconocen como profesores de matemáticas.

Bibliografía

Ávalos, B., Sotomayor, C. (2012). Cómo ven su identidad los chilenos. *Perspectiva Educacional*, 51, 1,77-95.

Bolívar, A. (2006). *La identidad profesional del docente de secundaria: crisis y reconstrucción.* Madrid, España: Ediciones Algibe

Castellanos, M. T; Flores, P; Moreno, A. (2018) The reflection on practicum: A teaching experiment with Colombian students. *Revista Profesorado*, 22 (1), 413-439.

Melief, K., Tigchelaar, A., Korthagen, F. y Van Rijswijk, M. (2010). Aprender de la práctica. En O. Esteve, K. Melief y A. Alsina (Eds.), *Creando mi profesión: una propuesta para el desarrollo del profesorado* (pp. 39-64). Barcelona: Editorial Octaedro.

Ricoeur, P. (2002). *Del texto a la acción. Ensayos de hermenéutica II*. México: Fondo de Cultura Económica

Vasilachis, I. (2006). Estrategias de investigación cualitativa. Editorial Gedisa, S.A.

Van Manen, M. (2003). Investigación educativa y experiencia vivida. IDEA Books

Delgado-García, M., & Cruz, M. D. (2021). Construcción de la identidad profesional del futuro docente de Secundaria. *Profesorado, Revista de Currículum y Formación del Profesorado, 25*(1), 109-130.

SOBRE LOS MODOS DE PENSAMIENTO VECTORIAL

Galindo Rivera Oscar Andrés
ogalindo@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño, Colombia

Resumen

El Cálculo Vectorial es una rama de las matemáticas que estudia las funciones en varias variables y funciones vectoriales en dos o más dimensiones. Tales funciones aparecen en el dominio de muchas ciencias aplicadas, pues es bien sabido que algunos fenómenos de naturaleza específica de tales ciencias dependen de más de una variable, y las herramientas del cálculo en una variable no son suficientes para realizar el estudio completo del fenómeno que se analiza.

El propósito de la presente charla es la de mostrar a grandes rasgos lo fundamentado en la tesis doctoral del autor principal sobre los avances en la caracterización del Pensamiento Vectorial a través de la resolución de problemas.

En la investigación se elaboró una metodología sustentada en un modelo didáctico, Hernández et al. (2014), donde se imbrique la visualización, la manipulación geométrica, la heurística y el uso de las tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC) como herramientas didácticas, para la resolución de problemas retadores; dirigido a fortalecer el proceso de enseñanza - aprendizaje de la construcción robusta de los conceptos propios del curso de Cálculo Multivariado y Álgebra Lineal en los estudiantes de Ingeniería de la Universidad Antonio Nariño.

En las actividades realizadas para tal fin se propuso un conjunto de problemas retadores y no rutinarios, donde salen a la luz cinco modos de pensamiento que caracterizan el Pensamiento

Vectorial involucrado en los estudiantes y que se encuentran plasmados en la rúbrica para la caracterización del mismo que hace parte de los resultados de la investigación.

Se obtuvieron una serie de resultados propios del trabajo desarrollado en el aula y que denota un avance en la caracterización del Pensamiento Vectorial. Además, se muestra una generalización del enfoque basado en la teoría DNR propuesta por Harel (2021), donde se discuten sus llamados atajos inhibidores y catalizadores en relación a algunos conceptos propios de la asignatura.

Bibliografía

Galindo, O. (2022). *Avances en la caracterización del pensamiento vectorial a través de la resolución de problemas*. (Tesis doctoral). Universidad Antonio Nariño, Bogotá, Colombia.

Harel, G. (2021). *The learning and teaching of multivariable calculus: A DNR perspective*, ZDM—Mathematics Education, Springer.

Hernández, Sampieri, R., Fernández C. y Baptista L, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. Sexta Edición. México: McGrawHill / Interamericana Editores S.A. de C.V.

ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DEL CÁLCULO BASADO EN UN MODELO HOLÍSTICO PARA EL MEJORAMIENTO DEL RENDIMIENTO ACADÉMICO DE ESTUDIANTES DE INGENIERÍA

M.Sc. Leonardo Damián Sandoval, M.Sc. Juan Carlos Damián Sandoval, Dra. Fiorela Anaí Fernández Otoya

ldamiansandoval@unj.edu.pe, juan_damian@unj.edu.pe, ffernandez@usat.edu.pe

Universidad Nacional de Jaén, Perú Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo, Perú

Resumen

El rendimiento académico de los estudiantes universitarios es un indicador de calidad de la enseñanza (Lamana-Selva y De la Peña, 2018), la cual debe contar con docentes creativos y competentes que faciliten a sus estudiantes recursos y estrategias esenciales para la adquisición

de saberes plasmados en los planes de estudio (Chávez, 2018) que orienten y optimicen el trabajo autónomo del estudiante (Grimaldo y Manzanares-Medina, 2022). No obstante, elegirlas no es una tarea fácil dado que en los últimos años se han criticado a aquéllas que fomentan un aprendizaje desmotivado, repetitivo y despersonalizado.

A nivel mundial, el 37% de estudiantes universitarios presenta dificultades en su rendimiento académico en matemática (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura [UNESCO], 2022). Además, menos del 50% de estudiantes de los países en vías de desarrollo llega al grado mínimo internacional en matemática (Banco Mundial, 2018). Asimismo, a nivel internacional, el Perú se situó en el lugar 128 con relación a la calidad educativa y en el puesto 135 en matemática (Sistema Nacional de Evaluación, Acreditación y Certificación de la Calidad Educativa, 2013). Estos desalentadores resultados develan un contundente retraso educativo en comparación a otros países.

Asimismo, la Superintendencia Nacional de Educación Superior Universitaria (SUNEDU) señaló que el rendimiento académico de los universitarios peruanos es un problema de bajas calificaciones sin solución, pues, universidades públicas y privadas brindan una formación preprofesional de baja calidad, solo algunos estudiantes logran los estándares de calidad en contenidos, conocimientos y habilidades técnicas y profesionales (SUNEDU, 2020).

En la región Cajamarca, provincia de Jaén, existe una universidad que brinda una predominante enseñanza tradicional, con clases magistrales; en el que los estudiantes no se concentran durante la clase, no recuerdan la explicación de los temas desarrollados, tienen un bajo rendimiento académico. Concretamente, la asignatura de cálculo se evidencia una creciente preocupación en ingenierías ya que tiene el mayor índice de reprobados y deserción en los primeros años porque se enseña con el modelo tradicional, hay insuficiente orientación didáctica metodológica en la creación de situaciones de enseñanza y aprendizaje para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje del cálculo; insuficientes referentes teóricos y prácticos para perfeccionar la capacidad de análisis y síntesis, organizar y planificar y la resolución de problemas con los estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo, poseen tiempo limitado para aplicar la teoría a casos de estudio, carecen de conocimiento sobre el tema a tratar, así como de las terminologías técnica de la asignatura, desorientando y conllevando a que los estudiantes presenten bajo rendimiento académico y desarrolle sus competencias de manera limitada, competencias necesarias para el óptimo desenvolvimiento en los posteriores cursos y en la práctica profesional. De acuerdo con la literatura, las causas de un bajo rendimiento son variadas, pero la más resaltante es producida por la metodología, recurso y materiales aplicados por los docentes provocando que el desenvolvimiento académico de los estudiantes se vea afectado negativamente (Cambo, 2023).

Esto, porque diversas universidades persisten en enseñar de manera tradicional, bajo un escenario donde se imparten los contenidos con insuficientes estrategias metodológicas (Chafloque et al., 2018), por lo que, se precisa de un modelo centrado en desarrollar competencias para el éxito académico y vida del estudiante, que fomente la participación y el aprendizaje autónomo, que atienda a los ritmos de aprendizajes. Siendo el modelo holístico propicio para ello, ya que permite desarrollar aprendizajes flexibles y habilidades, competencias y oportunidades de aprendizaje de calidad que mejoren su rendimiento académico y duren para toda la vida (UNESCO, 2022).

Entonces, ante la problemática hasta ahora descrita, la interrogante a resolver es: ¿De qué manera la estrategia de enseñanza -aprendizaje del cálculo basada en un modelo holístico contribuye a mejorar el rendimiento académico en la asignatura de cálculo diferencial e integral de los estudiantes del II ciclo de Ingeniería de la Universidad Nacional de Jaén, 2021? Además, el objetivo general fue proponer una estrategia de enseñanza - aprendizaje del cálculo basada en un modelo holístico que contribuya a mejorar el rendimiento académico en la asignatura de cálculo diferencial e integral de los estudiantes del II ciclo de Ingeniería de la Universidad Nacional de Jaén, 2021. Además, se propusieron como objetivos específicos: Diagnosticar el nivel del rendimiento académico de los estudiantes; analizar los fundamentos teóricos que sustentan el estudio; diseñar una estrategia de enseñanza aprendizaje basada en un modelo holístico y validar la propuesta.

Bibliografía

Banco Mundial. (2018). *Presentan nuevo conjunto de datos mundiales más amplio sobre calidad de la educación*. Consultado, el 02 de marzo de 2022. https://mitutorfopca.wordpress.com/2013/05/17/la-educacion-superior-en-el-peru-retos-para-el-aseguramiento-de-la-calidad/

Cambo, J. (2023). The playful method as a determining strategy for learning equations and inequalities. *Revista Científica UISRAEL, 10*(1), 115–129. https://doi.org/10.35290/rcui.v10n1.2023.692

Chafloque, R., Vara, A., López, D., Santi, I., Díaz, A., & Asencios, Z. (2018). Ausentismo, presentismo y rendimiento académico en estudiantes de universidades peruanas. *Propósitos y Representaciones, 6*(1), 109-133. http://dx.doi.org/10.20511/pyr2018.v6n1.177

Chávez, L. E. (2018). Estrategias de aprendizaje y rendimiento académico en la asignatura Análisis Matemático II. *Educación*, *27*(53), 1-17. http://dx.doi.org/10.18800/educacion.201802.002

Grimaldo, M., & Manzanares-Medina, E. (2022). Predictors of Academic Performance among Entering Freshmen at a Private University in Lima. *Revista Electrónica Educare, 27*(1), 1-14. https://doi.org/10.15359/ree.27-1.14283

Lamana-Selva, M. T., & De la Peña, C. (2018). Rendimiento académico en matemáticas. *Revista Mexicana de Investigación Educativa, 23*(79), 1075-1092. https://www.scielo.org.mx/pdf/rmie/v23n79/1405-6666-rmie-23-79-1075.pdf

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. (2022). *Educación Superior*. Consultado, el 02 de marzo de 2022. https://www.unesco.org/es/education/higher-education

Sistema Nacional de Evaluación, Acreditación y Certificación de la Calidad Educativa. (2013). *Resolución de Presidencia N.º 073-2013-SINEACE-P*. SINEACE. https://cdn.www.gob.pe/uploads/document/file/1085320/Resolucion-N_-073-2013-SINEACE-P-120200730-107894-1p60ia7.pdf?v=1596123789

Superintendencia Nacional de Educación Superior Universitaria. (2020). *¿Qué hacemos?* Superintendencia Nacional de Educación Superior Universitaria.

https://www.gob.pe/4504-superintendencia-nacional-de-educacion-superior-universitaria-que-hacemos_PER.pdf.

INTEGRANDO REGISTROS DE LA PRÁCTICA Y DEBATES VIRTUALES EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICA

Oscar Guerrero Contreras
oguerreroc@gmail.com
Universidad Arturo Prat, Chile

Resumen

Las investigaciones relacionadas con la formación de profesores (tanto inicial como permanente) ha revelado desde diferentes perspectivas lo complejo del proceso de aprender a enseñar debido a las múltiples situaciones de aula impredecibles y a veces no manejables. Esto amerita que en los programas de formación docente se diseñen ambientes de aprendizaje en los que los estudiantes para profesor resuelvan problemas profesionales parecidos a los que suceden o van a vivir una vez egresados. En este sentido Malara (2008) habla del rol multifacético y complejo del profesor, y alude a tres aspectos relacionados con el papel del profesor: 1) la planificación de secuencias de enseñanza capaces de promover la construcción conceptual de los estudiantes, 2) la creación de un ambiente favorable para la exploración matemática de los estudiantes y la formulación de conjeturas, y 3) finalmente la selección de estrategias comunicativas que apoyan el compartir las ideas e interacción de los estudiantes. Por otro lado, algunos autores (Carrillo, Climent, Contreras y Montes, 2020) plantean como las concepciones que tienen los estudiantes para profesor de matemática y los docentes en servicio influyen en su práctica docente y profesional. De allí que sea necesario problematizar las ideas y concepciones que tienen los docentes sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje producto de su experiencia como estudiante de educación primaria, media o universitaria. Por ello, los

programas de formación deben promover la reflexión, el conocimiento, la movilización y explicitación de ideas que se pueden convertir en obstáculos con el propósito de cuestionar y modificar su “modelo de profesor” que ha venido experimentando como alumno y lograr un aprendizaje más crítico y reflexivo, potenciador y generador de nuevos significados relacionados con el aprender a enseñar matemática. En este sentido el diseño de entornos de aprendizaje en los que se incorporen registros de la práctica puede contribuir a la movilización de esas concepciones que tiene los estudiantes para profesor al diseñar tareas que ayuden con ese propósito, y tener una mirada profesional de la enseñanza de la matemática. En estos entornos de aprendizaje virtual, los cuales son espacios de interacción y negociación de significados, deben estar presentes algunas características como la solución de tareas profesionales en las que tengan que aprender a mirar situaciones o eventos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, con la posibilidad de movilizar mediante la reflexión conjunta e individual, las concepciones que tienen sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje y poder estructurar su mirada de dichos eventos de una manera profesional. La presente investigación estudia de qué manera la integración de registros de la práctica (videos) a través de ambientes que favorezcan la interacción durante el análisis de esos registros de la práctica apoya la construcción de conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas. Esta investigación está enmarcada dentro de la investigación cualitativa, en particular el modelo Design-Based Research (Bernabeu, Moreno, Llinares, 2017). Se utilizó el análisis de contenido y la inducción analítica propia de la Teoría Fundamentada (Strauss y Corbin, 2002). Se diseño un entorno virtual de aprendizaje llamado Las fracciones, su enseñanza y aprendizaje.

Participaron 30 estudiantes para profesor de la carrera de Educación Básica (28 mujeres y 2 hombres) matriculados en una unidad curricular llamada Disciplinar de matemática de la

Universidad Arturo Prat. Los datos de la investigación son las participaciones hechas por los estudiantes al responder las preguntas que estaban en el debate virtual.

Para el análisis de las participaciones se clasificaron los 160 mensajes alojados en la plataforma del Aula Virtual, considerando aspectos cuantitativos (número de aportaciones y distribución temporal de las mismas) y cualitativos como describir, interpretar y toma de decisiones. En este primer avance consideramos dentro de las mismas aquellos aspectos en los cuales se focalizo la atención como el profesor y su actividad, el alumno y su actividad y el contenido matemático implicado en la respuesta del alumno. Los resultados indican que las participaciones a los debates en forma de concuerda, concuerda y amplia, discrepa o discrepa o amplia favorecieron el proceso de instrumentalización de las herramientas conceptuales provenientes de la didáctica de la matemática. Estos resultados subrayan como el uso de los Videos como recurso de aprendizaje favorece la construcción del conocimiento en los procesos de negociación de significados por parte de los estudiantes para profesor de matemática.

Bibliografía

Bakker, A., Cai, J. y Zenger, L. (2021). Future themes of mathematics education research: an international survey before and during the pandemic. Educational Studies in Mathematics. Recuperado de: https://doi.org/10.1007/s10649-021-10049-w

Bernabeu, M., Moreno, M., Llinares, S., 2017, "Design-Based research" en el diseño de entornos de aprendizaje en la formación inicial de maestros. En R. Roig-Vila (Ed.), Redes colaborativas en torno a la docencia universitaria (pp. 23–36). Alicante: Universitat d´Alacant.

Carrillo, J., Nuria Climent N., Contreras, L. Y Montes, M. (2020). Using Professional Development Contexts To Structure Prospective Teacher Education. En S. Llinares y O. Chapman (Eds.), International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 2 (pp. 393-419). Leiden: Brill Sense.

Castro, W. Pino-Fan, L. Lugo-Armenta, J., Toro, J. y Retamal, S. (2020). Mathematics Education research agenda in Latin America motivated by coronavirus pandemic. EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 16(12), 1-14.

Fernández, C. y Choy, B. (2020). Theoretical lenses to develop Mathematics teacher noticing. En S. Llinares y O. Chapman (Eds.), International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 2 (pp. 337-360). Leiden: Brill Sense.

Jacobs, V. R., Lamb, L. C., & Philipp, R., 2010, Professional noticing of children's mathematical thinking. Journal for Research in Mathematics Education, 41(2), 169–202.
Malara, N. (2008). Methods and tools to promote a socioconstructive approach to mathematics teaching in teachers. En B. Czarnocha (Ed.). Handbook of Mathematics Teaching Research: Teaching Experiment - A Tool for Teacher-ResearcherS (pp. 89-106). Poland: KSERKOP.
Strauss, A. y Corbin, J. (2002). Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada. Colombia: Editorial Universidad de Antioquia.
Van Lancker, W., Parolin, Z. (2020). Covid-19, school closures, and child poverty: a social crisis in the making. Lancet Public Health, 5 (5), e243-e244.
Van Es, E. y Sherin, M. (2010). The influence of video clubs on teachers´thinking and practice. Journal of Mathematics Teacher Education, 13 (2), 155–176.

FORMACIÓN INICIAL DE MAESTROS DE MATEMÁTICAS USANDO LA METODOLOGIA DEL ESTUDIO DE CLASE

Hilbert Blanco-Álvarez
hilbla@udenar.edu.co
Universidad de Nariño, Colombia

Resumen

Desde el año 2008, en el Programa de Licenciatura en Matemáticas del Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad de Nariño, se integró la metodología del *Estudio de Clase* al currículo. Encontramos en esta metodología una oportunidad para la formación inicial de maestros de matemáticas (Marmolejo et al., 2009). El *Estudio de clase* se viene utilizando, cada vez con más frecuencia, en los procesos de formación inicial de maestros (Hart et al., 2011) puesto que permite la valoración de las clases y el mejoramiento de los procesos de enseñanza. Así mismo, el Estudio de clase se ha usado en otras investigaciones para promover procesos reflexivos en formación inicial y continua de maestros (Blanco-Álvarez & Castellanos, 2017).

La metodología *Estudio de clase* busca por parte de los maestros una cualificación permanente, un trabajo reflexivo y crítico sobre su práctica. El estudio de clase permite abrir el aula de clase a la mirada crítica de los colegas, lo que permite un enriquecimiento mutuo con las

experiencias y especialidades de cada uno. Esta metodología debe mirarse siempre como un proceso de mejoramiento y no de evaluación descalificadora. Esta metodología contempla cuatro etapas, en un proceso cíclico, que garantiza la mejora permanente de la calidad de las actividades y de las clases. La primera esta es la planeación en grupo de las actividades, la segunda es la implementación de la actividad y observación de la clase, la tercera etapa es la auto-evaluación y la co-evaluación y la cuarta y última etapa es el rediseño de las actividades.

En el semestre B del año 2022 realizamos una investigación exploratoria para conocer las percepciones de los estudiantes de tercer semestre de la asignatura Laboratorio de didáctica de las matemáticas del programa de Licenciatura en Matemáticas. Dicha asignatura contemplaba el estudio de materiales manipulativos y tecnológicos en el aula de matemáticas. Al finalizar el curso, los estudiantes debían usar el *estudio de clase* para diseñar una clase usando materiales manipulativos y desarrollarla en con sus compañeros. La pregunta de investigación planteada fue ¿*Cuál es la precepción que tienen los estudiantes de tercer semestre del programa de Licenciatura en matemáticas al usar el estudio de clase para el diseño y gestión de una clase de matemáticas*?

Se hizo uso de una metodología cualitativa y exploratoria, el diseño metodológico responde a un estudio de casos (Stake, 1999). El caso de estudio fue un grupo de 37 estudiantes en formación inicial del programa de Licenciatura en Matemáticas, que cursaban tercer semestre. Los estudiantes debían diseñar una actividad en grupo donde usaran materiales manipulativos, luego, el grupo se seleccionó una de las actividades para ponerla en juego en clase, e grupo que la diseño fue el encargado de gestionarla con una parte de sus compañeros, los demás estudiantes jugaron el papel de observadores. Al finalizar la clase, se llevó a cabo la etapa de evaluación y coevaluación de la gestión de la clase. Los datos fueron recolectados mediante un cuestionario con tres preguntas abiertas: 1. De acuerdo a la experiencia vivida en clase ¿qué **ventajas o beneficios** encuentra usted de trabajar con la metodología de estudio de clase?; 2. De acuerdo a la experiencia vivida en clase ¿qué **desventajas** encuentra usted de trabajar con la metodología de estudio de clase?; y 3. En su formación inicial de profesor de matemáticas ¿qué le aportó estudiar la metodología del *estudio de clase*?.

Los resultados más llamativos a estas preguntas se presentan a continuación en la voz de algunos de los estudiantes:

Respuesta a la pregunta 1. De acuerdo a la experiencia vivida en clase ¿qué ventajas o beneficios encuentra usted de trabajar con la metodología de estudio de clase?

"Es una metodología que le permite a los docentes evaluar la eficiencia de sus planeaciones de aula y la ejecución de este plan donde se contempla sus habilidades de enseñanza, el manejo del tiempo y el espacio de desarrollo" (Respuesta estudiante 1).

"Al trabajar con esta metodología encuentro como beneficio una buena organización de la clase, esta nos ayuda a ver como fue el desarrollo de la clase, que nos hace falta y que errores cometimos. Además, al charlar con otros compañeros nos dan ideas de cómo manejar el tema, que deberíamos mejorar y que deberíamos quitar" (Respuesta estudiante 2).

Respuestas a la pregunta 2. De acuerdo a la experiencia vivida en clase ¿qué desventajas encuentra usted de trabajar con la metodología de estudio de clase?;

"La mayor dificultad es la disponibilidad de los docentes, ya sea por el factor tiempo, o porque no están dispuestos a ser observados en su entorno de trabajo, o por falta de interés" (Respuesta estudiante 3).

"una desventaja que tiene esta metodología es que a la hora de ser observador no cumpla adecuadamente su función, no se centre en lo importante como es el contenido matemático y la actividad realizada en esa clase" (Respuesta estudiante 4).

Respuestas a la pregunta 3. En su formación inicial de profesor de matemáticas ¿qué le aportó estudiar la metodología del *estudio de clase*?

"Me ayudó bastante a ganar la confianza que un docente necesita para dictar en el aula de clase y llevar a cabo el desarrollo de esta" (Respuesta estudiante 5).

"Nos brindó herramientas para planear y estructurar una clase de manera organizada. También el estudio de la metodología de clase nos permite observar y mejor las clases impartidas o corregir el método de enseñanza para obtener mejores resultados en el aprendizaje de los estudiantes" (Respuesta estudiante 6).

Finalmente, concluimos que la precepción que tienen los estudiantes de tercer semestre del programa de licenciatura en matemáticas, al estudiar y poner en práctica la metodología del estudio de clase para diseñar y gestionar una clase de matemáticas es positiva, y nos anima a continuar implementándola en la formación inicial de profesores de matemáticas.

Bibliografía

Blanco-Álvarez, H., & Castellanos, M. T. (2017). La formación de maestros reflexivos sobre su propia práctica y el estudio de clase. In A. Vier Munhoz & I. M. Giongo (Eds.), *Observatório da educação III: práticas pedagógicas na educação básica* (pp. 7–18). Editora Criação Humana.

Hart, L. C., Alston, A., & Murata, A. (Eds.). (2011). *Lesson study Research and Practice in Mathematics Education: Learning together*. Springer.

Marmolejo, G.-A., Blanco-Álvarez, H., & Fernández, E. (2009). El estudio de clase y la formación de licenciados en matemáticas en la Universidad de Nariño. In J. A. Torres & L. I. Vergara (Eds.), *Estudio de clase: una experiencia en Colombia para el mejoramiento de las prácticas educativas* (pp. 93–104). Ministerio de Educación Nacional.

Stake, R. E. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Ediciones

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN ENTORNOS INFORMÁTICOS PARA VALORAR EL APRENDIZAJE DEL ANALISIS NUMERICO EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA

Luis Fernando Mariño, Rosa Virginia Hernández, Cesar Augusto Hernández Suarez
fernandoml@ufps.edu.co, rosavirginia@ufps.edu.co, cesaraugusto@ufps.edu.co.
Universidad Francisco de Paula Santander (Cúcuta, Colombia), Universidad Francisco de Paula Santander (Cúcuta, Colombia), Universidad Francisco de Paula Santander (Cúcuta, Colombia)

Resumen

La resolución de problemas es fundamental tanto en la formación como en el desempeño profesional del ingeniero. Una de las ramas de las matemáticas que más aporta en la solución de problemas de ciencias e ingeniería es el análisis numérico. Esta rama de la matemática se fundamenta en métodos y técnicas de aproximación numérica para resolver problemas, en contraste con los métodos analíticos que proporcionan otras ramas como las ecuaciones diferenciales, el cálculo diferencial e integral y el algebra lineal entre otras.

Estos métodos y técnicas de aproximación numérica se caracterizan por varios elementos: a) se requiere construir el modelo o expresión matemática que represente el problema, b) un punto o puntos de partida a partir del cual se inician los cálculos aritméticos, c) fijar control acerca de los errores de redondeo o truncamiento, y d) la mayoría de estos métodos son algoritmizables y programables. Por tanto, es indispensable usar herramientas computacionales como Matlab, Maple, Mathematicas, incluso Excel o lenguajes de programación para realizar los cálculos aritméticos.

Matemáticos e investigadores clásicos como Polya (1981, 1945), Mason et al. (2010), Schoenfeld (2016, 1987) y Mayer (2010) entre otros, han caracterizado la resolución de problemas de diversas maneras con el propósito de ayudar a los estudiantes a resolver problemas. Desde una mirada subjetiva, uno de los ideales de la enseñanza de la matemática debe ser el de

orientar a los estudiantes para que sean ellos quienes construyan sus estrategias para resolver problemas, pero en la realidad parece ocurrir todo lo contrario.

En lo que respecta a las técnicas para valorar el conocimiento y desempeño del estudiante prima la forma tradicional. El estudiante debe presentar evaluaciones escritas a lápiz y papel de forma individual en un tiempo determinado, en la mayoría de los casos sin el uso de software que le permita realizar los cálculos aritméticos.

Ante este panorama el trabajo tuvo como propósito dar respuesta a la pregunta: ¿Cómo son las estrategias para resolver problemas por métodos directos y de aproximación numérica manifestadas por estudiantes de ingeniería de la universidad Francisco de Paula Santander, al evaluar su aprendizaje?

Método

El trabajo realizado tuvo un enfoque cualitativo de tipo descriptivo. Los participantes fueron 61 estudiantes que tomaron un curso de Análisis Numérico durante el primer semestre del año 2022 en los programas de Ingeniería Civil e Ingeniería de Sistemas de la Universidad Francisco de Paula Santander en la ciudad de Cúcuta.

Como técnica para recolectar la información se diseñó un cuestionario con el propósito de valorar el conocimiento y desempeño de los estudiantes cuando resolvieron problemas que involucraban reactores químicos, estructuras, sistemas masa resorte y circuitos eléctricos. Los problemas debían resolverse utilizando Excel y los métodos directos de eliminación Gaussiana, matriz inversa, factorización A=LU y las técnicas de aproximación numérica de Gauss- Seidel y Jacobi.

El cuestionario se entregó a los estudiantes con 15 días de anticipación a la fecha fijada por el programa para la segunda evaluación parcial. El trabajo podía realizarse individualmente o en grupos de a lo más tres estudiantes. Transcurridos ocho días cada grupo debía entregar un informe parcial escrito siguiendo una estructura con normas IEEE utilizando un procesador de texto. El documento final escrito tenía una valoración en relación con el ciento por ciento de la nota total. Por ejemplo, si lo realizaban en grupos de tres estudiantes el informe escrito tenía un valor del 40% y la sustentación oral del 60%.

El cuestionario tenía dos tareas específicas e interesantes. Primera, antes de empezar a resolver cada problema los estudiantes debían identificar, consultar y citar todos los conceptos involucrados en los problemas. Segunda, a partir de uno o varios problemas resueltos en el libro Métodos Numéricos para Ingenieros (Chapra y Canale, 2015) los estudiantes debían crear una serie de pasos o acciones para resolver cada tipo de problema y luego utilizar estos pasos para resolver otros problemas propuestos en el mismo texto.

Resultados y conclusiones

El análisis de contenido posibilitó interpretar, dar sentido y describir las manifestaciones escritas y verbales de los participantes. Como resultado del trabajo de los estudiantes se caracterizó la resolución de problemas como un proceso de entender, analizar gráficos, representar matemáticamente el problema mediante un sistema de ecuaciones lineales, elegir métodos y técnicas de aproximación numérica para resolver el problema, establecer márgenes de error o tolerancia, hacer matemáticas con Excel, revisar y comparar soluciones, además de utilizar el formato creado en Excel para resolver un tipo especifico de problemas. Se destaca también la falta de compromiso y hábitos para el trabajo en equipo. Finalmente, la mayoría de los participantes consideraron que es una forma diferente para el evaluar el aprendizaje de la matemática pero que les cuesta trabajo porque no están acostumbrados a este tipo de evaluación abierta, a largo plazo y con toda la información de diferentes fuentes a su disposición.

Bibliografía

Chapra, S., & Canale, D. (2015). *Métodos numéricos para ingenieros.* Bogotá: Limusa.

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking Mathematically* (2 ed.). Harlow, UK: Pearson Education Limited.

Mayer, R. (2010). Problem Solving and Reasoning. *International Encyclopedia of Education*, 273-278. https://doi.org/10.1016/B978-0-08-044894-7.00487-5

Morgan, C. T. (2010). *Psikolojiye Giriş.* Eğitim Yayınevi.

Polya, G. (1945). *How To Solve It.* Princeton: Princeton University Press.

Polya, G. (1981). *Mathematical Discovery.* New York: Wiley.

Schoenfeld, A. (1987). *Cognitive Science and Mathematics Education* (1 st ed.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203062685

Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics (Reprint). *Journal of Education*, *196*(2), 1- 38. https://doi.org/10.1177/002205741619600202.

EVOLUCIÓN CURRICULAR DEL CURSO DE MÉTODOS NUMÉRICOS A PARTIR DE LA PROPUESTA METODOLÓGICA ETEM: EXPERIENCIAS TEÓRICO-EXPERIMENTALES DE MODELADO UN PUENTE EPISTÉMICO ENTRE LO CONCRETO Y LO ABSTRACTO, HACIA LA CONSTRUCCIÓN DE PENSAMIENTO CIENTÍFICO CRÍTICO.

Solón E. Losada Herrera., Alexander Agudelo Cárdenas, Luis Enrique Rojas Cárdenas
solon.losada@unumilitar.edu.co, *alexander.agudelo@unimilitar.edu.co*,
luis.cardenas@unimilitar.edu.coUniversidad Militar "Nueva Granada, Colombia

Resumen

El ser humano por naturaleza modela todo el tiempo, aun si el individuo no es consciente de este hecho. Cuando hablamos, cuando escribimos construimos modelos de lo que pensamos. La imagen de mundo que nos rodea en función de lo que percibimos, (propiedades organolépticas) es definitivamente más simple que el mundo real. Si nos concentramos en la imagen de mundo de una persona sorda, su forma de hacer inteligible la realidad será significativamente distinta al de una persona con todos sus sentidos, sin embargó ambas miradas representan una versión simplificada de la misma (realidad), en palabras más sencillas un *modelo* no es una copia burda de la realidad, más bien es una interpretación de esta.

El significado de modelo ha sido problematizado, entre otros, por científicos, lingüistas, educadores y filósofos de la ciencia. Sin embargo, muchos convergen que un *modelo* es una representación de una idea, un evento, un objeto; construido y definido con un fin específico. Sin los modelos, el desarrollo de pensamiento científico seria inimaginable, pues son ellos quienes permiten simplificar fenómenos complejos al dar cuenta de "**entidades abstractas"**. Nos apoyan en la interpretación de relaciones de causalidad al realizar un experimento, permiten la toma de decisiones según el contexto de estudio entre muchas otras. Es claro que el éxito de un modelo se centra en la existencia de un equilibrio entre el realismo y la simplicidad de la situación en estudio. Como cada modelo es una construcción humana que responde a un fin específico, tiene por tanto una validez definida dentro de un campo de conocimiento y por tanto cuando modelamos no "descubrimos" una verdad absoluta, ya que ningún modelo es universalmente valido, en palabras sencillas un *modelo* es una representación de la realidad y no la realidad en sí misma.

Ahora bien, esas "entidades abstractas" constituyen el cuerpo de conocimiento de la Matemática y para nuestro caso particular, corresponde al campo de Métodos Numéricos. Este escrito, constituye un primer atisbo en esa búsqueda para construir metodológicamente, una propuesta alternativa denominada ETEM: Experiencia Teórico Experimental de Modelado, en el que se propicien espacios de diálogo y reflexión respecto al concepto de pensamiento científico y su papel transformador, hacia la conformación de una alfabetización científica-tecnológica, que este acorde a las necesidades y contingencias de una sociedad en constante evolución como la nuestra.

En términos sencillos una Experiencia Teórico Experimental de Modelado **ETEM**, busca generar puestes epistémicos entre lo concreto y lo abstracto, al hacer tangibles mediante prácticas “experimentales” las leyes fundamentales que gobiernan un fenómeno y correlacionar con los objetos matemáticos utilizados (ecuaciones algebraicas, ecuaciones diferenciales y/o métodos numéricos entre otros). En palabras sencillas, entendemos por modelamiento el acto de hacer inteligible un modelo que representa una porción de realidad finita, de esta lógica las ETEM se conforman como instrumentos metodológicos, para llegar a esta meta.

La postura metodológica, así como la teorización y su papel en la construcción de conocimiento científico, surge de los diferentes disensos y concesos del grupo de profesores del curso de Métodos numéricos de la Universidad Militar Nueva Granada (Bogotá – Colombia). Traducidos en la implementación con los estudiantes de la catedra en cuestión. La Metodología aplicada en esta investigación es de orden cuantitativa, considerando la postura muestral con grupo control y Experimental**.** En cuanto a los instrumentos de recolección de la data, se encuentran los informes en formato IEEE y las grabaciones de cada uno de los rituales académicos por grupo, junto con las pruebas de entrada y salida, aplicados a los los programas de Ingeniería Civil, Industrial, Multimedia y Ambiental de la UMNG en los periodos 2022-I y 2022-II.

A manera de reflexión se evidencia una evolución en el currículo de Métodos Numéricos al tratar de involucrar a los actores (Profesor – Alumno - Institución) en ese camino hacia la construcción de pensamiento científico, al evidenciar un cambio progresivo en la forma de concebir la matemática y su aplicabilidad en la realidad.

Bibliografía

Bowden, J. A., & Green, P. (2005). Doing developmental phenomenography. Doing Developmental Phenomenography, vi.

Díaz Eaton, C., Highlander, H. C., Dahlquist, K. D., Ledder, G., LaMar, M. D., & Schugart, R. C. (2019). A “rule-of-five” framework for models and modeling to unify mathematicians and biologists and improve student learning. PRIMUS, 29(8), 799-829.

García, R. (2006). Sistemas complejos: conceptos, métodos y fundamentación epistemológica de la investigación interdisciplinaria. Editorial Gedisa.

Gutiérrez, F., & Prieto, D. (1999). La mediación pedagógica. Apuntes para una educación a distancia alternativa, 6(4), 1-45.
Kauffman, S. A. (2000). Investigations. Oxford University Press.ado, C. y Gómez Cruz, N. (2011). El mundo de las ciencias de la complejidad. Bogotá: Universidad del Rosario.
Maldonado, C. E. (2019). Turbulencias y otras complejidades, tomo I.
Marton, F. (1986). Phenomenography—a research approach to investigating different understandings of reality. Journal of thought, 28-49.
Prieto, D., & Van de Pol, P. (2006). E-Learning, comunicación y educación: El diálogo continúa en el ciberespacio. San José, Costa Rica: Radio Nederland Training Centre
Wagensberg, J. (1985). Ideas sobre la complejidad del mundo. Barcelona, Tusquets.
Wagensberg, J. (2009). Yo, lo superfluo y el error: historias de vida o muerte sobre ciencia o literatura. Barcelona, Tusquets.
Wagensberg, J. (2017). Teoría de la creatividad: eclosión, gloria y miseria de las ideas. Barcelona: Tusquets.

TSG 5. MATEMÁTICAS Y SUS APLICACIONES

DESIGUALDADES DE TIPO OSTROWSKI PARA OPERADORES DE INTEGRACIÓN GENERALIZADOS

Martha Paola Cruz, Ricardo Abreu Blaya, Paul Bosch, José M. Rodriguez y José M. Sigarreta Almira
paolacruzify@gmail.com, rabreublaya@yahoo.es, pbosch@udd.cl,
jomaro@math.uc3m.es, josemariasigarretaalmira@hotmail.com
Universidad Autónoma de Guerrero, México; Universidad del Desarrollo, Chile;
Universidad Carlos III de Madrid, España

Resumen

Alexander Ostrowski fue un matemático ucraniano, especializado en la Teoría de Números. Una de sus aportaciones fue la desigualdad que lleva su nombre (Ostrowski, 1938), la cual establece una cota superior para la diferencia entre una función definida en un intervalo, y el valor promedio de dicha función en el mismo intervalo, la Desigualdad de Ostrowski está dada en el siguiente Teorema 1

Teorema 1
Sea f: [a,b] → R una función continua que es diferenciable en (a,b). Si $f' \in L^{\infty}[a.b]$, entonces

$$|f(x) - \frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt| \leq \frac{1}{b-a}[(\frac{b-a}{2})^2 + (x - \frac{a+b}{2})^2] \quad ||f'||_{\infty}.$$

Diferentes autores han estudiado variaciones de la desigualdad de Ostrowski, en particular, Dragomir y Wang (Dragomir y Wang, 1998) generalizan esta desigualdad al espacio $L_p[a,b]$, para p > 1 como lo enuncia el Teorema 2

Teorema 2
Sea f: [a,b] → R una función continua que es diferenciable en (a,b). Si p > 1, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$, y $f' \in L^p[a.b]$, entonces

$$|f(x) - \frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt| \leq [\frac{(x-a)^{q+1} + (b-x)^{q+1}}{(q+1)(b-a)^q}]^{1/q} ||f'||_p. \qquad (2)$$

En este trabajo se prueban dos versiones de la desigualdad (2) con funciones de peso, incluyendo el caso para p = 1, posteriormente se obtienen casos particulares a partir de estas desigualdades, que involucran operadores de integración fraccionaria generalizados.

La metodología que se llevó a cabo para llegar a los resultados principales fue, primeramente demostrar un teorema que da una cota superior, la cual no está en términos de la función de peso, pero para resolver esto se demostró un segundo teorema (Teorema 4) que nos da una versión de la desigualdad, de tal forma que la cota superior está en términos de la función de peso w(t).

Teorema 4

Sea f: [a,b] → R, una función absolutamente continua, y w:[a,b]→[0, ∞], una función integrable con $\int w(t)dt > 0$.

1) Si 1< p ≤ ∞ y $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$, entonces
2) $|f(x)-\frac{1}{\int w(t)dt}\int_a^b f(t)w(t)dt| \leq (\frac{1}{\int w(t)dt}\int_a^x \left(\int_a^t w(s)ds\right)^q dt + \int_x^b \left(\int_t^b w(s)ds\right)^q dt)^{1/q}||f'||_p$
3) Si p=1, entonces

$$|f(x)-\frac{1}{\int w(t)d}\int_a^b f(t)w(t)dt| \leq \frac{1}{\int w(t)dt} máx\{\int_a^x w(t)dt, \int_x^b w(t)dt\}||f'||_1$$

4) Para cada función de peso w, 1< p < ∞ y x ϵ [a,b], existe una función absolutamente continua f con f' ϵ $L^p[a,b]$ tal que la igualdad en la desigualdad se satisface.

Observemos que**,** si tomamos a la función w(t) de la forma, w(t) = 1/T(t, α) en el Teorema 4 con I = [a, b], podemos obtener desigualdades que involucran operadores de integración fraccionaria generalizados, de tipo conformables si $T(t,\alpha) = (t-a)^{1-\propto}$, y no conformables con $T(t,\alpha) = e^{-\propto(t-a)}$, donde la función $T(t,\alpha)$ es el kernel del operador de integración generalizado $J_{T(t,\propto)}$.

Bibliografía

Ostrowski, A. (1938). Uber die Absolutabweichung einer di erentienbaren Funktionen von ihren Integralimittelwert, Comment. *Comment. Math. Hel*, *10*, 226–227.

Dragomir, S. S., & Wang, S. (1998). A new inequality of Ostrowski's type in Lp-norm. *Indian Journal of Mathematics*, *40*(3), 299-304.

Fleitas, A., Gómez-Aguilar, J. F., Nápoles Valdés, J. E., Rodríguez, J. M., & Sigarreta, J. M. (2019). Analysis of the local Drude model involving the generalized fractional derivative. *Optik*, *193*(163008), 163008. doi:10.1016/j.ijleo.2019.163008

Fleitas, A., Nápoles Valdés, J. E., Rodríguez, J. M., & Sigarreta-Almira, J. M. (2021). Note on the generalized conformable derivative. *Revista de la Union Matematica Argentina*, 443–457. doi:10.33044/revuma.1930

FÓRMULAS DE REPRESENTACIÓN INTEGRAL PARA ECUACIONES DE DIRAC DE ORDEN SUPERIOR

Marcos A. Herrera P., Ricardo Abreu B., Arsenio Moreno G y José M. Sigarreta A
mherrerap91@gmail.com, rabreublaya@yahoo.es , amorenog@uho.edu.cu,
josemariasigarretaalmira@hotmail.com
Universidad Autónoma de Guerrero, México; Universidad de Holguín, Cuba

Resumen

Las representaciones integrales pueden ser vistas como una herramienta general para el estudio de ecuaciones diferenciales parciales, las fórmulas integrales de Cauchy y de Green son quizá las más importantes de este tipo. En este trabajo, consideramos la ecuación diferencial parcial de orden superior formada al iterar el operador diferencial de primer orden [1]

$$\partial_{\underline{x}}^{\alpha,\beta}(\cdot) = \alpha(\cdot)\partial_{\underline{x}} + \beta\partial_{\underline{x}}(\cdot),$$

donde α, β son números reales y ∂_x denota el operador de Dirac en R^m:

$$\partial_{\underline{x}} = e_1\frac{\partial}{\partial x_1} + e_2\frac{\partial}{\partial x_2} + \cdots + e_m\frac{\partial}{\partial x_m}.$$

El centro de nuestra atención está en la ecuación iterativa

$$\prod_{j=1}^{k}[\alpha_j(\cdot)\partial_{\underline{x}} + \beta_j\partial_{\underline{x}}(\cdot)](f) = 0. \tag{1}$$

Nuestro objetivo es establecer fórmulas de representación para las soluciones nulas de la ecuación anterior la cuál puede ser identificada como una iteración del sistema de Lamé-Navier de la teoría de elasticidad lineal. Mostraremos como expresar los inversos de tales operadores diferenciales y estos nos conducirán a soluciones particulares del sistema no homogéneo.

Metodología

Es importante notar que el operador $\prod_{j=1}[\alpha_j(f)\partial_x + \beta_j \partial_x(f)]$, puede escribirse como

$$\prod_{j=1}^{k}[\alpha_j(f)\partial_{\underline{x}} + \beta_j \partial_{\underline{x}}(f)] = \begin{cases} \widetilde{A}_k f \partial_{\underline{x}}^k + \widetilde{B}_k \partial_{\underline{x}}^k f & \text{si } k \text{ es impar,} \\ \widetilde{A}_k \partial_{\underline{x}}^k f + \widetilde{B}_k \partial_{\underline{x}}^{k-1} f \partial_{\underline{x}} & \text{si } k \text{ es par.} \end{cases}$$

De lo anterior podemos concluir que todo nuestro estudio se reduce al problema de encontrar fórmulas de representación para las soluciones de las ecuaciones

$$af\partial_{\underline{x}}^k + b\partial_{\underline{x}}^k f = 0 \tag{2}$$

y

$$a\partial_{\underline{x}}^k f + b\partial_{\underline{x}}^{k-1} f \partial_{\underline{x}} = 0 \tag{3}$$

con constantes reales apropiadas a y b.

La primera de estas ecuaciones surge de (1) cuando k es impar, mientras que la segunda emerge cuando k es par. El caso particular cuando $k = 1$ y $k = 2$ fueron estudiados en [1] y [2] respectivamente.

Resultados

Los resultados más importantes de nuestra investigación [3] son los siguientes.

Teorema 1. Sea k impar, $f \in C^k(\Omega \cup \Gamma)$. Si f satisface $\alpha(.)\partial_x^k + \beta\partial_x^k(.) = 0$ en Ω, entonces f admite la representación integral de Cauchy

$$f(\underline{x}) = \quad a^*b\,\mathbf{C}^{l,k}f(\underline{x}) + b^*a\,\mathbf{C}^{r,k}f(\underline{x}) - a^*a\left(\int_\Gamma(\partial_{\underline{y}}^{k-2}f\partial_{\underline{y}})n(y)E_{k-1}(\underline{y}-\underline{x})d\underline{y} - \int_\Gamma E_{k-1}(\underline{y}-\underline{x})n(y)(\partial_{\underline{y}}^{k-2}f\partial_{\underline{y}})d\underline{y}\right),$$

para cada $x \in \Omega$.

Teorema 2. Sea k par y $f \in C^k(\Omega \cup \Gamma)$. Si f satisface $\alpha\partial_x^k(.) + \beta\partial_x^{k-1}(.)\partial_x = 0$ en Ω, entonces f admite la representación integral

$$\begin{aligned} f(\underline{x}) = a^*b\mathbf{C}^{\mathbf{ifp},k}f(x) + b^*a\mathbf{C}^{l,k}f(x) + \frac{a^*a}{k}\sum_{i=0}^{k-2}(-1)^i\int_\Gamma E_i(\underline{y}-\underline{x})n(\underline{y})\partial_{\underline{y}}^i[(\partial_{\underline{y}}f)(\underline{y}-\underline{x})]d\underline{y} \\ + \frac{a^*a}{k}\Psi\left(\int_\Gamma E_{k-1}(\underline{y}-\underline{x})n(\underline{y})(\partial_{\underline{x}}^{k-1}f)d\underline{y}\right) + \frac{2a^*a}{k}\int_\Gamma(\partial_{\underline{y}}f\partial_{\underline{y}}^{k-3})n(y)E_{k-2}(\underline{y}-\underline{x})d\underline{y} \\ -\frac{2a^*a}{k}\int_\Gamma E_{k-2}(\underline{y}-\underline{x})n(y)(\partial_{\underline{y}}^{k-3}f\partial_{\underline{y}})d\underline{y} - bb^*\int_\Gamma E_{k-1}(\underline{y}-\underline{x})n(\underline{y})(f\partial_{\underline{x}}^{k-1})d\underline{y} + \mathcal{T}_\Omega^{\mathbf{e},k}[a\partial_{\underline{x}}^k f, \end{aligned}$$

para cada $x \in \Omega$.

Referencias bibliográficas

[1] R. Abreu-Blaya, J. Bory-Reyes, M. A. Herrera-Pelaez, J. M. Sigarreta-Almira, Integral Representation Formulas Related to the Lame-Navier System, Acta Mathematica Sinica, English Series, 36 (2020), 1341–1356.

[2] R. Abreu Blaya, J. A. Mendez-Bermudez, A. Moreno García and Jose M. Sigarreta. Boundary value problems for the Lame-Navier system in fractal domains. AIMS Mathematics, 6(10): 10449–10465. DOI: 10.3934/math.2021606.

[3] Herrera Peláez M. A., Abreu Blaya R., Moreno García A., Sigarreta Almira J. M Integral representation formulas for higher order Dirac equations. Journal of Mathematical Analysis and Applications. 2022 https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2022.126414.}

SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LA ECUACIÓN DE BURGERS MEDIANTE UN MÉTODO LIBRE MALLA

Jorge Mauricio Ruiz V, Diego A León

jmruizv@unal.edu.co, daleone@unal.edu.co

Universidad Nacional de Colombia, Colombia

Resumen

La ecuación de Burgers es una ecuación hiperbólica no lineal que su solución desarrolla ondas de choque o discontinuidades que ocurren en la dinámica de fluidos y que se describen por ecuaciones como lo son las de Euler y las de Navier-Stokes. Desde el punto de vista numérico, dichas discontinuidades en la solución y su evolución en el tiempo no son fáciles de reproducir mediante técnicas basadas en mallas ya que necesitan utilizar remallado lo que es computacionalmente costoso. Para evitar estos inconvenientes se propone considerar el fluido en estudio como un sistema de partículas para rastrear el movimiento del fluido, esto implica emplear una metodología de discretización sin malla de la ecuación diferencial. En esta chala se presentan los conceptos importantes que involucra el método sin malla como: la generación del sistema de puntos, búsqueda de puntos vecinos, aproximación de las derivadas espaciales mediante el método de mínimos cuadrados móviles y la solución de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias resultantes. Como aplicación del método se soluciona la ecuación viscosa y no viscosa de Burgers. Las soluciones numéricas son comparadas con la solución analítica y se realiza un análisis de convergencia del método vía experimentación numérica.

Referencias

Mahaguruge, N. W. (2020). Meshless space-time method to solve two dimensional wave equation. [Tesis de maestría, University of West Florida]

Ruiz V., J. M., & León E., D. A. (2016). Una introducción al método libre de malla de conjuntos finitos de puntos. Revista De Matemática: Teoría Y Aplicaciones, 23(2), 389–408. https://doi.org/10.15517/rmta.v23i2.25266

Ruiz V., J. M. (2001). Least square smoothed particle hydrodynamicas method for Euler equations. Primera conferencia iberoamenticana de matemática computacional, Pontificia Universidad Javeriana – Univerisdad Distrita "Fco José de Caldas". Bogotá, Colombia

Vázquez-Cendón, M. E. (2015). Solving Hyperbolic Equations with Finite Volume Methods. Springer-Verlag

PRUEBA NUMÉRICA DE EXISTENCIA Y UNICIDAD PARA SOLUCIONES DE UN SISTEMA ESPACIO-TEMPORAL DEPREDADOR-PRESA

Jorge Mauricio Ruiz V, Ricardo Cano M
jmruizv@unal.edu.co, ricardo.cano@unisabana.edu.co
Universidad Nacional de Colombia, Universidad de la Sabana, Colombia

Resumen

Proponemos un método numérico que asegura tanto la existencia como la unicidad local de una solución de un sistema parabólico de ecuaciones diferenciales parciales que describe la interación espacio temporal entre una población de depredadores y otra de presas. El método consiste en la construcción de una sucesión recursiva de soluciones aproximadas de una modificación lineal del sistema original. La convergencia de dicha sucesión se demuestra considerando resultados de regularidad de las soluciones de ecuaciones diferenciales parciales lineales y encajamientos de Sobolev. Las pruebas numéricas verifican que la sucesión propuesta es convergente a la solución del modelo e ilustran el comportamiendo de las dos especies en tiempo y espacio.

Bibliografía

Mc Cann., K., Gellner., G. (2020). Theoretical Ecology: concepts and applications. Publisher: Oxford University Press.

Pao C. V. (2015) Dynamics of Lotka - Volterra competition reaction - diffusion systems with degenerate diffusion, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 421(2): 1721-1742.

Ruíz V., J. M. (2017). A convergent iterative method for a logistic chemotactic system. Revista Colombiana de Matemáticas, 51(1), 103-117.

SIMPLICIDAD DE ANILLO DE GRUPO TORCIDO

Edson Jair Suárez Porras
edson.uis@outlook.com
Universidad Industrial de Santander (UIS), Colombia

Resumen

Se propone estudiar los siguientes aspectos al problema de la simplicidad del anillo del grupo torcido en términos del anillo conmutativo sobre el cual esta la acción parcial, también la simplicidad de álgebras de caminos de Leavitt y las dinámicas topológicas que provienen de acciones parciales en espacios compactos con dominios abiertos-cerrados:

Presentar resultados en acciones parciales y anillos de grupo torcido, los cuales serán esenciales en este trabajo y repasar conceptos importantes para resolver los problemas.

Aplicar los resultados de acciones parciales que ayudaran en el criterio de simplicidad para las álgebras de caminos de Leavitt.

Aplicar los resultados en acciones parciales a la dinámica topológica parcial, en concreto a las acciones parciales para subconjuntos abiertos-cerrados de un conjunto compacto.

El principal objetivo es demostrar que si R_0 es una subálgebra conmutativa maximal del anillo de grupo torcido $R_0 \rtimes_{\propto} G$ si, y solo si, R_0 tiene la propiedad de intersección de ideales en $R_0 \rtimes_{\propto} G$, resolviendo este problema, podremos aplicar este resultado a los otros contextos que son de nuestro interés.

Tomando R_0 un anillo conmutativo, asociativo y con unidades locales, G un grupo y α una acción parcial de G en R_0. Se demostrará que R_0 es una subálgebra conmutativa maximal del anillo de grupo torcido $R_0 \rtimes_{\propto} G$ si, y solo si, R_0 tiene la propiedad de intersección de ideales en $R_0 \rtimes_{\propto} G$. Lo cual ayudara a encontrar un criterio de simplicidad de $R_0 \rtimes_{\propto} G$ en términos de conmutatividad maximal y la G-simplicidad de R_0.

Además, se enunciarán algunas aplicaciones importantes, tales como: una nueva demostración del criterio de simplicidad para las álgebras de caminos de Leavitt y se estudiará la dinámica topológica que surge de las acciones parciales sobre subconjuntos abiertos-cerrados de un conjunto compacto.

La razón de este trabajo consiste en incitar una mayor lectura y conocimiento de dicho tema, mas aún, presentar resultados importantes en otros temas como en álgebras de caminos de Leavitt y acciones parciales asociadas a la dinámica topológica.

Para el desarrollo de este trabajo y el cumplimiento de este trabajo, se plantea la siguiente metodología de trabajo:

Realizar estudios con relación a la temática, además de participar en seminarios, eventos ayuden a entender y socializar el material bibliográfico que servirán para la elaboración de este trabajo.

Semanalmente se hará una reunión con el director de este trabajo para supervisar el avance y desarrollo del trabajo de investigación.

Presentar el trabajo el cual enfatizara sobre el tema propuesto. La importancia de este trabajo es la recopilación de resultados en el área, que seguramente serán utilizados más adelante por estudiantes interesados en el tema.

Dentro de los resultados finales que podemos encontrar en este trabajo, están:

Demostración del teorema de simplicidad para los anillos de grupo torcido.

Una nueva demostración del criterio de simplicidad para las álgebras de caminos de Leavitt.

Estudiará la dinámica topológica que surge de las acciones parciales sobre subconjuntos abiertos-cerrados de un conjunto compacto, además de demostrar un teorema de simplicidad para el anillo de grupo torcido en esta área.

Bibliografía

Beuter, V. M., & Gonçalves, D. (2018). The interplay between Steinberg algebras and skew rings. Journal of Algebra, 497, 337-362.

Dokuchaev, M., & Exel, R. (2005). Associativity of crossed products by partial actions, enveloping actions and partial representations. Transactions of the American Mathematical Society, 357(5), 1931-1952.

Dokuchaev, M., & Exel, R. (2017). The ideal structure of algebraic partial crossed products. Proceedings of the London Mathematical Society, 115(1), 91-134.
Exel, R., Giordano, T., & Gonçalves, D. (2011). Enveloping algebras of partial actions as groupoid C*-algebras. Journal of Operator Theory, 197-210.
Exel, R., Laca, M., & Quigg, J. (2002). Partial dynamical systems and C*-algebras generated by partial isometries. Journal of Operator Theory, 169-186.
Gonçalves, D., & Royer, D. (2014). Leavitt path algebras as partial skew group rings. Communications in Algebra, 42(8), 3578-3592.
Gonçalves, D. (2014). Simplicity of partial skew group rings of abelian groups. Canadian Mathematical Bulletin, 57(3), 511-519.
Gonçalves, D., Öinert, J., & Royer, D. (2014). Simplicity of partial skew group rings with applications to Leavitt path algebras and topological dynamics. Journal of Algebra, 420, 201-216.
Öinert, J. (2009). Simple group graded rings and maximal commutativity. Contemporary Mathematics, 503, 159.
Öinert, J. (2014). Simplicity of skew group rings of abelian groups. Communications in Algebra, 42(2), 831-841.
Öinert, J., & Lundström, P. (2012). The ideal intersection property for groupoid graded rings. Communications in Algebra, 40(5), 1860-1871.

FUNCIONES DE VARIACIÓN ACOTADA GENERALIZADA EN EL PLANO COMPLEJO

Miguel Vivas-Cortez
mjvivas@puce.edu.ec
Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Ecuador

Resumen

La consideración de diversos conjuntos de funciones fue práctica habitual desde la antigüedad, sin embargo, no es sino hasta muy entrado el siglo XIX que se hace explícito el estudio de su estructura; se comienza a extender los conceptos de límite y continuidad a conjuntos formados por objetos matemáticos distintos de números o puntos en el plano y extender las operaciones típicas del análisis. Banach introduce en un conjunto E diversos axiomas que definen a un espacio vectorial abstracto, le define una norma y la completitud de E; en 1928, Fréchet sugiere el nombre de espacios de Banach, como son conocidos hoy en día. Tal estudio se divide en tres partes, según R. Milian: Determinar el espacio, estudio de los

funcionales y el estudio de los operadores; justificando así el desarrollo del presente trabajo, el cual se ocupa de generalizar el espacio de las funciones de variación acotada.

El origen de este espacio se remonta a 1807, cuando Fourier establece la conjetura: «Toda función arbitraria definida en un intervalo puede representarse como una serie de senos y cosenos». En 1829 P. L. Dirichlet demostró que: «Toda función real, definida por medio de un número finito de partes monótonas, tiene serie de Fourier puntualmente convergente en R». Posteriormente, en 1881 C. Jordan introduce las funciones de variación acotada y demuestra que ellas se pueden representar como diferencia de funciones monótonas y, en consecuencia, satisfacen el teorema de Dirichlet. Desde entonces, esta noción de funciones de variación acotada, desempeña un papel central en muchas investigaciones y ha dado lugar a algunas generalizaciones del concepto en busca de una clase de funciones «más grande» cuyos elementos tengan serie de Fourier puntualmente convergente. Al igual que en el caso clásico, estas generalizaciones han encontrado muchas aplicaciones en el estudio de ciertas ecuaciones diferenciales integrales. N. Wiener, en 1924, es probablemente el primero en modificar la definición dada por Jordan y mejorar el teorema de la convergencia; cuando introduce la variación cuadrática. Esta generalización se le han encontrado una gran cantidad de aplicaciones, es utilizada en el estudio del Movimiento Browniano o proceso de Wiener, el cual es un proceso aplicado en la teoría matemática de las finanzas en la determinación de modelos de precios del mercado de valores. Posteriormente en 1937, L. C. Young y E. R. Love basado en el trabajo de Wiener presenta una generalización haciendo uso de una función ⍰ que perturba la oscilación de la función. Musielak y Orlicz en 1959 realizan un estudio completo de este espacio.

D.S. Cyphert estudia las propiedades de una clase de funciones, intervalo definidas sobre un intervalo [a, b], introduciendo una función cóncava $K : [0, 1] \to R$ cuyo carácter es de distorsión de las longitudes euclídeas en [a, b]. La clase de funciones así generada es llamada el espacio de funciones de k-variación acotada y fue introducida por B. Korenblum en 1975, mientras estudiaba el problema de representación de funciones armónicas definidas en el disco unitario del plano complejo, mediante integrales de tipo Poisson de ciertas pre-medidas definidas en sub-intervalos de [0, 2]. Esta noción difiere de la noción clásica y de otras conocidas variaciones en el hecho de que el concepto de Korenblum maximiza razones entre sumas de Jordan y la entropía generada por una tal función distorsión. Esta noción, es también conocida hoy en día como variación en el sentido de Korenblum. En 1985 Cypher y Kelingos mostraron que una función es de k-variación acotada si esta se puede descomponer en la diferencia de dos funciones k-decrecientes. Recientemente se introduce la noción de k-variación acotada en el sentido de Riesz- Korenblum, la cual es una combinación de las nociones de p variación acotada en el sentido de Riesz con la k-variación acotada en el sentidode Korenblum.

Más recientemente, Ashton y Doust definen la variación de una función sobre subconjuntos compactos de C en busca de superar el obstáculo que se presenta en la teoría de operadores «bien acotados» para cubrir los operadores cuyo espectro no es necesariamente real. Definen el álgebra de Banach BV (Ω) de funciones de variación acotada sobre subconjuntos compactos de C.

En esta charla se expone el trabajo de investigación realizado sobre la generalización de la noción de funciones de variación acotada generalizada sobre subconjuntos compactos del plano, las cuales extienden la importante clase de funciones de variación acotada.

Palabras Clave: Variación acotada, Espacios de Banach, Variación de Jordan.

Clasificación de las cuencas hidrográficas del departamento Quindío a través del índice de calidad del agua

Mónica Jhoana Mesa Mazo, Jorge Mario García Usuga, Andrea Gómez Escudero, Johnny Valencia Calvo
mmesa4@cue.edu.co, jmgarcia@uniquindio.edu.co, agomez@uniquindio.edu.co, johnny.valencia@uaysen.cl
Corporación Universitaria Empresarial Alexander Von Humboldt, Universidad del Quindío, Colombia, Universidad de Aysen, Chile

Resumen

El cuidado del agua es una de las prioridades a nivel mundial. Todos los países hacen enormes esfuerzos y gastan grandes cantidades de recursos en la conservación y monitoreo de las fuentes hídricas; el motivo de estos cuidados se debe a que la calidad del agua está estrechamente relacionada con la calidad de vida de las personas que habitan una determinada zona.

Colombia es un país que gracias a su topografía, posee una gran cantidad de ríos; es por eso que entidades como el Instituto Colombiano Agropecuario, Ministerio de Ambiente y Desarrollo Sostenible de la República de Colombia y el Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales IDEAM, tienen el objetivo de proteger y vigilar nuestras fuentes hídricas dada su importancia para la sociedad, además que gran parte del territorio colombiano suple sus necesidades de agua tomándola directamente de los ríos.

Para este propósito se utilizan herramientas tecnológicas que permiten ver cómo afectan las cuencas hídricas y en especial, cómo se alteran sus parámetros físico químicos con la aparición de sustancias contaminantes, bien sea de origen artificial como agentes químicos externos (mercurio, cloro, cromo, etc) o debido a los vertimientos de alcantarillados de las diferentes ciudades (coliformes fecales y totales).

Los parámetros físico químicos del agua nos dice simplemente si el agua es potable o no, si es buena o mala. El estudio de estos parámetros permite describir concretamente qué factores externos están afectando el agua y sobre todo, posibilita   encontrar y evaluar su origen, clasificado las zonas donde puede haber mayor la afectación. Teniendo en cuenta que la descontaminación de las aguas residuales es un proceso de alto costo, se hace necesario la correcta clasificación y evaluación de las zonas para una correcta optimización de los recursos.

Es por esto que una herramienta para la simulación de los parámetros físicos químicos de los ríos, nos permitiría tener una mejor comprensión del estado de contaminación de este y sobre todo, gestionar recursos para vertimientos de sustancias nocivas, efectos de la minería ilegal, contaminación por atentados terroristas, o desastres naturales.

Por tales razones, en esta investigación se pretende clasificar las zonas de las cinco cuencas hidrográficas del departamento del Quindío: Río Roble, Quebrada Buena vista, Río Lejos, Río Rojo y Río Quindío del departamento del Quindío, a través de una aproximación del índice de calidad del agua (ICA) y los valores límites establecidos en la normativa colombiana.

Para realizar esta clasificación se desarrollará un software que integre la red hidrográfica a través de un grafo obtenido usando la librería NetworkX en Python 3.9 y los modelos en ecuaciones diferenciales parciales   que describen la dinámica de los parámetros de calidad del agua como la Demanda Bioquímica de Oxígeno (DBO), el Oxígeno Disuelto (OD), Coliformes Totales (CT), los Sólidos Suspendidos Totales (SST) y los Sólidos Suspendidos Disueltos (SSD) en toda la red hídrica de las cuencas del departamento del Quindío.

Además, se realizarán varias simulaciones con diferentes escenarios, perturbando las condiciones iniciales de las ecuaciones diferenciales que modelan los diferentes parámetros de calidad del agua. Con base en las simulaciones se aproximará el índice de calidad del agua utilizando los parámetros físico químicos del agua SST, SDT, Coliformes, DBO y OD. Por último, utilizando la normativa colombiana se clasificará la calidad del agua en las diferentes zonas de las cuencas hidrográficas del departamento del Quindío.

Bibliografía

García Usuga, J. (2022). Simulación de la evolución de los parámetros físico - químicos del agua en las cuencas del departamento del Quindío, basada en redes complejas y ecuaciones en derivadas parciales. Universidad Nacional de Colombia.

García, J. M., Mesa, M. J., and Olivar, G. (2020). Application of the theory of networks to model a drainage network of a watershed: case study department of Quindío Colombia. Hidrobiológica, 30(2):129-142.

García-Usuga, J. M., Olivar-Tost, G., Mesa-Mazo, M. J., and Acosta-Minoli, C. A. (2021). Modeling the dynamics of total suspended solids in a mountain basin using network theory. River Research and Applications, 37(7):955?966.

X. W. Wu, L. Li, and Y. G. Qu, “Modelling and analysis of river networks based on complex networks theory,” Trans Tech Publications Ltd, vol. 756, pp. 2728–2733, 10 2013.

SOBRE LAS DERIVADAS FRACCIONARIAS, UNA VISIÓN DESDE LAS PERSPECTIVAS MODERNAS

Pedro Parraga, Oswaldo Larreal, Miguel Vivas-Cortez
pparraga@gmail.com,oswaldo.larreal@utm.edu.ec,mjvivas@puce.edu.ec
Universidad Técnica de Manabí, Pontificia Universidad Católica de Ecuador, Ecuador

Resumen

Las desviaciones teóricas a aplicaciones con relación a resultados obtenidos experimentalmente. Al predecir o describir resultados. Han demostrado que muchos trabajos científicos de orden entero tanto integral como diferencial han sido factor determinante a dichas discrepancias o desviaciones, pues es el resultado de funciones restringidas, que impiden ajustar estas curvas teóricas a las experimentales. La utilización de operadores de orden fraccionario integrales y diferenciales han logrado minimizar con éxito este problema. ¿Qué sucedería si “n” fuera ½? “Esto conduciría a una paradoja, de la cual algún día serán extraídas consecuencias

muy útiles”. El 30 de septiembre de 1695, Leibniz, respondería por carta a G. Antoine, Marqués de L’Hópital (1641-1704) ata. En cálculo fraccionario disponemos de operadores diferenciales e integrales de orden arbitrario no necesariamente natural o clásico, con kernel (núcleo) de distinto nivel en suavidad. Aquí encontraremos trabajos de John Wallis quien desde 1655, expresaba “pi” como producto infinito, y ahora considerado, “producto de Wallis” usado por Leibniz en 1697, al expresar la derivada de orden ½. En 1730 L. Euler aunque publicado en 1738 aplico su fórmula de interpolación del factorial entre ordenes enteras positiva dio su definición de derivada de orden fraccional, igual P. Laplace en 1812, definió la derivada fraccional, Y utilizo gamma de Legendre para generalizar el factorial, J. Fourier 1822, dedujo generalizaciones de operadores diferenciales e integrales, N. Abel 1823, la aplicaría, al resolver el problema del tautòcrona. B. Riemann 1847, publicado de manera póstuma en 1876 uso generalizaciones con series de Taylor. A. Cayey en 1880 y 1884, de mano de H. Laurent daría la primera definición formal de derivada fraccionaria al satisfacer sus propiedades, partiendo de la fórmula para funciones complejas analítica de Cauchy, definición que con notación de H. Davis 1936, sería la Riemann-Liouville. Luego vendría la moderna definición denominada: “nueva derivada fraccionaria de Caputo”, definida por un operador integral con núcleo regular.Escamilla u. a. (2015).

En esta revisita notamos que a pesar de que el cálculo fraccionario sea tan antiguo, recién comienza su apogeo en estos últimos tiempos, aunque son muchos los grandes matemáticos que han descubierto las incalculables aplicaciones de las derivadas fraccionarias pusimos nuestro enfoque en operadores como el de Grünwald-Letnikov, Riemann-Liouville, de Caputo y también revisamos la derivada fraccional conformable de Khalil. Aunque citamos que eran muchos los autores de renombre y muchas las aplicaciones de estos operadores centramos nuestro enfoque en ellos ya que además de ser muy importantes sus aportes estos nos permite tener una idea más clara de lo que es la derivada fraccionaria, así mismo observamos algunas de sus propiedades más relevantes, como lo son, la convolución, las transformadas tanto de Laplace como la de Fourier y la acción significativa sobre estos operadores además demostramos algunas de sus aplicaciones.

Palabras Clave: Derivada Fraccionaria, Integral Fraccionaria, Operadores Fraccionarios, Ecuaciones Fraccionarias, Propiedades de las Derivadas e Integrales Fraccionarias.

DERIVADA FRACCIONARIA CONFORMABLE DE KHALIL Y APLICACIONES A MODELOS DE CRECIMIENTO POBLACIONAL Y DE ENFRIAMIENTO DE LOS CUERPOS

Jaime David Villacis Lascano, Miguel Vivas-Cortez
jaimedavidec@yahoo.com, mjvivas@puce.edu.ec
Universidad Técnica de Manabí, Pontificia Universidad Católica de Ecuador, Ecuador
es

Resumen

Durante los últimos 20 años, el cálculo de orden arbitrario, mejor conocido en la literatura como cálculo de orden fraccionario, se ha desarrollado de manera impresionante. Sin embargo, en Ecuador no hay grupos consolidados en el estudio y su aplicación.

El objetivo de este trabajo es dar a conocer los orígenes y el desarrollo del cálculo fraccionario, mostrar las últimas tendencias sobre el tema de derivadas fraccionarias conformables, en particular, la introducida en 2014 por R. Khalil, desarrollar sus propiedades y dar ejemplos de aplicación en el área de crecimiento poblacional y la ley de enfriamiento de Newton, con la finalidad de motivar a los futuros investigadores a incursionar en esta área tan interesante del análisis matemático no convencional.

El presente trabajo investigativo tiene el objetivo de presentar un estudio sistemático y expositivo del concepto de lo que hoy se conoce como derivada fraccionaria conformable y sus aplicaciones en algunos modelos de Ecuaciones Diferenciales y algunos tópicos en Física. En

particular se tomará el modelo de derivada fraccionaria conformable introducida en [Khalil et al., 2014].

La necesidad de divulgar este conocimiento y contribuir, en forma escrita, con una compilación de las recientes investigaciones sobre el tema correspondiente a las derivadas fraccionarias y sus aplicaciones, es la razón por la cual se desarrolla este trabajo.

El concepto de derivada fraccionaria ha recibido mucha atención por la comunidad científica generando una gran cantidad de publicaciones en los últimos años, incluyendo textos y revistas enteras dedicadas al análisis fraccionario; dos de estas publicaciones corresponden a [Machado et al., 2013, West, 2014]. Muchos de los autores de estos artículos mencionan la famosa correspondencia entre Leibniz y L'Hôpital en 1695 como origen de la idea de una derivada de orden fraccional. Durante los años intermedios han aparecido muchas definiciones de derivadas fraccionarias; ejemplos bien conocidos son las definiciones de Riemann-Liouville y Caputo. La actividad actual claramente sugiere que la extensión de derivadas de potencias no enteras no es sencilla, debido a que no cumplen alguna o algunas de las propiedades básicas de los operadores diferenciales y que, aunque han tenido una útil aplicabilidad en algunos problemas, por ejemplo, aquellos que involucran viscoelasticidad, en otros no.

Como consecuencia de definir un operador diferencial fraccionario también aparece un operador integral fraccionario de la misma naturaleza del operador que la originó.

Tal es el caso de la derivada fraccionaria de Riemann-Liouville y su correspondiente operador integral.

El desarrollo de esta investigación está orientado hacia una puesta al día en los recientes avances acerca de las derivadas fraccionales, en particular, conocer acerca de la definición formal de la derivada fraccional conformable, mostrar con rigurosidad los teoremas básicos que

rigen las propiedades de este operador fraccional, y dar las correspondientes soluciones a modelos de problemas poblacionales y la ley de enfriamiento de Newton de acuerdo a la mencionada derivada fraccionaria conformable, además se incluyen graficas comparativas entre estas soluciones y las obtenidas por medio de derivadas ordinarias.

Palabras Claves: Derivada Fraccionaria, Derivada Conformable de Khalil, Ecuaciones Diferenciales Fraccionarias.

SISTEMA SIMPLE DE RAÍCES DEL ALGEBRA DE LIE DE TIPO CL

Juan Sebastian Sastoque Gutierrez, Arturo Alexander Castro Galvis,
Beatriz Avelina Villarraga Baquero
juan.sastoque@unillanos.edu.co. acastrog@unillanos.edu.co,
bvillarraga@unillanos.edu.co
Universidad de los Llanos, Colombia

Resumen

En el área disciplinar hay una variedad de problemas que desde el punto de vista de las álgebras de Lie pueden ser solucionados o replanteados. Ni Lie ni los precursores de la teoría habrían imaginado el impacto de sus descubrimientos, que son ahora herramientas claves para el desarrollo de la física moderna, en particular la Teoría de la Relatividad. Las álgebras de Lie y grupos de Lie se han mostrado como la clave para los problemas que relacionan geometría y ecuaciones diferenciales, lo cual se convierte en un campo de acción teniendo en cuenta que las ecuaciones diferenciales son estudiadas por científicos de diferentes disciplinas, por lo que su comprensión y estudio a profundidad está más que motivado por los aportes en las aplicaciones en ciencias como Ingenierías, Economía, Finanzas y Física.

Tras una revisión bibliográfica exhaustiva de esta teoría se ha encontrado que un asunto crucial es la clasificación de las álgebras de Lie semisimples clásicas. Por estas y más razones los licenciados en matemáticas con aspiraciones de continuar sus estudios en el área disciplinar

necesitan conocer por lo menos los conceptos básicos de las álgebras de Lie y cómo estas pueden ser caracterizadas a partir de los sistemas simples de raíces. El interés de varios estudiantes por las álgebras de Lie dan origen a la investigación realizada en este trabajo. Por lo que para la realización del presente trabajo surge el siguiente interrogante. ¿Cómo se pueden caracterizar las álgebras de Lie tipo Cl a partir de su sistema simple de raíces?.

Para estudiar los sistemas simples de raíces son necesarios preconceptos como análisis, álgebra y esencialmente álgebra lineal, por lo que se encuentran al alcance de los estudiantes de pregrado. En principio se pretende establecer el sistema simple de raíces para caracterizar el álgebra de Lie de tipo Cl, lo que conlleva a calcular la representación adjunta del álgebra de Lie de tipo Cl, determinar las subálgebras de Cartan y la matriz de Cartan asociadas al álgebra de Lie de tipo Cl y finalmente estudiar las propiedades más relevantes del álgebra de Lie de tipo Cl mediante el sistema simple de raíces asociado ofreciendo una caracterización completa del álgebra de Lie de tipo Cl.

Este trabajo tiene las características de la investigación pura o básica ya que “se propone enriquecer el conocimiento sin preocuparse por la aplicación directa o inmediata de los resultados” (Garza, 2007), con una metodología teórica. Además, se enmarca dentro de la línea de investigación institucionalizada de Matemáticas, Física y Estadística. Esta línea de investigación hace parte del saber específico y el área de formación básica del Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Facultad de Ciencias Humanas y de la Educación de la Universidad de los Llanos.

Dentro de los resultados obtenidos se logró determinar la forma de las matrices logrando así obtener unas características de la mismas y de este modo estudiar las propiedades del algebra de lie de tipo Cl, luego se estableció el sistema de raíces y posteriormente su sistema simple de raíces. Con base en el sistema simple se construyó el diagrama de Dynkin y con este ultimo la matriz de Cartan asociada al sistema de raíces simples del algebra de lie de tipo Cl, lo cual permitió realizar una caracterización completa de dicha algebra.

Bibliografía

Grossman, S. I. (2008). *Algebra lineal*. McGraw Hill Educación.

Gilmore, R. (1974) Lie Groups, Lie Algebras, and some of Their Applications. Jhon Wiley y Sons. New York.

Castro, A. (2005) Clasificación de las álgebras de Lie semi-simples de dimensión finita y los diagramas de Dynkin. [Tesis de Licenciatura en Matemáticas. Universidad Industrial de Santander].

Garza Mercado, A. (2007) Manual de técnicas de investigación para estudiantes de ciencias sociales y humanidades. 7ma ed. México D.F.: El colegio de México, Biblioteca Daniel Cosío Villegas.

García, I. G., & Gutiérrez, M. N. (2008). Clases de álgebras de Lie y subálgebras de Cartan. *Revista Colombiana de Matemáticas*, *42*(1), 47-60.

Rodríguez, E. (2007). Sistemas de raíces abstractas y álgebras de Lie.

San Martín, L. A. B. (1999) Álgebras de Líe. Editora da Unicamp.

Yujra Mamani, A. J. Criterios de Cartan para la clasificación de Álgebras de Lie solubles y semisimples (Doctoral dissertation).

CÁMARAS DE WEYL DE LAS ÁLGEBRAS DE LIE DE TIPO A2 Y B2

Sebastian Cepeda Perdomo, Arturo Alexander Castro Galvis, Fredy Leonardo Dubeibe Marín
sebastian.cepeda@unillanos.edu.co , acastrog@unillanos.edu.co,,
fdubeibe@unillanos.edu.co
Universidad de los Llanos, Colombia

Resumen

El estudio de las álgebras de Lie tiene su epicentro motivacional en las diferentes aplicaciones en ciencias como Ingenierías, Economía, Finanzas y Física, se evidencian aplicaciones en la solución de ecuaciones diferenciales, a la economía y las finanzas para establecer modelos de tasa de interés.

Además, como una muestra de la aplicación del trabajo de Lie a la Física Moderna, los grupos y

las álgebras de Lie son muy utilizadas actualmente como herramientas en el estudio de las simetrías, no solo de las clásicas en el espacio-tiempo, sino en las nuevas asociadas con los grados de libertad interna de las partículas y de los campos, ası como también en la moderna teoría de las súper-cuerdas, esto y que matemáticos como Jean Dieudonné se refieran a la teoría de Lie como un gran eje gigante en los avances científicos o que Albert Einstein las usará en sus cálculos para la Teoría General de la Relatividad hace pensar en lo importante de su estudio. En el programa de Licenciatura en Matemáticas se ha empezado a abordar esta teoría como alternativa en los cursos correspondientes a las líneas de profundización I, II y III, asociadas al área de Geometría y Topología, cuyo presente trabajo es un resultado fruto del estudio de la línea de investigación, constituyéndose como algo novedoso e interesante para los estudiantes de dicha carrera.

Al realizar una revisión bibliográfica de esta teoría se ve que un aspecto importante en el estudio de esta es la clasificación de las álgebras de Lie cuyo problema se abordó a principios de siglo XIX por Killing y Cartan. Sin embargo, aun con los esfuerzos realizados por muchos autores en diferentes artículos no se ha logrado una clasificación general de estas; por ello, en este proyecto se busca caracterizar las alcobas y cámaras de Weyl asociadas a las algebras A2 y B2.

Visto esto, para la realización de este proyecto se plantea la siguiente pregunta de investigación

¿Cómo calcular las alcobas y las c´amaras de Weyl asociadas a las ´algebras de Lie de tipo A2 y B2?

Para dar respuesta a esta cuestión se establece como objetivo del proyecto determinar las cámaras de Weyl en las álgebras de Lie de tipo A2 y B2 para establecer las alcobas asociadas a dichas álgebras. Ello se va a desarrollar realizando un estudio exhaustivo de las propiedades de las álgebras de Lie de tipo A2 y B2, posteriormente se determinarán las cámaras de Weyl de las álgebras de Lie mencionadas anteriormente usando el sistema simple de raíces asociado para finalmente construir las alcobas correspondientes a las álgebras de Lie A2 y B2 usando los hiperplano asociados a las cámaras de Weyl antes determinadas.

Este trabajo tiene las características de la investigación pura o básica ya que “se propone enriquecer el conocimiento sin preocuparse por la aplicación directa o inmediata de los resultados” (Garza,2007), con una metodología teórica. Además, se enmarca dentro de la línea de investigación institucionalizada de Matemáticas, Física y Estadística. Esta línea de investigación hace parte del saber específico y el área de formación básica del Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Facultad de Ciencias Humanas y de la Educación de la Universidad de los Llanos.

Como resultados a mencionar se destaca el estudio del concepto de sistemas de raíces, y la obtención de un resultado muy importante de algunas propiedades geométricas de dicho concepto, además se presenta el concepto de cadenas de raíces y se muestra una manera alternativa de introducir los sistemas de raíces en términos de estos objetos. Se introducen los sistemas de raíces correspondientes a las álgebras de tipo A2 y B2.

Posteriormente se presenta un subconjunto del sistema de raíces que describe de manera adecuada el comportamiento del resto de raíces (base), y se muestran algunas propiedades de las raíces simples. Además, se determinan algunos subconjuntos que se relacionan naturalmente con los conceptos de vectores regulares e hiperplano ortogonales a las raíces de un sistema de raíces (Cámaras de Weyl) para finalmente construir las alcobas correspondientes a las algebras de tipo

A2 y B2 utilizando reflexiones afines y relativas a hiperplano asociados a las cámaras de Weyl antes determinadas.

Bibliografía

Bourbaki, N. (2002) Elements of mathematics, Lie Groups and Lie Algebras Chapter 4-6. Editorial Springer.

Castro, A. (2005) Clasificación de las álgebras de Lie semi-simples de dimensión finita y los diagramas de Dynkin. [Tesis de Licenciatura en Matemáticas. Universidad Industrial de Santander].

Castro, A. (2013) Ideales abelianos y estructuras casi complejas. [Tesis de Maestría en Matemáticas. Universidad Industrial de Santander].

Gantmacher, F. (1959) The Theory of matrices. Vol 1. Chelsea publishing Company New York.

Garza Mercado, A. (2007) Manual de técnicas de investigación para estudiantes de ciencias sociales y humanidades. 7ma ed. México D.F.: El colegio de México, Biblioteca Daniel Cosío Villegas.

Gilmore, R. (1974) Lie Groups, Lie Algebras, and some of Their Applications. Jhon Wiley y Sons. New York.

Gonzáles, C. (2004) Alcobas asociadas a Sistemas de Raíces de tipo A2, B2 y G2. [Trabajo de grado. Universidad Industrial de Santander].

Olaya, A. (2017) Caracterización de las Álgebras de Líe Nilpotentes y Solubles. [Trabajo de grado. Universidad de los Llanos].

Paredes, M., Pinzón, S. (2004). Geometría de variedades bandera. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias, 28(106), 123-134.

Rodríguez, E. (2007). Sistemas de raíces abstractas y álgebras de Lie.

San Martín, L. A. B. (1999) Álgebras de Líe. Editora da Unicamp.

Shi, J. Y. (1987). Alcoves corresponding to an affine Weyl group. Journal of the London Mathematical Society, 2(1), 42-55.

MODELO FRACCIONARIO DE GOMPERTZ APLICADO AL ESTUDIO DE LA TUBERCULOSIS EN MÉXICO

Rosalio Reyes Guillermo
rreyes@ifuap.buap.mx
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México

Resumen

La tuberculosis es una enfermedad que ha afectado a los humanos desde la antigüedad, algunas estimaciones afirman que el género mycobacterium ha estado presente en el medio ambiente durante aproximadamente 150 millones de años. Hace unos 3 millones de años, se

originó en África una variante capaz de infectar a los humanos, provocando una reducción de los grupos humanos en esa época. Aunque existen muchas variantes, la bacteria Mycobacterium tuberculosis es la responsable de la infección humana. Los primeros hallazgos de tuberculosis en humanos se encontraron en restos óseos que datan del Neolítico y se documentan brotes posteriores en la antigua Grecia, la Edad Media y el Renacimiento.

En México, la tuberculosis es considerada actualmente un reto para la salud pública ya que una persona con esta enfermedad puede contagiar de 15 a 20 personas por año. Según el Gobierno Federal en México, más de la mitad de todos los municipios del país reportan casos de tuberculosis cada año, prácticamente hay Tuberculosis en todo México. Las entidades federativas con mayor número de casos nuevos y defunciones son: Baja California, Veracruz, Guerrero, Sonora, Tamaulipas, Chiapas, Nuevo León y Tabasco.

El desarrollo de nuevas teorías matemáticas y su incorporación a la modelización matemática ha permitido proponer modelos matemáticos que reflejan con mayor precisión la dinámica de procesos físicos, químicos o biológicos, entre otros. Las ecuaciones diferenciales han sido ampliamente utilizadas para modelar las dinámicas que se dan en diferentes procesos naturales, el estudio de las leyes que rigen dichos sistemas a través de ecuaciones diferenciales puede abordarse mediante problemas directos o inversos.

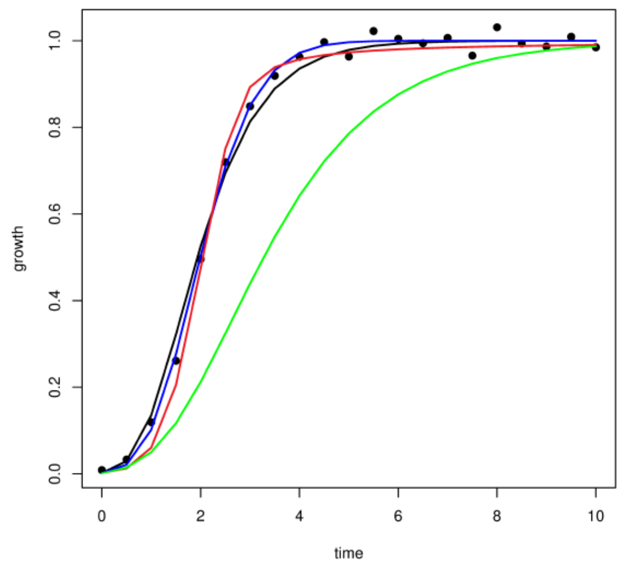
El cálculo clásico trabaja con operadores diferenciales e integrales de orden entero. El cálculo fraccionario generaliza estos resultados considerando órdenes no enteros. La idea del cálculo fraccionario es tan antigua como el mismo cálculo clásico, y su estudio ha sido abordado por grandes personajes como el marqués de L´Hôpital, Leibniz, Fourier, Abel, Liouville, Riemann, entre otros. En el siglo XX, se destacan la definición de Hermann Weyl, dada en 1917, la cual es adecuada para funciones periódicas; y la de Caputo, dada en 1967, la cual permite interpretar físicamente las condiciones iniciales.

La investigación sobre el cálculo fraccionario se había limitado al campo de las matemáticas puras, pero en las últimas dos décadas, muchas aplicaciones del cálculo fraccionario aparecieron en varios campos de la ingeniería, ciencias aplicadas, física, economía, etc. Como resultado, el cálculo fraccionario se ha convertido en un tema importante para los investigadores en varios campos.

El modelado de sistemas dinámicos utilizando ecuaciones diferenciales, integrales o ambas se ha visto impactado con la introducción de las derivadas de orden fraccionario e integrales, la propuesta y desarrollo teórico de las derivadas de orden fraccionario ha permitido el estudio de procesos en los que se conoce la historia del proceso que se estudia. importante, no es tan importante la información puntual como la información global (en un intervalo) del proceso, en este sentido las derivadas fraccionarias globales (e.g. Caputo y Riemann-Liouville) no están recogiendo mera información local. Por lo tanto, la naturaleza misma de muchos procesos naturales en los que la dinámica está influenciada por el propio proceso en un intervalo de tiempo anterior hace que el cálculo fraccionario sea natural para el modelado de estos procesos.

En este trabajo presentamos una definición de derivada local fraccionaria generalizada, que contiene como caso particular varios de los reportados en la literatura. En este marco, aplicamos este operador al estudio de las soluciones de algunas ecuaciones diferenciales fraccionarias y nos enfocamos principalmente en un modelo de Gompertz aplicado al estudio de la tuberculosis en México. También mostramos la efectividad de este modelo ajustándolo a datos reales. y comparándolo con otros modelos usando otras definiciones bien conocidas de derivada fraccionaria. Emplearemos una derivada local fraccionaria generalizada G_T^α dependiente de una función de perturbación $T(t,\alpha)$. Esta definición es una generalización de algunas de las derivadas fraccionarias más conocidas.

La siguiente imagen muestra los ajustes correspondientes a las observaciones (puntos negros) asociados a los datos simulados, esto para los siguientes enfoques fraccionarios: KFD (verde), GCFD G_T^α con $T(t,\alpha) = e^{(\alpha-1)t}$ (azul), CFD (rojo) y Ordinario (negro).



A continuación, presentamos los errores de ajuste, denotados $\ell 1$ para los enfoques: KFD (0.850153303), GCFD **(0,005640209)**, CFD (0,016351221) y Ordinario (0,013811630).

Bibliografía

Hernández-Gómez, JC., Reyes, R., Rodríguez & JM, Sigarreta, JM. (2022). Fractional model for the study of the tuberculosis in Mexico. *Math Meth Appl Sci*, 45(17), 1-14. doi:10.1002/mma.8392

DELPHI DE NUBE EN LA INVESTIGACIÓN SOBRE PLANTEO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Miguel Cruz Ramírez, Nolbert González Hernández
mcruzr@uho.edu.cu, nolbertreblon@gmail.com
Universidad de Holguín, Cuba

Resumen

Los métodos de experto resultan útiles durante el proceso de análisis preliminar de información, con el objetivo de enrumbar los estudios por caminos de mayor probabilidad de éxito. Incluso estos métodos se emplean de modo conclusivo, con objetivos enfocados hacia la evaluación de cualidades tales como la eficacia, la viabilidad, efectividad, pertinencia, y factibilidad de un resultado de investigación, principalmente práctico. Existe incluso una tercera forma, más audaz y por ello no ajena a los riesgos, donde los métodos de experto se utilizan en el campo de la prospectiva. La realización de pronósticos, las estimaciones, y la construcción de futuro suele erigirse sobre un terreno movedizo, a partir del elevado nivel de subjetividad de las fuentes de información. No obstante, la experiencia de más de medio siglo en el empleo de estos métodos, ha favorecido su acogida en el campo del saber científico. Por este motivo, cuenta entre los métodos empíricos de varias ciencias sociales, donde está presente la Educación Matemática como parte de las Ciencias de la Educación.

Con el objetivo de proveer a los métodos de experto de mayor rigor y disminuir los peligros que entrañan los niveles de subjetivad basada en la competencia experta, muchas veces sesgada por la impronta que impone la experiencia individual, se han establecido mecanismos para el procesamiento de la información con base en modelos matemáticos. Uno de los métodos más recientes está relacionado con el Modelo de Nube (Li, Liu, y Gan, 2009), el cual se apoya en tres conceptos fundamentales: la expectativa (*Ex*), consistente en la esperanza matemática de que las gotas de la nube pertenezcan a un concepto del universo, la entropía (*En*), que expresa la medida borrosa de un concepto cualitativo, como ámbito de cobertura del universo que puede ser admitido por el concepto, y la hiper-entropía (*He*), que es el grado de incertidumbre de la entropía, y refleja la dispersión de las gotas de la nube. Por tanto, la amplitud de la nube explica

el grado de borrosidad, mientras que el espesor de la nube explica el grado de aleatoriedad (Xu y Xu, 2018).

Con base en este modelo, se han desarrollado varias aplicaciones en el campo del procesamiento de información experta, lo cual implica al método Delphi (Cruz y Cables, 2022). En el presente trabajo se aplica este método en el procesamiento de información experta, en el marco de un estudio sobre planteo y resolución de problemas matemáticos. Se trata de un diseño investigativo centrado en muestras pequeñas y donde se ponderan aspectos cualitativos relacionados con la imaginación de nuevos problemas y la resolución de problemas por vías originales. Ello justifica la necesidad de complementar la experiencia empírica con otros métodos, en este caso el método de experto estructurado por rondas de consenso. La participación de un panel compuesto por 21 expertos de amplia experiencia en la educación matemática, tanto de carácter teórico como práctico, permitió la evaluación de un procedimiento didáctico dirigido a potenciar el planteo y resolución de problemas en la formación inicial de profesores de matemáticas. El estudio se realizó en la carrera de Licenciatura en Educación Matemática de la Universidad de Holguín, la cual transita por el plan de estudio E y ha contribuido a la formación de profesores de esta asignatura desde el curso escolar 1977-1978, para el subsistema provincial de educación.

El panel de expertos recibió información detallada del procedimiento didáctico, el cual está compuesto por cuatro fases: planteo de problemas, elaboración de estrategias de solución, solución de problemas, y evaluación de la solución. Esta última etapa implica un momento, no solo valorativo, sino perspectivo en el sentido de valorar la aplicación ulterior del proceder aplicado y el planteo de nuevos problemas con base en el ya resuelto. Cada fase aparece estructurada por acciones de ejecución y su conjunto está complementado por cuatro etapas para el empleo del procedimiento en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La Figura 1 ilustra los resultados de procesar la opinión de los expertos en una de las variables evaluadas durante el estudio. La campana formada por gotas de la Nube ha sido generada por el algoritmo *CloudDelphi* programado en lenguaje R (Cruz y Cables, 2022). La representación en gris refleja las opiniones individuales dentro de una escala de evaluación de 0 a 100. La campana en color más oscuro refleja de forma sintética la evaluación colectiva de todo el panel experto.

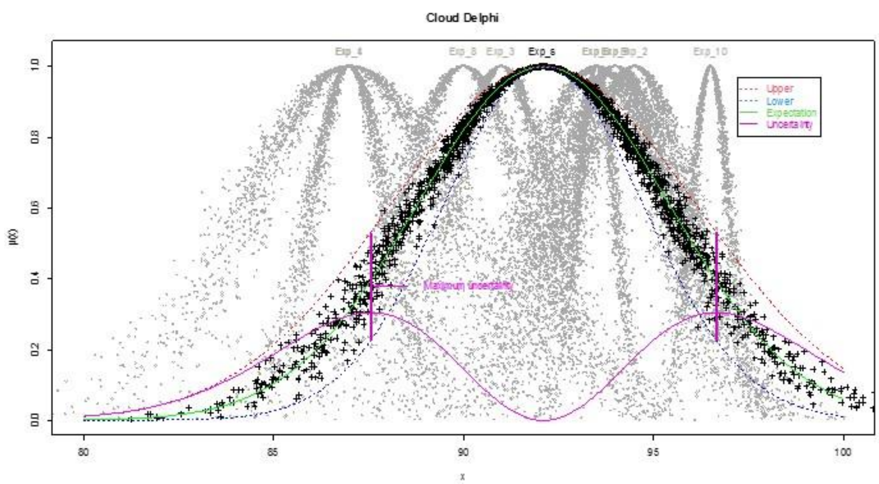


Figura 1. Procesamiento de las evaluaciones emitidas por el panel experto

El gráfico es ilustrativo de la evaluación de todo el panel. Puede verse que las zonas de mayor aleatoriedad (hiper-entropía) se expresan por medio del “grosor” en la nube. La expectativa alcanza un valor cercano a 92, conforme a la escala establecida, mientras que la entropía comprende aproximadamente el intervalo [80, 100]. Por tanto, aunque existen diferencias puntuales en la evaluación individual de cada experto, la representación global por medio de los indicadores *Ex*, *En* y *He* permiten adoptar una posición valorativa acerca de los resultados del estudio.

La investigación permite concluir que el Delphi de Nube constituye una herramienta adecuada para investigaciones basadas en muestras pequeñas, donde la opinión experta y el juicio cualitativo pueden procesarse con base en métodos de escala. La información se expresa por medio de campanas en forma de nubes, las cuales permiten establecer una nube global que sintetiza la opinión evaluativa de cada experto. La representación gráfica se complementa con tres indicadores que resultan útiles para proveer el estudio de un análisis más riguroso y objetivo. La aplicación de este método ha mostrado su utilidad en el campo de la investigación científica en Educación Matemática, específicamente en la valoración de un procedimiento didáctico para favorecer el planteo y la resolución de problemas en la formación de profesores de matemáticas.

Referencias

Cruz, R., y Cables, H. (2022). Un estudio comparado de dos enfoques no deterministas en el Delphi de pronóstico. *Investigación Operacional*, *43*(2), 102-120. https://pesquisa.bvsalud.org

Li, D., Liu, C., y Gan, W. (2009). A new cognitive model: Cloud Model. *International Journal of Intelligent Systems*, *24*(3), 357-375. doi: https://doi.org/10.1002/int.20340

Xu, Q., y Xu, K. (2018). Assessment of air quality using a cloud model method. *Royal Society Open Science*, *5*, 171580. doi: https://doi.org/10.1098/rsos.171580

MÉTRICAS RIEMANNIANAS EN GEOMETROTERMODINÁMICA

María Nubia Quevedo Cubillos
maria.quevedo@unimilitar.edu.co
Universidad Militar Nueva Granada, Colombia

Resumen

La Geometrotermodinámica (GTD) [1] es un formalismo que usa conceptos de topología, geometría diferencial, geometría algebraica, teoría de grupos y ecuaciones diferenciales para describir sistemas en los cuales se satisfacen los postulados de la termodinámica. La GTD se encuentra en desarrollo, tiene muchos problemas abiertos, preguntas por resolver y muchas áreas

para explorar. Cada paso que se da en la investigación permite validar su estructura matemática haciéndola cada vez más robusta.

Para hacer uso de la geometría diferencial en GTD lo esencial es contar con una variedad diferencial n-dimensional M, en la cual, cada uno de sus puntos son definidos mediante coordenadas, es decir, si $p \in M \rightarrow p$ tiene asociadas coordenadas de la forma:

$x_p^a = \left(x_p^1, x_p^2, \ldots . x_p^n\right)$, además, cada p está contenido dentro de una vecindad, la cual es asignada mediante una topología y dentro de la cual es posible definir un mapeo hacia $\mathbb{R}^n$, con los cual podemos decir que localmente cada vecindad es equivalente desde la perspectiva geométrica a $\mathbb{R}^n$. Esta importante propiedad implica que la descripción de una variedad dada no depende de la elección del sistema de coordenadas que la describen [2] .

Sobre la variedad M es necesario definir un elemento de línea o métrica que a su vez permita definir una distancia entre cada par arbitrario de puntos y que no dependa de la elección del sistema de coordenadas. Así, para cada par de puntos $P_1 \ y \ P_2 \in M$ se le asignan sus respectivas coordenadas $x_{p_1}^a = x^a$ y $x_{p_2}^a = x^a + dx^a = x_b$ y se define la distancia $ds^2 = \sum_{ab} g_{ab} dx^a dx^b$ donde g_{ab} es una matriz simétrica y no singular que recibe el nombre de métrica. La distancia definida de esta manera no depende de la elección de coordenadas.

Así, para una función de la forma $F = F(x, y)$ la métrica g puede ser calculada mediante la fórmula

$$g = \left(x\frac{\partial F}{\partial x}\right)\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\, dx^2 + \left(y\frac{\partial F}{\partial y}\right)\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}\, dy^2 + \left[\left(x\frac{\partial F}{\partial x}\right) + \left(y\frac{\partial F}{\partial y}\right)\right]\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} dx\, dy \qquad (1)$$

Usando conceptos de la geometría diferencial como conexión: $\Gamma_{bc}^a = \Gamma_{bc}^a\left(\frac{\partial g_{ab}}{\partial x^c}\right)$, tensor de curvatura: $R_{acb}^c = R_{acb}^c\left(\frac{\partial \Gamma_{bc}^a}{\partial x^c}\right)$, tensor de Ricci: $R_{ab} = g^{cd} R_{acb}^c$ podemos hallar el valor del escalar de curvatura de la variedad: $R = g^{ab}R_{ab}$, indicándonos algunas de sus propiedades geométricas, en particular, aquellas relacionadas con la existencia de singularidades [3].

En principio hay una gran arbitrariedad en la manera de introducir métricas, en GTD se requiere que las métricas resultantes sean invariantes con respecto a las transformaciones de Legendre y resultó que esta condición la satisfacen tres métricas diferentes que se pueden escribir como:

$$g^{I} = (d\phi - x_a dx^a)^2 + (\xi_{ab} x^a x^b)(\delta_{cd} dx^c dx^d) \qquad (2)$$

$$g^{II} = (d\phi - x_a dx^a)^2 + (\xi_{ab} x^a x^b)(\eta_{cd} dx^c dx^d) \qquad (3)$$

$$g^{III} = (d\phi - x_a dx^a)^2 + \textstyle\sum_1^n x_a x_b \, dx^a dx^b \qquad (4)$$

donde ϕ es una función que depende de las coordenadas x^a, $x_a = \delta_{ab} x^b$, ξ_{ab} es una matriz diagonal constante, $\delta_{ab} = diag(1,1, \ldots .1)$ y $\eta_{cd} = diag(-1,1, \ldots ..1)$. [4]

Vemos que para calcular las componentes explícitas de las métricas es necesario contar con la función ϕ, la cual depende de cada sistema en particular y se puede determinar ya sea mediante métodos empíricos o usando principios variacionales. Dada la importancia de esta función, se le conoce también como ecuación fundamental. En la práctica hemos aplicado la GTD a un sinnúmero de sistemas y en todos ellos se ha demostrado que es posible utilizar las propiedades geométricas de la variedad M para describir características de los sistemas y los procesos físicos que en ellos pueden tener lugar.

Un resultado importante de la GTD es que los sistemas se pueden clasificar en homogéneos y cuasi-homogéneos, dependiendo de las propiedades matemáticas de la función ϕ en lo referente a su dependencia explícita de las coordenadas x^a [5].

Conclusiones

Mediante las métricas así definidas se ha logrado describir un conjunto amplio de sistemas, lo cual valida y hace cada vez más robusta, la estructura matemática de la GTD

Aún se deben estudiar las propiedades matemáticas de las ecuaciones fundamentales descritas mediante funciones cuasi-homogéneas y homogéneas.

Bibliografía

[1] H. Quevedo, "Geometrothermodynamics", J. Math. Phys. 48, 013506 (2007).

[2] V. Pineda, H. Quevedo, M.N. Quevedo, A. Sánchez, E. Valdés, On the physical interpretation of geometrothermodynamic metrics (2018)

[3] H. Quevedo and M. N. Quevedo, "Fundamentals of Geometrothermodynamics" in The Mathematical Beauty of Symmetry, Proceedings of the 2010 Zacatecas Workshop on Mathematical Physics II, México (Zacatecas, México, diciembre, 2010), edited by V. V. Dvoeglazov, A. Molgado, C. Ortiz (Electronic Journal of Theoretical Physics, November 2011) pp. 1 – 16.

[4] Quevedo, H., Quevedo, M.N. & Sánchez, A. Homogeneity and thermodynamic identities in geometrothermodynamics. Eur. Phys. J. C 77, 158 (2017). https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-017-4739-3

[5] H. Quevedo, M.N. Quevedo and A. Sánchez, Quasi-homogeneous black hole thermodynamics, Eur. J. Phys. C 79, 1-11 (2019).

THE LINK BETWEEN SHANNON'S ENTROPY, RENYI'S ENTROPY AND PROBALITY

Delphin Kabey Mwinken[1] ,Emoke Imre[2], Habaguhirwa Vedaste[3]
1. AIAM Doctoral School, Óbuda University,Hungary,and Lecturer at High Polytechnics Intitute of Huambo of José Eduardo dos Santos's University,Huambo-Angola
2.EKIK HBM Research centre, Óbuda University,Hungary
3.Msc.Mechatronics Engineering, Óbuda University,Hungary, Ass. Lectrurer at RP/IPRC Musanze, Rwanda.
Corresponding E-mail: delphinsrc@gmail.com

Abstract

Shannon's theory defines a data communication system composed of three elements: a source of data, a communication and a receiver. The fundamental problem of communication is for the receiver to be able to identify what data was generated by the source, based on the signal.

Shannon considered various ways to prove in his famous source coding theorem that the entropy represents an absolute mathematical limit on data from the source can be losslessly compressed onto a perfectly noiseless. Shannon strengthened this result considerably for noisy channels in his noisy -channel coding theorem. The core idea of information theory is that the informational value of a communicated message depends on the degree of the surprised message . The concepts of Shannon entropy can be used to derive the mutual information measurements used in information-theoretic multi-modality medical image coregistration. However, there are more works shown that mutual information is a biased maximum likelihood technique, and in the original application, calculating the information content of signals from a discrete alphabet of independent symbols, Shannon entropy is identical to the likelihood function. Rényi entropy generalizes Shannon entropy and includes other entropy measures as special case.

Key-words: Communication, Information theory, system, Data, Mathematical limit, Shannon’s entropy,

Resumen

La teoría de Shannon define un sistema de comunicación de datos compuesto por tres elementos: una fuente de datos, una comunicación y un receptor. El problema fundamental de la comunicación es que el receptor pueda identificar qué datos generó la fuente, en función de la señal. Shannon consideró varias formas de demostrar en su famoso teorema de codificación de fuentes que la entropía representa un límite matemático absoluto en los datos de la fuente que se pueden comprimir sin pérdidas en un entorno perfectamente silencioso. Shannon reforzó considerablemente este resultado para canales ruidosos en su teorema de codificación de canales ruidosos. La idea central de la teoría de la información es que el valor informativo de un mensaje comunicado depende del grado del mensaje sorprendido. Los conceptos de la entropía de Shannon se pueden utilizar para derivar las mediciones de información mutua utilizadas en el corregistro de

imágenes médicas multimodales de teoría de la información. Sin embargo, hay más trabajos que muestran que la información mutua es una técnica de máxima verosimilitud sesgada, y en la aplicación original, calculando el contenido de información de las señales de un alfabeto discreto de símbolos independientes, la entropía de Shannon es idéntica a la función de verosimilitud. La entropía de Rényi generaliza la entropía de Shannon e incluye otras medidas de entropía como caso especial.

Palabras-clave: Comunicación, Teoría de la información, sistema, Datos, Límite matemático, Entropía de Shannon

Introduction

The Entropy in information theory is directly analogous to the entropy in statistical thermodynamics. The analogy results when the values of the random variable designate energies of microstates, so Gibbs formula for the entropy is formally identical to Shannon's formula.The definition can be derived from a set of an axiom, postulate, or assumption is a statement that is taken to be true , to serve as a premise. Extended into an entropy rate, it gives bounds in coding and compression theorems. Shannon described how statistical entropy and entropy rate relate to other notions of entropy that are relevant to probability theory like entropy of a discrete.Their mathematical foundations and correlates (the entropy concentration, Sanov, Shannon–McMillan–Breiman, Lempel–Ziv and Pesin theorems) clarify their interpretation and offer a rigorous basis for maximum entropy principles. [1] [2] [3]

Description of the problem

The information content also called the surprisal or self-information, of an event E is a function which increases as the probability $p(E)$ of an event decreases. When probability $p(E)$is close to 1, the surprisal of the event is low, but if probability $p(E)$is close to 0, the surprisal of the event is high.

This relationship is described by logarithmic function which is the inverse function to exponentiation. This means, the logarithm of a given number x is the exponent to which another fixed number, the base must be raised, to produce that number x.

Objective

In this paper we intend:

To show how the choice of measurement domain, can be expressed in the probabilistic expressions and to define how a continuous functions cannot be expected to be valid for arbitrary in the determined problem

Methodology

To understand this paper a mathematical tool is very important. Most of the informations are from literature in the library.

Data analysis and results

In the simplest case, the logarithm counts the number of occurrences of the same factor in repeated multiplication. The logarithm which gives 0 surprise when the probability of the event is 1, is the only function that satisfies this specific set of characterization to understand the meaning of , $-\sum \boldsymbol{p_i} \log(\boldsymbol{p_i})$ and defines an information function I in terms of an event i with probability pi. The amount of information acquired due to the observation of event i follows from Shannon's solution of the fundamental properties of information which are:

I(p) is monotonicity decreasing in p: an increase in the probability of an event decreases the information from an observed event, and viceversa [2]. I (1) = 0: events that always occur do not communicate information. $I(p_1 p_2) = I(p_1) + I(p_2)$: the information learned from independent events is the sum of the information learned from each event. Given two independent events, if the first event can yield one of n equiprobable outcomes and another has one of m equiprobable outcomes then there are mn equiprobable outcomes of the joint event. This means that if $log_2 n$ bits are needed to encode the first value and $log_2(m)$ to encode the second, one needs $log_2(m.n) = log_2(m) + log_2 n$ to encode both.

2.The Shannon entropy

The particular mathematical advantages of the setting of information theory.The Shannon information can be interpreted as the level of surprise of a particular outcome. Shannon's information is closely related to entropy ,which is the expected value of the self-information of a random variable, which is the average amount of information and it expects to gain about a random variable when measuring it. The surprisal of the event described by the Shannon information can be expressed as follows:

$$log\left(\frac{1}{P(E)}\right)$$

where log is the logarithm , which gives 0 surprise when the probability of the event is 1. In fact, the log is the only function that satisfies this specific set of characterization.

To understand the meaning of $-\sum P_i \log(P_i)$ first define an information function I in terms of an event i with probability pi. The amount of information acquired due to the observation of event i follows from Shannon's solution of the fundamental properties of information I(p) is monotonically decreasing is in p: an increase in the probability of an event decreases the information from an observed event, and vice versa; I(1) = 0: events that always occur do not communicate information;I($p_1 \cdot p_2$) = I(p_1) + I(p_2): the information learned from independent event is the sum of the information learned from each event .[4] [5] [6] Shannon discovered that a suitable choice of is given by: $(P) = log\left(\frac{1}{p}\right) = -logP$

In fact, the only possible values of I are $I(u) = logu$ for K< 0. Additionally, choosing a value for k is equivalent to choosing a value x>1 for $K = \frac{1}{logx}$, so that x corresponds to the base for the logarithm . This entropy is characterized by the four properties represented by :

$I(E) = -log_2((E))$or equivalently, $I(E) = log_2\left(\frac{1}{P(E)}\right)$ Named after Boltzmann's H-theorem Shannon defined the entropy H of a disctrete random variable X, which takes values in the alphabet X and is distributed according to p:X→[0,1] such that p(x)=P[X=x] :$p: X \to (0\ 1) such\ that\ p(x) = P(X = x)H(x) = E\big(I(x)\big) = E(-\log(E)$

One may also define the conditional entropy of two variables X and Y taking values from sets X and Y respectively, as:

$$H(X,Y) = H(X \parallel Y) + H(Y) = H(Y \parallel X) + H(X)$$

The seminal work of Shannon based on papers by Nyquist and Hartley rationalised these early and Shannon states that a measure of the amount of information H(p) contained in a series of events $p_1 - - - - - - p_n$ should satisfy three requirements

a) H should be continuous in the p_i

b) if all the pi is equally probably, so pi = 1/N, then H should be a monotonic increasing function of N;

c)H should be additive. Shannon proved that the only H satisfying these three requirements is

$$H(P) = -K \sum_{1=1}^{N} P_i ln P_i$$

where K is a positive constant and the extensions of Shannon's original work have resulted in many alternative measures of information or entropy.

For instance, by relaxing the third of Shannon's requirements, that of additivity, Renyi was able to extend Shannon entropy to a continuous family of entropy measures that obey

$$H_q(P) = \frac{1}{1-q} ln \sum_{1=1}^{N} Pi^q$$

The Renyi entropy tends to Shannon entropy when as q → 1. What Kendall defines the information content of a probability distribution in the discrete case as:

$$I_q(P) = \frac{1}{q-1} \sum_{i=1}^{N} \frac{Pi^q}{q-1}$$

The Shannon entropy in the established limit, and the results was confirmed experimentally on a sample of uniform probabilities, which from the observations on the theoretical validity of entropy measures .[7] [8] [9]

The growth of telecommunications in the twentieth century, several researchers on the information content of signals shown the growth of communication. Shannon's work is based on Nyquist and Hartley works demonstrating a coherent Mathematical theory in communication through the initiative research in the area of information theory .According Shannon's conception of the measurement of the amount of information H(p) contained in a series of events $p_1 - - - - - p_N$ should satisfy the following requirements:

• H whch is the amount of information should be continuous in the p_i

• if all the pi are equally probably, so $p_i = \frac{1}{N}$, then H should be a monotonic increasing function of N;

• H the amount of information should be additive.

The only amount of information H which satisfy the three requirements is represented by:

$$H(P) = -K \sum_{i=1}^{N} p_i \, lnp_i$$

where K is a positive constant. This quantity is called Shannon entropy and used in various applications: Shannon entropy is considerd to be the origin of the mutual information measurement in multi-modality medical image coregistration. The original work of Shannon shows many results in different measurement of information and entropy. Using the third of Shannon’s requirements of additivity, from what Renyi was able to extend Shannon entropy to a continuous group of entropy of measurements that obey the following expression:

$$H_q(P) = \frac{1}{1-q} ln \sum_{i=1}^{N} {p_i}^q$$

When the Renyi entropy tends to Shannon entropy as $q \to 1$.

This shows that the information of a probability distribution is a discrete case defined by the equation below:

$$I_q(P) = \frac{1}{1-q} - \sum_{i=1}^{N} \frac{{p_i}^q}{q-1}$$

Also, in other hand as Shannon entropy tends to be $q \to 1$.

We need to assert these expressions to regenerate Shannon entropy in the limit, and we therefore the proofs shows the results experimentally on a sample of uniform probabilities, from some observations we can validate in general the entropy measurements.

3.Shannon Entropy and Information

The information of a sample of probabilities p_i where $I_q(P) = -\sum_{i=1}^{N} \frac{Pi^q}{q-1} + \frac{1}{q-1} = \sum_{i=1}^{N} \frac{p_i - Pi^q}{q-1}$

Putting in the above equation

$$q - 1 = a\,, q \to 1 \; and \; a \to o \;\; we \; have \;\; a \; serie \; expansion \; for \; logarithm$$

Which is $\ln(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3!} - -- = I_1(P) = \sum_{i=1}^{N} PilnP_i$ which is Shannon entropy.

The corresponding formula for a continuous random variable with probality density function f(x) with finite or infinite support X on the real line is defined by analogy, using the above form of the entropy as an expectation: $.H(x) = E\big(-logf(x)\big) = -\int xf(x)logf(x)dx$ .Hence, we can define the information, or surprisal using the following formula

$$H(x) = -\sum_{x \in x} p(x)logp(x) = E(-\log(x))$$

In the casting a die with higher entropy than tossing a coin because each outcome of a die toss is smallest probability about $p = \frac{1}{6}$ than each outcome of a coin toss $p = \frac{1}{2}$. Considering in probality theory and statistics a sequence of independent bernouilli trials independence is a fundamental notion in probality theory.[10][11]

4.Application of Shannon Entropy, Renyi Entropy and Information

Given a sample of probabilities p_i

$$\sum_{i=1}^{N} p_i = 1$$

The typical Renyi entropy from the experience is given by:

$$H_q(P) = \frac{1}{1-q} ln \sum_{i=1}^{N} {p_i}^q$$

At $q = 1$ the value of this quantity is potentially undefined as it generates the form of indetermination $\frac{0}{0}$. we apply l'Hopital's Theorem to find the limit of the Renyi entropy,

$$\lim_{q \to a} \frac{f(q)}{g(q)} = \lim_{q \to a} \frac{f'(q)}{g'(q)}$$

where in this case $a = 1$. We put

$f(q) = ln \sum_{i=1}^{N} {p_i}^q$,$g(q) = 1 - q$

Then $\frac{d}{dq} g(q) = -1.$, $\frac{d}{dq} f(q) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} {p_i}^q} \sum_{i=1}^{N} \frac{d}{dq} \; {p_i}^q$

The form ax can be differentiated w.r.t. x by putting

$$\frac{da^x}{dx} = \frac{d}{dx} e^{xlna} = e^{lna} \frac{d}{dx} xlna = a^x lna$$

Therefore

$$\frac{d}{dq} f(q) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} {p_i}^q} \sum_{i=1}^{N} {p_i}^q ln p_i$$

Letting $q \to 1$, we have

$$\frac{d}{dq}f(q) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} p_i}\sum_{i=1}^{N} p_i ln p_i$$

Since the p_i sum to unity this gives

$$\lim_{q\to 1}\frac{1}{1-q} ln \sum_{i=1}^{N} {p_i}^q = \sum_{i=1}^{N} p_i ln p_i$$

Which is the Shannon entropy

3. Shannon Entropy and Information

The information of a sample of probabilities p_i where

$$\sum_{i=1}^{N} p_i = 1$$

is given by :

$$I_q(P) = -\sum_{i=1}^{N}\frac{{p_i}^q}{q-1} + \frac{1}{1-q} = \sum_{i=1}^{N}\frac{p_{i-}{p_i}^q}{q-1}$$

The entropy measurements for a uniform probabilities shows that the Renyi entropy and information converge to the Shannon entropy for $q \to 1$.

Put $q - 1 = a$,so that as $q \to 1$ $a \to 0$ and $p_i = 1 - x_i$ Then

$$I_a(x) = \sum_{i=1}^{N}\frac{(1-x_i)-(1-x_i)^{a+1}}{a}$$

Taking out one power of p_i immediately gives

$$I_a(x) = \sum_{i=1}^{N} \frac{(1-x_i)(1-(1-x_i)^a)}{a}$$

The binomial expansión $(1+x)^n = 1 + nx + n(n-1)\frac{x^2}{2!} + n(n-1)(n-2)\frac{x^3}{3!} - - -$

$-$

applying to the first term of this equation give the following

$$\frac{(1-x_i)^a - 1}{a} = -x_i + (a-1)\frac{x^2}{2!} - (a-1)(a-2)\frac{x^3}{3!} - - - -$$

If the limit of $a \to 0$ we have the following expression:

$$\frac{(1-x_i)^a - 1}{a} = -x_i + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} - - - -$$

Which is called the series expansion of the natural logarithm

$$\ln(1-x) = -x_i + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} - - - -$$

Therefore,

$$\lim_{a\to 0} \frac{(1-x_i) - (1-x_i)^{a+1}}{a} = -(1-x_i)\ln(1-x_i)$$

and

$$I_1(P) = -\sum_{i=1}^{N} p_i \, ln p_i$$

which is the Shannon entropy.

The information of a sample of probabilities p_i where $\sum_{1=1}^{N} p_i$

$$I_q(P) = -\sum_{i=1}^{N} \frac{Pi^q}{q-1} + \frac{1}{q-1} = \sum_{i=1}^{N} \frac{p_i - Pi^q}{q-1}$$

Putting in the above equation

$$q - 1 = a \, , q \to 1 \; and \; a \to o \;\; we \; have \;\; a \; serie \; expansion \; for \; logarithm$$

Which is $\ln(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3!} - -- = I_1(P) = \sum_{i=1}^{N} PilnP_i$ which is Shannon entropy

This has demonstrated that, in the limit of $q \to 1$, both the Renyi entropy$H_q(p)$ and the information $I_q(p)$ tend to the Shannon entropy. However, as Kendall states these measures are scale-dependent when applied to continuous distributions, and so their absolute values are meaningless. The monotonic relationship implies that Renyi entropy and information can be used in interchangeably practical applications. However, as Shannon described, this can only be valid if the individual terms are independent that is the symbols in the signal are uncorrelated.[12] [13] [14]

CONCLUSION

The Statistical entropy was introduced by Shannon as a basic concept in information theory measuring the average missing information in a random source. Shannon describe how statistical entropy and entropy rate relate to other notions of entropy that are relevant to probability theory and clarify their interpretation and offer a rigorous basis for maximum entropy principles.The mathematical perspectives give a central position to entropy and relative entropy in statistical laws and provide insights into the notions of randomness, typicality and disorder. The relevance of entropy beyond the realm of physics, in particular for living systems and ecosystems, is yet to be demonstrate.The core idea of information theory is that the information value of communication message depends on the degree to which the content of the message that is means a highly event occurs, more informative message. It has been demonstrated that, in the limit of$q \rightarrow 1$, both the Renyi entropy$H_q(P)$ and the information $I_q(P)$ tend to the Shannon entropy ,since ince the Renyi entropy is a monotonic function of the information. However, the measurements are dependind when applied to continuous distributions, generally can only be used in different processes. This relationship implies that Renyi entropy and information can be used in any practical applications

References

[1] Thims, Libb. (2012). thermodynamic and information theory Science's Greatest Sokal Affair"Journal of Human Thermodynamics, 8(1): 1-120, Dec 2019. Wikipedia.

[2] Adam Besenyei .On some subaddivity inequality of entropy Department of applied Analysis Eotvos Lorand University Budapest ,Hungary ,April 2014

[3] P.A. Bromiley, N.A. Thacker and E. Bouhova-Thacker. Shannon Entropy, Renyi Entropy, and Information .The University of Manchester,2010

[4] Foundation and trend commuication and information theory volume 1 isssue 4 ,2004

[5] Information theory and statistics :A tutorial Imre Csiszar Renyi Institute of Mathematics Hungarian Academy of sciences

[6] Aftab, O., Cheung, P., Kim, A., Thakkar, S., and Yeddanapudi, N. (2001) information theory and the digital age.Project History, Massachusetts Institute of Technology.. [7] Raymond, Richard C. (1950). "Communication, Entropy, and Life" (abs), Am Sci. 38: 273-78; In: Modern Systems Research for the Behavioral Scientist (pgs. 157-), Aldine Pub. Co.,1969.

[8] (a) Shannon, Claude. (1956). The bandwagon , IRE Transactions: on Information Theory, 2(1):3, March.

[9] H Nyquist. Certain topics in telegraph transmission theory. A.I.E.E. Trans., page 617, April 1928.

[10] K Ord and S Arnold. Kendall's Advanced Theory of Statistics: Distribution Theory. Arnold, 1998.

[11] A Renyi. On measures of entropy and information. In Proc. Fourth Berkeley Symp. Mathematics. Statistics. Probability,1960, volume 1, page 547, Berkeley, 1961. University of California Press.
[12] C E Shannon. A mathematical theory of communication. Bell Systems Technical Journal, 27:379–423 and 623–656, Jul and Oct 1948.
[13] C Tsallis. Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics. Journal of Statistical Physics, 52:479–487, 1988.
[14] P Viola and W M Wells. Alignment by maximisation of mutual information. International Journal of Computer Vision, 24(2):137–154, 1997.

TSG 6. USO DE LAS TECNOLOGÍAS EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

REALIDAD AUMENTADA COMO APOYO PARA COMPRENDER LA MODELACIÓN DE FUNCIONES VECTORIALES EN TRES VARIABLES

José Vicente Samacá Ramírez, Edelmira Ochoa Camacho
jose.samaca01@usantoto.edu.co, edelmira.ochocamacho@uptc.edu.co
Universidad Santo Tomás, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia
Colombia

Resumen

Fundamentación y descripción del problema

La implementación de recursos tecnológicos en el proceso enseñanza aprendizaje de las matemáticas en el aula como lo es la Realidad Aumentada (RA) a través de GeoGebra resulta ser innovador y motivador para los estudiantes ya que les permite apropiarse de los contenidos matemáticos, establecer relaciones entre estos haciéndolos tangibles, observables y manipulables, lo cual se aleja de la enseñanza - aprendizaje tradicional y abstracta de las matemáticas (García-González y Solano-Suárez, 2020).

Realizando un rastreo de investigaciones y de la literatura existente en relación a la enseñanza- aprendizaje de las matemáticas con uso de tecnologías, encontramos de manera reiterada el llamado a su implementación y a promover procesos investigativos a fin de alcanzar mejoras y transformaciones positivas en el aula "desde un enfoque pedagógico integral" (Cabero et al., 2016, p.9). Para el desarrollo del estudio se ha tomado la definición de Realidad Aumentada (augmented reality) (RA) planteada por Cabero et al. (2016), en la cual señala que

> La RA se puede entender como la combinación de información digital e información física en tiempo real a través de diferentes dispositivos tecnológicos; es decir, consiste en utilizar un conjunto de dispositivos tecnológicos que añaden información virtual a la información física, para crear con ello una nueva realidad, pero donde tanto la información real como la virtual desempeñan un papel significativo (Cabero et al., 2016, p.76).

Desde la praxis docente en todos los niveles de escolaridad se evidencia en los estudiantes problemas de comprensión de conceptos y procedimientos propios de las

matemáticas, lo cual influye de manera significativa a la hora de tomar decisiones frente a situaciones o problemas planteados en contexto.

En este sentido, el estudio que se presenta pretendió contribuir a fortalecer las competencias matemáticas de los estudiantes de Ingeniería Industrial de cuarto semestre mediante la implementación de la tecnología de la Realidad Aumentada con el uso de GeoGebra en el aula en el tema de las funciones vectoriales en tres variables, necesarias para el desempeño académico y profesional.

Objetivo

Implementar la tecnología de Realidad Aumentada con uso de GeoGebra como apoyo en la enseñanza aprendizaje en el aula de las funciones vectoriales en tres variables en un curso de Ingeniería Industrial de cuarto semestre de la Universidad Santo Tomás sede Tunja.

Metodología

La población participante fue un grupo de 25 estudiantes de la carrera de Ingeniería Industrial de cuarto semestre de la Universidad Santo Tomás sede Tunja, con edades entre los 20 y 22 años. La muestra fue no probabilística por conveniencia (Otzen y Manterola, 2017), el estudio se desarrolló durante el segundo semestre de 2022. La investigación es cualitativa de tipo descriptivo y de carácter longitudinal (Hernández Sampieri et al., 2014), la cual permitió identificar las necesidades de aprendizaje de los estudiantes y fortalecer los aprendizajes existentes de estudiantes que estaban cursando por segunda vez la asignatura, usando una metodología de aprendizaje basado en el pensamiento (Thinking Based Learning) (Swartz et al., 2013), con la cual se pretendió que los estudiantes alcanzaran procesos de contextualización, de análisis, de relación, modelación, argumentación, entre otros, con base en conocimientos e información adquirida en el aula. La recolección de datos se realizó a través de observación participante y colecta de imágenes del trabajo realizado en clase. El tema de las funciones vectoriales en tres variables se trabajó durante dos sesiones de dos horas clase cada una, según contenido programático propuesto para el curso. Los estudiantes siguieron las instrucciones dadas por el profesor para realizar la graficación de ecuaciones en el plano cartesiano; en el trabajo realizado con los estudiantes se sobrepuso la gráfica de una ecuación simulando pantalones en un estudiante, como también esferas y sillas de montar sobre papel cuadriculado, entre otros ejemplos. Entre los contenidos que se desarrollaron con los estudiantes se encuentran dominio, representación gráfica, curvas de nivel y derivadas parciales.

Resultados finales

Para los estudiantes la implementación de la RA a través de GeoGebra usando la metodología de aprendizaje basado en el pensamiento (Thinking Based Learning) fue un ejercicio significativo en el cual lograron comprender conceptos y contenidos relacionados con el cálculo vectorial y refuerzo de los conocimientos previos de cursos anteriores, resultados que muestran concordancia con estudios de Cabero et al. (2016).

Los resultados obtenidos servirán de base y motivación para repensar el proceso enseñanza aprendizaje de las matemáticas en la Educación superior y para la construcción de nuevas líneas de investigación en relación a la educación matemática en la Institución participante.

Bibliografía

Cabero, J., Leiva, J., Moreno, N., Barroso, J., y López, E. (2016). Realidad aumentada y educación. Innovación en contextos formativos. Ediciones Octaedro, S.L. Barcelona.

Garcia-Gonzalez, L.A. y Solano-Suarez, A. (2020) Enseñanza de la Matemática mediada por la tecnología. EduSol [online]., vol.20, n.70, p.84-99.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., y Baptista Lucio, M.(2014). Metodología de la investigación. Sexta edición Mac Graw Hill. México.

Swartz, R.J., Costa, A.L., Beyer, B.K., Reagan, R. y Kallick, B.(2008). El aprendizaje basado en el pensamiento. Cómo desarrollar en los alumnos las competencias del siglo XXI. Ediciones SM. New York. USA.

Otzen, T. Y Manterola, C. (2017). Técnicas de muestreo sobre una población a estudio. International Journal of Morphology, 35(1), p. 227-232.

LA MOTIVACIÓN EN LA ENSEÑANZA APRENDIZAJE CON DISPOSITIVOS MÓVILES

Miraida Ferras Ferras, Ismael Tamayo Rodríguez, Lexander Guerrero Morales
mferrasferras@gmail.com, ismaeltamayor@gmail.com,
Universidad de la Habana, Cuba, Universidad Antonio Nariño, Colombia

Fundamentación

El término *e-learning* (*electronic-learning* o aprendizaje electrónico), hace referencia al uso de medios digitales modernos en el aprendizaje, mientras que *m-learning* (*mobile-learning* o aprendizaje electrónico móvil) se refiere a un nuevo modo de entender el *e-learning*, más orientado hacia el uso de los medios móviles en el aprendizaje. Todo esto, según Mora (2013), amplía las posibilidades de un aprendizaje personalizado en cualquier momento y lugar.

El desarrollo de las tecnologías ha traído aparejado un crecimiento acelerado de la telefonía móvil. Al respecto, Nuque y Sigcho (2022) refieren que:

> Ha sido tal la expansión de las funciones del teléfono, que hoy día, se constituye en herramienta tecnológica educativa. De hecho, el uso pedagógico de estos dispositivos se le ha dado la denominación de aprendizaje móvil, al adquirir conocimiento a través del uso de alguna tecnología de cómputo móvil. Dentro de estos se encuentran teléfonos celulares, agendas personales digitales, netbooks y tabletas. Lo fundamental a destacar de estos dispositivos, es su aplicación como tecnología dentro del PEA. (pág. 18)

Las tendencias actuales en la enseñanza de la Matemática han destacado la importancia del uso de la tecnología, que permite al estudiante realizar observaciones y arribar a conclusiones que en otros ambientes serían difíciles de obtener. Son muchas las actividades que se pueden desarrollar aprovechando la capacidad que tienen los dispositivos móviles para realizar tareas, de forma individual o colectiva que, como plantean Córdoba et. al (2013), “promuevan una mejor comprensión de conceptos matemáticos y, a su vez, sirvan de apoyo al trabajo en clases y motiven a los estudiantes al estudio independiente” (pág. 50).

Otro aspecto por destacar, como plantea Boude (2021), es que:

> Después que los docentes son conscientes de lo que implica el aprendizaje móvil, sus ventajas y limitaciones,

> éstos no solo son capaces de formular diversas estrategias que contribuyen a fortalecer los aprendizajes de sus estudiantes, sino también, logran transformar sus roles dentro del aula, pasando de ser el centro del proceso formativo, a agentes catalizadores del mismo a través de la orientación y acompañamiento de los estudiantes. (pág. 187)

El profesor debe ser un constante investigador y conocedor de los adelantos científico-técnicos para incorporarlos a su quehacer cotidiano, que motive al alumno para asimilar críticamente la información que tiene a su disposición. De acuerdo con Pradas (2018), la motivación es entendida “como una energía que nos activa, mueve y orienta nuestros actos hacia un objetivo en concreto, este objetivo está relacionado con la satisfacción de nuestras necesidades como seres humanos”.

En tal sentido, en esta investigación se plantea el siguiente problema científico: ¿cómo favorecer la motivación de los estudiantes de la Licenciatura en Ciencias Farmacéuticas hacia el aprendizaje del cálculo diferencial e integral?

Metodología

La presente investigación centra su objetivo en analizar el empleo de recursos tecnológicos, con énfasis en los dispositivos móviles, para favorecer la motivación de los estudiantes hacia el aprendizaje del cálculo diferencial e integral.

Se utilizó un enfoque cuantitativo, descriptivo transversal por medio de un cuestionario, algunas respuestas basadas en escala de Likert y otras abiertas, con una muestra no probabilística de 79 estudiantes de la carrera de Licenciatura en Ciencias Farmacéuticas de la Universidad de la Habana, Cuba, que permitió describir, explicar e interpretar el estudio.

Se aplicó el muestreo censal, puesto que todos los sujetos parte de esta son consideradas como muestra, al ser una población pequeña. Las técnicas e instrumentos para la recolección de información empleadas en esta investigación fueron la encuesta y el cuestionario, respectivamente, utilizando para ello la plataforma EVEA. Los datos fueron recogidos mediante un cuestionario de cuatro (4) ítems, tres (3) con respuestas basadas en escala de Likert para conocer sobre el uso de recursos tecnológicos y la motivación, y uno (1) con respuestas abiertas.

Para medir las respuestas en escala de Likert se consideraron las opciones: Nada, Poco, Algo, Bastante, Mucho. Todas las respuestas fueron procesadas por el programa Excel para calcular los porcentajes de los grupos de respuestas por ítem.

Resultados y discusión

Se realizó el procesamiento estadístico de los datos obtenidos a partir de la muestra seleccionada. El 74,7% de los estudiantes reconoció poseer dominio de los recursos tecnológicos para usarlos en el aprendizaje, mientras que el 22% tenía cierto dominio y el 3,8% presentó escaso dominio de dichos recursos. Asimismo, el 86,1% de la muestra consideró que los recursos tecnológicos facilitan el aprendizaje, por lo que, usaron algún recurso tecnológico para su aprendizaje. En contraposición, solo el 11,4% consideró que estos recursos facilitan algo el aprendizaje.

Al indagar sobre la motivación para usar los recursos tecnológicos, el 83,54% reconoce sentirse suficientemente motivado, el 13,9% manifestó sentirse medianamente motivados, mientras que el 2,5% tuvo poca motivación para usar dichos recursos.

Los resultados de la encuesta confirmaron que los estudiantes emplearon con sistematicidad algún recurso tecnológico para su aprendizaje. En particular, el 94,9% usó el teléfono móvil, mientras que el 11,4% utilizó tableta y un 8,9% usó computadora. Si bien, no todos los estudiantes tenían a su disposición un teléfono móvil, existieron algunos estudiantes que disponían de más de uno de estos recursos para su aprendizaje.

La vía que utilizaron los estudiantes para conectarse a internet fue en mayor medida los datos móviles, o sea, el 72,2%, mientras que el 17,7% lo hizo desde el nauta hogar. Sin embargo, el 20,3% necesitó de una zona wifi para conectarse a internet.

Los ítems hasta aquí analizados arrojaron resultados estrechamente relacionados. La mayor parte de los estudiantes encuestados manifestaron poseer dominio de los recursos tecnológicos, reconocieron que estos recursos facilitan el aprendizaje y, en consecuencia, se sintieron motivados para participar en las clases virtuales usando fundamentalmente el teléfono y los datos móviles.

En tal sentido, tanto la necesidad de continuar el curso de manera virtual por la condición de aislamiento, como la utilización de recursos tecnológicos en el aprendizaje virtual, se consideran elementos que contribuyen a impulsar la motivación.

Referencias

Boude, O. (2021). Diseño de estrategias de aprendizaje móvil en educación superior a través de un proceso de formación docente. Formación Universitaria, 14(2), 181-188. doi:http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062021000200181.

Córdoba, F., Herrera, H. y Restrepo, C. (2013). Impacto del uso de objetos de aprendizaje en el desempeño en matemáticas de estudiantes de grado noveno. Revista Virtual Universidad Católica del Norte. Volumen 2(39), pág. 47-58.

Mora, F. (2013). El *mobile learning* y algunos de sus beneficios. Revista CAES Vol.4, No.1. Recuperado de https://revistas.uned.ac.cr/index.php/revistacalidad/ article/view/453

Nuque, M. M. y Sigcho, N. S. (2022). El aprendizaje móvil como herramienta innovadora en la función docente. Espíritu Emprendedor TES 2022, Vol 6, No. 3 julio-septiembre 17-31. Recuperado de https://www.espituemprendedortes.com

Pradas, C. (2018). Tipos de motivación en psicología: motivaciones y ejemplos. Recuperado de https://www.psicologia-online.com

THA Y GEOGEBRA PARA EL TRATAMIENTO DE CONCEPTOS ARTICULADOS Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN EN LA FORMACIÓN DE INGENIEROS DEL INSTITUTO TECNOLOGICO SUPERIOR DE HUETAMO

José Antonio Contreras López, Armando Morales Carballo
Jose.cl@huetamo.tecnm.mx, armandomorales@uagro.mx
Instituto Tecnológico Superior de Huetamo (ITSH), Universidad Autónoma de Guerrero, México

Resumen

Uno de los objetivos fundamentales en la enseñanza de la Matemática es la resolución de problemas de optimización, un tema sobre el que se ha trabajado ampliamente y por consiguiente es abundante la bibliografía especializada. Desde los trabajos de Polya (1986) hasta la actualidad se han propuesto innumerables esquemas para dirigir la actividad de los estudiantes con el objetivo de lograr mejorar la eficiencia. Indudablemente la habilidad de resolver problemas es una necesidad potencial en el campo de la ingeniería y en consecuencia en la formación de las carreras de ciencias técnicas Darma (2017).

Hablar de problemas de optimización es un trabajo muy amplio, como la variedad de retos que presenta el aprendizaje de esta área. Por lo que, en aras de concretar un análisis, con lo cual viabiliza el análisis de los factores que intervienen en la resolución. Especialmente sobre problemas como: definir apropiadamente, determinar e interpretar conceptos como dominio, imagen, función, crecimiento, decrecimiento, máximo, mínimo, entre otros, las cuales generalmente causan pobres resultados. De allí que el objetivo del presente trabajo es arribar a la concreción de la propuesta didáctica con el fin de influir en su destreza y lograr la mejor opción de resolución. **Problema y objetivo de investigación.** En este trabajo se pretendió atender el **siguiente problema de investigación:** ¿Cómo favorecer el tratamiento de conceptos articulados que influyen en la comprensión de la resolución de problemas de optimización, a través de la resolución de problemas y mediante el uso del software GeoGebra? Como **objetivo** se plantea la elaboración de una trayectoria hipotética de aprendizaje para el tratamiento de conceptos

articulados que influyen en la comprensión de la resolución de problemas de optimización, en la enseñanza del cálculo diferencial en el nivel superior.

Fundamentación teórica y metodológica. En el caso específico de este trabajo, se considera fundamental la construcción y desarrollo de una Trayectoria Hipotética del Aprendizaje con la finalidad de contribuir en la comprensión del cálculo diferencial en estudiantes de la carrera de ingeniería industrial, en particular, en la comprensión de conceptos articulados que favorecen el tratamiento de los problemas de optimización.

Según Clements y Sarama (2015) las trayectorias hipotéticas de aprendizaje consideran tres aristas importantes: 1.- Desde la metamatemática, 2.- Una progresión del desarrollo y 3.- Tareas instructivas

Trayectoria hipotética de aprendizaje. Se estructuró en las siguientes etapas: Etapa 1. Comprensión del problema. Etapa 2. Representación del problema. Etapa 3. Análisis y formulación de conjeturas sobre la resolución. Etapa 4. Identificación del contenido matemático. Etapa 5. Aplicación del contenido matemático formal para la resolución del problema. Etapa 6. Valoración del proceso.

Metodología. Este trabajo adopta el paradigma de investigación basada en diseño, particularmente sobre el experimento de enseñanza (Molina, Castro, Molina y Castro, 2011) y se fundamenta en los elementos teóricos y metodológicos. En cada una de las tareas (formuladas como problemas) se destaca el papel revelador del Software de Geometría Dinámica (SGD): GeoGebra en su acepción como recurso heurístico. Esta investigación es de tipo cualitativa-exploratoria con carácter interpretativo.

Tomando en cuenta lo arrojado en esta investigación, concluimos que la THA propuesta favorece un acercamiento intuitivo hacia la comprensión de los conceptos articulados en el tratamiento de la resolución de problemas de optimización. Para que dicho planteamiento abarque el aspecto formal del contenido matemático objeto de estudio, se considera importante fortalecer esta propuesta a través del rediseño acorde a los planteamientos metodológicos.

Experimento de enseñanza. El experimento de enseñanza en esta investigación se diseñó con base en las fases planteadas por Molina et al. (2011). La primera fase consistió en la preparación del experimento; en la fase dos, se presenta cómo se desarrollaron las tareas (problemas previamente pre elaborados) y, en la fase tres, se analizan los datos con respecto al método del análisis.

Tareas matemáticas (problemas). El diseño consta de cinco tareas relacionadas a problemas de optimización. Actualmente, se encuentra en proceso el experimento de enseñanza de la trayectoria hipotética para el tratamiento de los conceptos que influyen en la comprensión de la resolución de problemas de optimización, con un grupo de estudiantes de la carrea de Ingeniería Industrial del tecnológico de referencia.

Conclusiones

La elección de la elaboración de una THA se fundamenta en el hecho de que en ella convergen tres miradas esenciales que abonan tanto al fundamento teórico como al fundamento metodológico, estas tres miradas refieren a la visión sobre el aprendizaje, el contenido matemático y la ruta metodológica que habrá de seguirse para su funcionamiento. A partir de esta consideración se tomaron en cuenta los elementos de la teoría de registros de representaciones semióticas, la resolución de problemas asumida como objeto de enseñanza y el software GeoGebra como recurso heurístico esencial; estos elementos fortalecieron la parte teórica y metodológica de la investigación, logrando que la THA arrojaran elementos esenciales de tipo conceptual en torno a la resolución de problemas de optimización.

Como se documentó en el apartado de la metodología del trabajo, el diseño de actividades específicas y la propuesta didáctica en la que se inscriben estas actividades favorecieron el proceso de resolución de las tareas matemáticas planteadas que refieren a problemas de optimización.

Referencias bibliográficas

Duval, R. (2004). A crucial issue in mathematics education: The ability to change representation register, Regular Lecture en el 10th International Conference on Mathematics Education (ICME 10), Dinamarca.

Morales, A. y Damián, A. (2022). Estrategia didáctica fundamentada en el uso de GeoGebra para mejorar la comprensión del concepto de semejanza de triángulos. Innovación Educativa.

Morales, Zenón (2013). Transformando las representaciones semióticas: un enfoque cognitivo en el estudio del álgebra. En Flores, Rebeca (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (pp. 637-678). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Sigarreta, J. M. y Laborde, J. (2004). Estrategia para la resolución como un recurso para la interacción sociocultural. Premisa, 20, 15-28.

Sigarreta, J. M., Locia, E. y Bermudo, S. (2011). Metodología para el tratamiento de los problemas matemáticos. Premisa, 48, 28-39.

Simon, M., y Tzur, R. (2004). Explicating the Role of Mathematical Tasks in Conceptual Learning: An Elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory, Mathematical Thinking and Learning, 6:2, 91-104.

APORTES AL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS DE ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN MEDIA, MEDIADO POR TECNOLOGÍAS

Julián Andrés Rodas Laverde, Eliécer Aldana Bermúdez, Humberto Colorado Torres
juliana.rodasl@uqvirtual.edu.co, eliecerab@uniquindio.edu.co,
colorado@uniquindio.edu.co
Universidad del Quindío, Colombia

Resumen

Esta ponencia hace parte de una investigación en el marco de la configuración del Proyecto de Tesis Doctoral (PTD). La cual busca advertir algunos aportes al desarrollo del pensamiento espacial y sistemas geométricos, con el objetivo de *Potenciar la enseñanza y el aprendizaje para la comprensión de las razones y funciones trigonométricas de estudiantes de educación media, mediante los registros de representación semiótica y el uso de entornos informáticos*. Estos objetos matemáticos relacionan diferentes figuras geométricas como los triángulos y a algunas funciones como las trigonométricas (Barnett, Uribe 1994), en estudiantes de educación media, mediante la movilización de diversos registros de representación, y la asistencia de tecnologías. En el aspecto teórico el estudio está apoyado en los registros de representación semiótica de Duval (2016), y como metodología un paradigma hermenéutico interpretativo, un enfoque de investigación cualitativa (Hernández, Mendoza 2018) centrada en el método de estudio de casos de Stake (2005). Los resultados advierten que el uso de dos o más registros de representación garantiza una mayor comprensión de los objetos del conocimiento matemático (Duval 2019), y la mediación tecnológica constituye un referente motivacional para los estudiantes de estas generaciones.

En la educación media, los estudiantes se ven enfrentados, en el pensamiento espacial y sistemas geométrico a objetos de conocimientos relacionados a diferentes figuras geométricas como cilindros, conos, curvas, funciones trigonométricas (Barnett, Uribe 1994), además de la representación, se debe identificar las propiedades, características y trasformación (Duval 2019) que pueden realizarse sobre las mismas, no solo, en ejemplos teóricos relacionados en el aula, sino también, contextualizar estas figuras en contextos reales y la relación que tienen los mismos, en otras ciencias como la física y la modelación de algunos fenómenos naturales como el sonido.

Por las características de los objetos matemáticos a tratar, y la proyección de los mismos en los procesos de enseñanza y aprendizaje, se busca definir una didáctica según Artigue, Douady, Moreno, Gómez (1995), que incluya diferentes sistemas de representación semiótica, comunicados estos por medio de las TIC, a través de software educativo, con los requerimientos funcionales definidos no solo a la proyección, trasformación y visualización de las diferentes figuras geométricas, sino que también, este inmerso el proceso educativo que busca desde su diseño curricular, lograr el objetivo de llevar paso a paso al estudiante al objeto matemático.

La ruta que se puede direccionar en esta investigación debe ir desde la teorización de los objetos matemáticos; como se han utilizado diferentes recursos tecnológicos para apoyar la didáctica en estos procesos, entre los cuales, uno de los más referenciados es GeoGebra (Barahona, Barrera, Vaca, Hidalgo 2015), estableciendo los resultados e impacto que tiene la utilización de estas herramientas o instrumentos de las TIC; y por último que modificaciones o adecuaciones se pueden realizar para mejorar los objetivos trazados en la adquisición de los objetos matemáticos.

Por último, el estudio esta mediado por herramientas como software educativo; sistemas de gestión de aprendizaje (LMS). Que lleven a didácticas mediadas por TIC (Buzo, Romero, Verdú, 2021), y se logre mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje en el aula, del pensamiento espacial y sistemas geométricos.

Palabras clave: Educación matemática, pensamiento espacial-geométrico, TIC en la educación, representación de figuras geométricas, hermenéutica-interpretativa.

Referencias Bibliográficas:

Artigue, M. Douady, R. Moreno, L. Gómez, P (1995). Ingeniería didáctica en educación matemática, un esquema para la investigación y la innovación de las matemáticas. Grupo editorial iberoamericana.

Barnett, R. Uribe, J (1994). Algebra y geometría. Segunda edición. McGraw-Hill
Barahona Avecilla, F., Barrera Cárdenas, O., Vaca Barahona, B., & Hidalgo Ponce, B. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica - ESPOL*, *28*(5). Recuperado a partir de http://www.rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/view/429
Buzo, O. Romero, C. Verdú, A. (2021) Innovaciones metodológicas con TIC en educación. Dykinson S.L-Madrid
Duval, R. (2016). Un Análisis Cognitivo De Problemas De Comprensión En El Aprendizaje De Las Matemáticas, capitulo 2. http://funes.uniandes.edu.co/12213/1/Duval2016Un.pdf
Duval, R (2019), Semiosis y Pensamiento Humano, Registros Semióticos y aprendizajes intelectuales, Segunda edición. Programa editorial Universidad del Valle
Hernández, S. Mendoza T. (2018). Metodología de la investigación, las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta. Mc Graw Hill Education.
Stake, RE. (2005) Qualitative case studies. En: Denzin NK, Lincoln YS, editores. The handbook of qualitative research. 3a ed. Thousand Oaks, CA: Sage; 443- 66.

APRENDIZAJE HÍBRIDO DE LAS MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE BÁSICA SECUNDARIA MEDIANTE LA ARTICULACIÓN DE TEORIAS

Francisco A. Gutierrez Cardona, Eliécer A. Bermúdez, Carlos A. Abello Muñoz
fagutierrez@uniquindio.edu.co; eliecerab@uniquindio.edu.co;
caabello@uniquindio.edu.co
Universidad del Quindío, Colombia
.

Resumen

La siguiente ponencia hace parte de la investigación a nivel de doctorado sobre la articulación de teorías que permitan la configuración de un modelo tecno pedagógico y didáctico con miras a fortalecer los aprendizajes de las matemáticas en estudiantes de básica secundaria a partir de las expresiones algebraicas y funciones, situados en el pensamiento numérico variacional, logrando un aprendizaje en modalidad híbrida mediante la articulación del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y de la Instrucción Matemática (EOS) (Godino J. D., Síntesis del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática: motivación, supuesto y herramientas teóricas, 2014a), con el modelo del Conocimiento Técnico Pedagógico del Contenido (TPACK) (Chang, Jang, & Chen, 2015) (Salas Rueda, 2018) haciendo uso e

incorporación de aspectos tecnológicos. Resulta pertinente el conocimiento de estos modernos mecanismo de divulgación del conocimiento y de la enseñanza porque permiten una interacción entre estudiantes y docentes, que son herramientas apropiadas para un aprendizaje en esta modalidad. Por tanto, la investigación tiene como propósito lograr articular estas dos teorías y lograr la construcción del prospecto modelo TPACK-EOS.

Partiendo del objetivo de fortalecer el aprendizaje de las matemáticas en este nivel, establecidas desde los lineamientos curriculares, mallas curriculares y de referencia, para los estudiantes, a partir del modelo propuesto TPACK-EOS y que permita la interacción con los medios tecnológicos. Cabe aclarar y recordar, que la investigación se asentó bajo el pensamiento variacional y numérico.

El interés por realizar la investigación, es lograr una articulación de una teoría en el campo de la didáctica, basados en los tejidos de los principios epistemológicos de la enseñanza de los contenidos del pensamiento matemático (Aldana, Gutierrez Cardona, & Grisales, 2019) y las didácticas en el aula con el modelo del conocimiento tecno pedagógico de los contenidos que permite la integración pedagógica de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) (Salas Rueda, 2018).

Durante el desarrollo de la investigación en el ámbito del aprendizaje de las matemáticas, nos permitió la creación de nuevas tareas contextualizadas situadas en la representación de funciones y las distintas representaciones a partir de la semiosis de las expresiones algebraicas, a lo cual, una nueva teoría en el campo de la pedagogía y didáctica de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, dará un gran aporte a la comunidad académica mediante el diseño curricular y brindará un fortalecimiento en las competencias de los estudiantes, que en un futuro deberán enfrentarse a distintos retos, que tendrán que afrontar.

Otra de las razones de este estudio es la integración de una forma didáctica de las TIC y de las TAC, en donde la configuración de la articulación pretendida, será mediada por el uso de los recursos tecnológicos (Coll, Mauri, & Onrubia, 2008).

A partir de esta configuración, se pretende orientar los contenidos del área, en modalidad presencial, mediante el aprendizaje hibrido de la siguiente manera:

1. Uso de recursos digitales y virtuales.

Como mecanismo para reforzar los aprendizajes y flexibilizar la enseñanza de los contenidos, se crearon contenidos digitales como videos, páginas web y blogs. Además, se creó una plataforma de sistema LMS, que se conoce como Moodle, donde se alojan los contenidos, explicaciones, pruebas y ejemplos, clasificados por grados. Se hizo de plataformas como Classroom para alojar contenidos de las clases, repositorio de actividades y programación de pruebas a través de la sincronía con Quizizz.

2. Uso de los recursos físicos (material concreto)

También como parte del aprendizaje hibrido, se les proporciona a los estudiantes instrumentos como geoplanos, regletas de cuisenaire, fichas algebra geométrica para estimular el aprendizaje a partir de la demostración de algunas expresiones, representaciones de algunas funciones, en el pensamiento numérico.

3. Seguimiento y evaluación

A través del uso de estos recursos tecnológicos, se hizo el seguimiento debido y se midió el nivel de competencia a través de la evaluación y la valoración del aprendizaje.

Las fases del diseño metodológico estuvieron ajustadas al desarrollo, análisis y validación de los objetivos planteados en la investigación, que permitieron el desarrollo de la articulación entre el enfoque teórico del EOS y el modelo TPACK.

Cómo resultado de esta investigación, se logró en algunos de los estudiantes de la básica secundaria, la aprehensión de los conceptos y significados de los objetos matemáticos trabajados, en este caso relacionado con funciones, líneas notables de la recta y la circunferencia. También el concepto de factorización a partir de la descomposición y composición usando figuras geométricas.

Se evidencia una mejoría en los desempeños académicos de los estudiantes y un fortalecimiento desde lo cognitivo, de los conceptos trabajados en estos pensamientos, logrando así un significado dado por el estudiante y la institucionalización del mismo.

Para finalizar, se espera que el modelo TPACK-EOS originado a partir de la articulación de las teorías, se implemente de manera asertiva en los currículos escolares y planes de estudio, como un marco en las metodologías y enseñanzas de los contenidos del pensamiento numérico y variacional, y que a su vez, pueda ser transversal a los demás componentes y que permita dar validación al fortalecimiento de las competencias matemáticas establecidas en cada uno de los pensamiento y por supuesto, potencializar el aprendizaje en los estudiantes. Los resultados esperados, se evidenciarán en el rendimiento académico y en el dominio e interpretación de los contenidos pretendidos en cada uno de las dimensiones o componentes del pensamiento matemático.

Referencias bibliográficas

Aldana, E., Gutierrez Cardona, F., & Grisales, J. D. (2019). Una configuración epistémica a una situación problema, desde el enfoque ontosemiótico en la didáctica de la matemática. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 234-243.

Área, M. (2012). Tecnologías de la información y comunicación en el sistema escolar. Una revisión de las líneas de investigación. *Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa., 11*(1), 3-25.

Cabus, S. J., Haelermans, C., & Franken, S. (2017). SMART in Mathema□cs? Exploring the effects of in-class-level differen□a□on using SMARTboard on math proficiency. *British Journal of Educational Technology*,(48), 145-161. doi:10.1111/bjet.12350

Chang, Y., Jang, S.-J., & Chen, Y. (2015). Assessing university students' perceptions of their Physics instructors' TPACK development in two contexts. *British Journal of Educational Technology*(46), 1236-1249. doi:10.1111/bjet.12192

Coll, C., Mauri, T., & Onrubia, J. (2008). La utilización de las tecnologías de la información y la comunicación en la educación: Del diseño tecno-pedagógico a las prácticas de uso. *Psicología de la Educación Virtual*, 74-103.

Godino, J. D. (2014a). *Síntesis del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática: motivación, supuesto y herramientas teóricas.* Universidad de Granada, Granada.

Godino, J. D., Font, V., Contreras, Á., & Wilhelmi, M. R. (2005). Articulación de marcos teóricos en didáctica de las matemáticas. *Articulación de marcos teóricos en didáctica de las matemáticas*. Baeza, España.

Jang, S. J., & Chang, Y. (2016). Exploring the technological pedagogical and content knowledge (TPACK) of Taiwanese university physics instructors. . *Australasian Journal of Educational Technology*, 107-122.

Janssen, N., & Lazonder, A. (2015). Implementing Innovative Technologies Through Lesson Plans: What Kind of Support Do Teachers Prefer? *Journal Of Science Education and Technology*, *24*(6), 910-920. doi:10.1007/s10956-015-9573-5

Salas Rueda, R. A. (06 de 2018). Uso del modelo TPACK como herramienta de innovación para el procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *d'innovación educativa, 57*(2), 13-22.

UNA MIRADA MATEMÁTICA EN EL ARTE, HACIENDO USO DE LAS TICS.

Fernando González Aldana
fernalmat@hotmail.com
Institución Santa Teresa de Jesús de Ibagué, Colombia

En esta investigación se pretende solucionar la problemática: ¿Cómo caracterizar las matemáticas presentes en las obras de arte que contribuyan al desarrollo del pensamiento matemático en las estudiantes del grado noveno del colegio Santa Teresa de Jesús de Ibagué? Cuyo objetivo es; Avanzar en la caracterización de las matemáticas presentes en las obras de arte, que contribuyan al desarrollo del pensamiento matemático que les permita a los estudiantes, adquirir habilidades y destrezas cognitivas y procedimentales, en la resolución de problemas.

Indagación bibliográfica

Es un tema de mucha pertinencia y actualidad, en congresos internacionales del 2006 en Madrid España, otro en Barcelona sobre investigación en didáctica de las ciencias de las universidades de Barcelona y Valencia, las jornadas internacionales del pensamiento visual en lo matemático, de las universidades Antonio Nariño y Playa ancha en el 2021, en revistas como la de la Universidad Nacional de Colombia, la revista digital de ciencia y didáctica en el 2011, matematicalia, Arte y matemáticas: estética de los cálculos, revista de matemáticas de la asociación matemática de América y la revista de matemáticas y artes, exclusivamente dedicada a este matrimonio, las matemáticas y el arte.

El uso de los elementos artísticos para el aprendizaje de la geometría es una propuesta que surge de la experiencia de trabajo en el aula del investigador, al tener experiencia profesional en el campo de las matemáticas y en el campo de las artes, lo cual ha llevado a observar el limitado desarrollo del componente matemático y geométrico en los estudiantes. En este sentido, se pretende retomar, además de materiales manipulables como la regla y el compás, conceptos básicos de geometría, de las matemáticas, el uso de la tecnología, elementos artísticos y sumados a esto, el ingenio y la creatividad para que haya una apropiación y disfrute de los contenidos matemáticos presentes en una obra de arte, tales como la combinatoria, la perspectiva, los límites, el infinito, las progresiones geométricas, las sucesiones y fractales, entre otros.

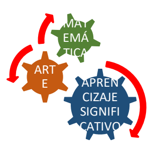
En una demostración matemática, se despiertan sentimientos y cambios de estado de ánimo que también se encuentran al realizar una obra de arte, siendo éste, el verdadero valor de motivación. Esto implica que se puede incluir, para lograr un aprendizaje robusto del contenido matemático en las estudiantes, las técnicas de artistas como Leonardo Da Vinci, Alberto Durero, Velásquez, Escher, Omar Rayo, Víctor Vasarely, Fernando Botero, Kandisky, Jesús Rafael Soto, Laura Battle, entre otros, con efectos ópticos de movimiento de las formas y del color, perspectivas, e imágenes inestables, guardando en sí un equilibrio y armonía entre las matemáticas y el arte.

Método

La metodología implementada es de tipo cualitativa, buscando el «conocer y actuar» en el contexto de un proceso de apropiación y aplicación. Se parte de las dificultades que presentan las estudiantes y se dirige una mirada matemática en el arte, se muestra mediante el diseño de actividades, que conllevan a una relación entre estas dos disciplinas que, aunque conviven juntas, tienen límites entre ellas, ya sea en el infinito o más acá. La población objeto de investigación son estudiantes de noveno del colegio Santa teresa de Jesús de Ibagué, de carácter estatal, nivel muy superior, del departamento del Tolima, Colombia. La muestra con 38 estudiantes del grado noveno. En este estudio se combinan métodos y técnicas científicas, en un nivel teórico y empírico.

Figura 1

Propuesta

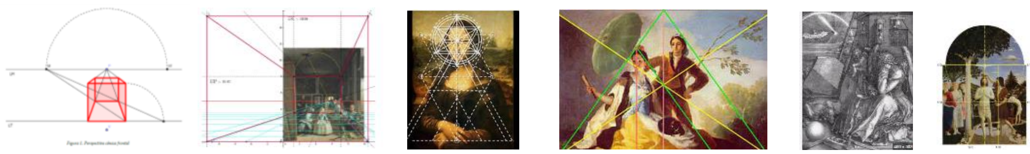


Resultados o avances

Se conciben un sistema de actividades, donde se integre las matemáticas y el arte, mediante estrategias didácticas dirigidas a caracterizar a las artes a través de la enseñanza aprendizaje del contenido matemático, en estudiantes de grado noveno de básica secundaria, con problemáticas de desmotivación y no asistencia a las aulas de clase en el departamento del Tolima. Estas estrategias contribuyen a mejorar el aprendizaje de las matemáticas, la motivación, a tener confianza en sí mismas, mejorar su autoestima e identidad institucional; para ello, se propone una formación integral e interdisciplinar considerando sus diferencias individuales.

Figura 2

Análisis matemático en algunas obras de arte.



Reflexiones o conclusiones

La resolución de problemas, que involucra la historia de las matemáticas, constituye una tendencia que favorece el razonamiento de los estudiantes, enseña a enfrentar situaciones nuevas y se tiene la oportunidad de involucrarse con las aplicaciones del arte en la matemática y viceversa. También, brinda una buena base matemática y favorece la idea, de que hacer matemáticas es crear obras de arte. La naturaleza es el mejor ejemplo de la aplicación matemática y el arte es la mejor copia de ello, cuya función matemática en esta disciplina está en su lenguaje, su argumento y su estructura.

Referencias

González, A. F. (agosto, 2017). *La matemática como arte en el desarrollo del pensamiento espacial, sistema geométrico.* En O. Pérez (presidencia), Reunión Latinoamericana de Matemática educativa (Relme 31), Lima, Perú.

González, U. P.M. (2019). La matemática en el arte. Geometría, armonía y proporción en el taller del artista. Realización editorial Bonalletra Alcompás S.L. Eslovenia.

Magistrali, D. (abril 2019). *Historia de Matemáticas. Matemáticas y arte: una pincelada Mathematics and Art: a brush-stroke*. Revista de Investigación Pensamiento Matemá tico, Vol. IX, Número 1. Universidad Politécnica de Madrid, España.

Pérez, J.H. (octubre 2012). *Matemáticas en el Arte: La Geometría del Espacio em La Meninas*. Revista de Investigación Pensamiento Matemá tico, Vol. II, Número 2. Universidad Politécnica de Madrid, España.

ENSEÑANZA DE LA INTEGRAL DEFINIDA MEDIANTE LA IMPLEMENTACIÓN DEL APLICATIVO GEOGEBRA EN LA FACULTAD DE INGENIERÍA DE LA UNIVERSIDAD POPULAR DEL CÉSAR

Orlando R. Pérez Medina, Sandro A. Cárdenas Cervantes, Marlon De Jesús Rondón Meza
orperez@unicesar.edu.co; sacardenas@unicesar.edu.co;
marlonrondonm@unicesar.edu.co
Universidad Popular Del Cesar
Colombia

Resumen

En esta investigación se busca comprender y comparar como se capta o recibe el conocimiento de manera más efectiva en los jóvenes de la facultad de ingeniería; debido a la globalización y las redes, están muy asociados con las últimas novedades en programas y equipos para desempeñar su labor, gracias a esto se les facilita manejar muchas herramientas tecnológicas, por lo que se hace necesario aprovecharlas; utilizando esto como herramienta didáctica para la enseñanza. En la realización de este tema se buscó también fortalecer el proceso de enseñanza del Cálculo integral en los estudiantes de ingeniería de la Universidad Popular del Cesar mediante la implementación del software GeoGebra, como herramienta de apoyo para ampliar el conocimiento, dicha investigación se realizó siguiendo el diseño cuasiexperimental para lo cual se formaron dos grupos uno experimental y otro de control, al grupo experimental se le explico la temática de la integral definida con la implementación del aplicativo GeoGebra, mostrándoles las ayudas que nos pueden ofrecer las tecnologías si las sabemos utilizar adecuadamente; mientras que al grupo de control se les enseño sin la herramienta. Nos apoyamos de las líneas teóricas de (Arbain & Shukor, 2015), (Mamani, 2021) quienes nos plantean las bondades que deja el uso del GeoGebra en el rendimiento de los estudiantes. Finalmente, de acuerdo a los resultados obtenidos se evidenció un aprendizaje más significativo en el grupo de estudiantes que usaron la herramienta, dado que obtuvieron una mejor concepción de la integral definida y se les facilitó comprender la definición.

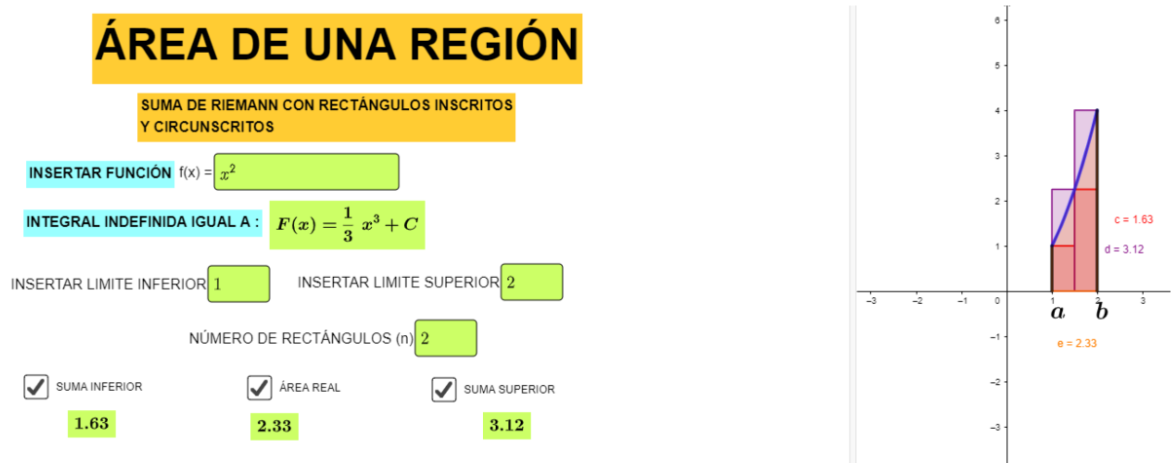


Figura 1. Aplicativo realizado en GeoGebra para la enseñanza de la integral definida.

Elaboración propia.

Bibliografía

Arbain, & Shukor. (2015). *The Effects of GeoGebra on Students Achievement.* Procedia - Social and Behavioral Sciences.

Mamani, J. (2021). *El uso de la aplicación móvil GeoGebra mejora el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería geológica, minera y metalúrgica de la universidad nacional de ingeniería*. Lima - Perú.

DE LA ARGUMENTACIÓN A LA DEMOSTRACIÓN A TRAVÉS DEL PLANTEAMIENTO Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS CON PROGRAMACIÓN

Luis Gabriel Casilimas Sánchez
lcasilimas@uan.edu.co; gabrielc.gjq@gmail.com
Universidad Antonio Nariño
Colombia

Resumen

En la actualidad el interés por esclarecer la relación e interacción que se dan entre la argumentación y la demostración en matemáticas, se ha venido evidenciado año tras año con mayor fuerza como las analizan diferentes investigaciones, por ejemplo, el documento Proof and

Proving in Mathematics Education (ICMI Study 19) así como en el ICME 14 (TSG 16) Reasoning, Argumentation and Proof in Mathematics Education, se expone que, aunque existe información sobre estas áreas todavía quedan interrogantes frente a las cuales se requieren respuestas bien sean teóricas o empíricas y cómo los docentes carecen de recursos para ayudar a los estudiantes a desarrollar habilidades en el razonamiento, la argumentación y la demostración. Esto a su vez da lugar a estudiar el papel de la tecnología en la enseñanza y el aprendizaje del razonamiento y la prueba y otras cuestiones en el campo digital.

Actualmente en el ICME 14 (TSG 17) titulado Problem Posing and Solving in Mathematics Education, se dedica a la resolución de problemas matemáticos que han sido el foco de una larga línea de investigación. Sin embargo, el planteamiento de problemas matemáticos es un campo de investigación mucho más joven, esta fusión en este TSG 17 entre la resolución de problemas y el planteamiento de problemas, permite tener un campo de mayor interés en la investigación matemática, identificando nuevas tendencias de estos temas.

Aunque el TSG 24, el TSG 25 y el TSG 26 del ICME 14 están estrechamente relacionados con este tema, ya que se refieren a la tecnología digital, el TSG 14 se centra específicamente en la tecnología de programación. En el congreso ICME 14 también es de interés para la presente investigación el grupo de estudio (TSG 14) Teaching and Learning of Programming and Algorithms. Recientemente la programación y la algorítmica han logrado una adopción más generalizada debido al interés mostrado por los diferentes gobiernos que se desarrolle el pensamiento computacional de los estudiantes, lo que llevó a varios países del mundo a integrar la programación y el pensamiento computacional en la educación y en la educación matemática.

Las valoraciones anteriores y el estudio epistemológico inicial realizado permiten determinar el siguiente **problema de investigación**: ¿Qué relaciones pueden establecerse entre la argumentación y la demostración al resolver problemas matemáticos con el uso de programación?

Se precisa como **objeto de estudio** el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática y se infiere como **objetivo general** caracterizar la relación entre la argumentación y la demostración a través del planteamiento y la resolución de problemas matemáticos mediados por la programación con estudiantes entre los 12 y los 13 años.

La presente investigación relaciona y unifica los avances epistemológicos de la educación matemática, proporcionados por los tres grupos de investigación que tienen auge en la actualidad, el primero en relación a la argumentación y la demostración dentro de la matemática, el segundo se refiere a la importancia del planteamiento y la resolución de problemas que generen pensamiento matemático y el tercero incorpora la programación y los algoritmos en la educación matemática

En la investigación se utiliza una metodología basada en un enfoque cualitativo, con un diseño de investigación acción y una metodología propia de las actividades. Se crea el semillero de matemáticas en la jornada extraescolar con estudiantes entre los doce y los trece años de edad, espacio donde se utiliza el programa Scratch, que brinda una programación llamativa y de fácil uso para los estudiantes en estas edades, además es un entorno que potencializa el aprendizaje por descubrimiento, la creatividad y la resolución de problemas, muestra cómo a partir de la argumentación se llega a la demostración y permite que los estudiantes trabajen de manera colaborativa y colectiva, es aquí donde ellos se motivan por abordar la resolución de problemas matemáticos a través de la programación enriqueciendo los avances en el pensamiento matemático y el desarrollo cognitivo.

El diseño del sistema de actividades presenta cuatro aspectos de suma importancia, en primer lugar, se fundamenta en la teoría del aprendizaje por descubrimiento el cual brinda al estudiante la oportunidad de generar conocimiento por sí mismo y lo cual lleve a un desarrollo cognitivo, autónomo y al propiciar de la creatividad, en segundo lugar, el planteamiento y la resolución de problemas retadores le dan un rigor al aporte práctico, al fomentar en los estudiantes el desarrollo del pensamiento matemático, en tercer lugar el incorporar situaciones diversas y preguntas sugeridas que lleven al estudiante a la construcción de argumentos y en cuarto lugar el uso de la programación como medio para llevar los argumentos a la demostración de los problemas planteados y así fomentar un espacio tecnológico mediado por el uso del programa Scratch, el cual utiliza un lenguaje de programación adecuado para los niños y facilita el proceso de aprendizaje significativo.

Durante la implementación del sistema de actividades, se evidencia que a medida que avanza el problema se va generando alguna situación cada vez de mayor rigor, esto motiva al estudiante a buscar la solución y estas preguntas guían al estudiante en la creación de sus argumentos lo cual es muy enriquecedor, sin embargo al abordar la programación se observa que necesita de un mayor acompañamiento debido a la falta de domino del programa, al tiempo limitado y a la falta de conocimientos suficientes para crear el algoritmo, por consiguiente la programación si se presenta durante la demostración y al mostrar la solución.

La caracterización de la relación entre la argumentación y la demostración se da al mostrar cómo el planteamiento y la resolución de problemas matemáticos llevan a los estudiantes al explorar y generar argumentos que se comunican y se comprueban a partir de la programación dando lugar a la demostración, es así como se pasa de la argumentación a la demostración, en donde los argumentos se brindan antes de la programación, mientras que la demostración se da antes, durante y después de la programación.

Los resultados obtenidos muestran que el nivel del alcance de los logros en cada actividad es bueno y los estudiantes van de la argumentación a la demostración a través del planteamiento y la resolución de problemas mediados por la programación, es allí donde se evidencia un alto grado del desarrollo cognitivo y del pensamiento matemático siendo el estudiante un agente activo y el docente un guía que optimice los recursos para llevar al estudiante a que adquiera un aprendizaje autónomo.

Bibliografía

14th International Congress in Mathematics Education (ICME 14). (2020-21). Acta de encuentro. Shanghai, China

Bruner, J. (1966). *Toward a theory of instruction. Cambridge, MA: Harvard University Press.*

Cálciz, A. B. (2011). Metodologías activas y aprendizaje por descubrimiento. *Revista digital innovación y experiencias educativas, 7(40), 1-11*.

Calder, N. (2010). Using Scratch: An integrated problem-solving approach to mathematical thinking. Australian Primary Mathematics Classroom, 15(4), 9-14.

Campbell, T. G., & Zelkowski, J. (2020). Technology as a support for proof and argumentation: A systematic literature review. *The international journal for technology in mathematics education*, *27*(2).

Crespo, C. (2014). *La importancia de la argumentación matemática en el aula,* Buenos Aires, Argentina, (pp. 23-25)

Coria Gonzalez, J. L. (2018). *Aprendizaje por descubrimiento en matemáticas: tres secuencias didácticas para 1° de secundaria* (Master's thesis).

Falk, M. (2001). *Olimpiadas Colombianas de Matemáticas Problemas y Soluciones*. Primer Nivel. Bogotá: Universidad Antonio Nariño.

Fessakis, G., Gouli, E., & Mavroudi, E. (2013). Problem solving by 5–6 years old kindergarten children in a computer programming environment: A case study. *Computers & Education*, *63*, 87-97.

Forsström, S. E., & Kaufmann, O. T. (2018). A literature review exploring the use of programming in mathematics education.

García, M. (2014). *Metodología de la Investigación Educativa,* Bogotá, Colombia, (p 15-22)

González, M. (2003). *Aprendizaje por descubrimiento o proyecto de investigación: posibilidades y límites*.

Hanna, G., De Villiers, M. (Eds.). (2012). *Proof and proving in mathematics education:* The 19th ICMI study (Vol. 15). Springer Science Business Media.

Molina, Á. (2014). *Aprender programando con Scratch*.

Ozdem-Yilmaz, Y., & Bilican, K. (2020). *Discovery Learning—Jerome Bruner. In Science Education in Theory and Practice (pp. 177-190). Springer, Cham.*

Rodríguez-Martínez, J. A., González-Calero, J. A., & Sáez-López, J. M. (2020) Computational thinking and mathematics using Scratch: an experiment with sixth-grade students. *Interactive Learning Environments*, *28*(3), 316-327.

Santos-Trigo, M., Mach´ın, M. C. (2013). *Framing the use of computational technology in problem solving approaches.* The Mathematics Enthusiast, 10(1), 279-302.

Santos, L. M. (2011). *La Educación Matemática, resolución de problemas, y el empleo de herramientas computacionales.* Cuadernos, 8, 35-54.

GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA PARA DESARROLLAR LA NOCIÓN DE FUNCIÓN CUADRÁTICA A TRAVÉS DE DIFERENTES REGISTROS EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO NOVENO DE LA IE JUAN XXIII

Janette Viviana Idrobo Jiménez
janvidro.772@gmail.com
Universidad del Atlántico, Colombia

Resumen

La apropiación del concepto de función y en particular de la función cuadrática es una de las falencias identificadas en la formación matemática de los estudiantes de grado noveno de la I.E. Juan XXIII; aunque esta temática se aborda desde grado octavo según lineamientos curriculares del MEN y PEI de la institución, no se logra una verdadera apropiación y desarrollo en los estudiantes.

En términos generales, en las clases se trata de mostrar diferentes registros para la función cuadrática usando elementos tradicionales como el tablero y el cuaderno, donde el estudiante ve las diferentes representaciones de forma estática y no alcanza a ser consciente de sus propiedades y relaciones. Algunas herramientas tecnológicas como Geogebra, permiten

observar diferentes registros de una función en cuestión de segundos y observar los cambios en los demás registros una vez se modifiquen los parámetros de uno de ellos, desapareciendo así la representación estática y permitiendo que el estudiante sea consciente de los efectos que tiene.

La presente investigación se refiere a la comprensión de la noción de función cuadrática en estudiantes de Grado Noveno de la I.E. Juan XXIII de la ciudad de Cali, a través de ejercicios con Geogebra con la intención de experimentar la relación entre varios registros de dicha función y como esto influye en una mejor comprensión de la misma.

Objetivo de la investigación

Contribuir a la apropiación del concepto de función cuadrática en los estudiantes de noveno grado de la IE Juan XXII mediante la toma de diferentes registros apoyados en Geogebra.

Metodología

La presente investigación plantea una propuesta para utilizar el software Geogebra como herramienta didáctica para desarrollar la noción de función cuadrática a través de diferentes registros. Para ilustrar la pertinencia de la propuesta se realizó un estudio cualitativo, con un enfoque de investigación acción, con diseño cuasi experimental donde se estudió la problemática educativa por medio de la exploración y la observación con un grupo experimental de estudiantes de Grado Noveno de la I.E. Juan XXIII, para posteriormente proponer estrategias didácticas para la enseñanza y comprensión de la noción de función cuadrática y sus diferentes registros mediante el uso de Geogebra.

Inicialmente se eligió la población y muestra del estudio, con esto se procedió a la elaboración de los cuestionarios, se diseñó de un pretest para determinar los conocimientos de los estudiantes sobre función cuadrática, para a partir de ello diseñar las estrategias basadas en el trabajo con Geogebra para aplicarlas al grupo experimental. Una vez finalizado el proceso de anotación de los registros y aplicación de las estrategias, se aplicó nuevamente el pretest al grupo experimental para determinar el estado de avance de los estudiantes como consecuencia de la aplicación de las diferentes estrategias. Posteriormente se comparó el grupo control con el grupo experimental para poder determinar si las estrategias permitieron la apropiación del concepto de función cuadrática por parte de los estudiantes.

Resultados

Los resultados y su respectivo análisis mostraron la potencialidad de Geogebra para reconocer las relaciones entre los registros algebraicos y gráficos de la función cuadrática logrando un aprendizaje significativo en los estudiantes participantes

Poner el celular al servicio de la clase y de la actividad académica generó un efecto motivador adicional ya que usualmente se prohíbe su uso en las clases o se limita al uso de la calculadora, la visualización de videos o la búsqueda de información. Esto permitió que los estudiantes asumieran los talleres con una alta expectativa y curiosidad.

Muchos de los estudiantes que usualmente no participan en las clases debido a sus dificultades en el área de matemáticas se mostraron bastante activos en su trabajo y lograron participar y sustentar las conclusiones obtenidas, ya que al ser generadas por si mismos mediante la observación sin necesidad de memorizar hechos dados por el profesor les proporcionó la confianza para hacerlo.

Utilizar Geogebra para realizar las gráficas permitió una observación inmediata de los efectos que se producen en la representación gráfica al cambiar algún parámetro de la expresión algebraica, lo cual además facilitó que los estudiantes establecieran las relaciones existentes entre una y otra representación.

Al conseguir que las relaciones entre las representaciones de la función cuadrática fueran obtenidas mediante generalizaciones por los propios estudiantes se logró un aprendizaje significativo y no memorístico de estas, lo que contribuyó a afianzar el hecho de que las representaciones de una función son precisamente escrituras del mismo objeto matemático y no de dos objetos separados sin relación.

Planteamiento de hipótesis

H_0 : No existe diferencia significativa en la comprensión de la noción de función cuadrática por parte de los estudiantes usando Geogebra como estrategia didáctica.

H_1: Si existe diferencia significativa en la comprensión de la noción de función cuadrática por parte de los estudiantes usando Geogebra como estrategia didáctica.

Al realizar la prueba de muestras emparejadas utilizando el programa Spss se obtuvo un valor Sigma=0,000. Dado que Sig. < 0,05 se rechaza la hipótesis nula, es decir que existe una diferencia significativa en la comprensión de la noción de función cuadrática por parte de los estudiantes usando Geogebra como estrategia didáctica.

Después comparar los resultados obtenidos por los estudiantes tanto en el grupo control como en el experimental se observó que en términos generales los estudiantes del grupo experimental tuvieron resultados mejores que el grupo control lo que conduce a afirmar que estos logran una mayor comprensión del concepto de función cuadrática que los del grupo control y que los talleres aplicados permitieron alcanzar los objetivos propuestos.

Bibliografía:

Acosta, Morella. (2010). Los organizadores previos: Una estrategia de enseñanza para el logro de un aprendizaje significativo. Revista de la Facultad de Ingeniería Universidad Central de Venezuela, 25(3), 07-65. Recuperado en 01 de agosto de 2021, de http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0798-40652010000300002&lng=es&tlng=es.

Aguirre, A. M. G. (2018). Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: retos y perspectivas. Entramado, 14(2), 198-214.

Andrade, C. O. L. O. M. A., de los Ángeles, M., Jaramillo, L. A. B. A. N. D. A., Leonardo, M., Caraguay, M. I. C. H. A. Y., Cecibel, G., ... & Armando, W. Las Tics como herramienta metodológica en matemática.

Argibay, J. (2006). Técnicas psicométricas. Cuestiones de validez y confiabilidad. Subjetividad y procesos cognitivos, 8, 15-33.

Arias Odón, Fidias. (2012). EL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN 6a EDICIÓN. https://www.researchgate.net/publication/301894369_El_Proyecto_De_Investigacion_6a_Edicion

Buendía Ábalos, G. (2012). El uso de las gráficas cartesianas: Un estudio con profesores. Educación matemática, 24(2), 9-36.

Casas Martínez, M. D. L. L. (2008). Introducción a la metodología de la investigación en bioética: sugerencias para el desarrollo de un protocolo de investigación cualitativa interdisciplinaria. Acta bioethica, 14(1), 97-105.

Creswell, J. (2014). Research Design. Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches Fourth Edition. California: SAGE Publications

Contreras, J. L. R., Pabón, J. C. R., & Ríos, G. M. V. (2017). Importancia de las Tic en enseñanza de las matemáticas. Revista MATUA ISSN: 2389-7422, 4(2).

Echegaray, J. P. (2014). ¿Y si enseñamos de otra manera? Competencias digitales para el cambio metodológico. Caracciolos, 2(1).

Espeso, P. Educación 3.0 Geogebra, una práctica herramienta para aprender matemáticas. https://www.educaciontrespuntocero.com/recursos/herramienta-aprender-matematicas/

García-Valcárcel, A., Basilotta, V., y López, C. (2014). Las TIC en el aprendizaje colaborativo en el aula de Primaria y Secundaria. Comunicar, 21(42), 65-74.

Gómez-Blancarte, A. L., Guirette, R., & Morales-Colorado, F. (2017). Propuesta para el tratamiento de interpretación global de la función cuadrática mediante el uso del software Geogebra. Educación matemática, 29(3), 189-224.

Guba, E., & Lincoln, Y. (2002). Paradigmas en competencia en la investigación cualitativa.

Hernández, G. (1998). Paradigmas en psicología de la Educación. D,F, México: Paidós Educador. pp. 151-157. s/n.

Hernández, Fernández y Baptista (2010). Metodología de la Investigación.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). Metodología de la investigación (6ª)

In C. Derman, & J. Haro, Por los rincones. Antología de métodos cualitativos en la investigación social. (pp. 113-145). La Sonora: El Colegio Sonora

Martínez Gómez, J. N. (2013). Apropiación del concepto de función usando el software Geogebra. Departamento de Matemáticas y Estadística.

Martínez, L., Leyva, M., Barraza, A., Felix, L., Sáenz, B., Sánchez, K., Flores, V., Martínez, L., Ontiveros, V., Ceceñas, P., Lo que se de: mapas mentales, mapas conceptuales, diagramas de flujo y esquemas. CERLAC. https://cerlalc.org/rilvi/lo-que-se-de-mapas-mentales-mapas-conceptuales-diagramas-de-flujo-y-esquemas-9416/

Manterola, C., & Otzen, T. (2015). Estudios experimentales 2 parte: estudios cuasiexperimentales. International Journal of Morphology, 33(1), 382-387

Moreira Caldas, E. V., & Rojas Álava, P. R. (2019). Aplicación del Software Geogebra para el análisis de la Función Cuadrática (Bachelor's thesis, Universidad de Guayaquil. Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación.).

Muñiz, J. (1997a) Introducción a la teoría de respuesta a los ítems. Madrid: Pirámide

Ocampo, E. (2001). Los momentos didácticos y el aprendizaje significativo. Recuperado el 14 de septiembre de 2001 en: http://ww.mineduc.cl/revista/anteriores/mayo/ensayo.htm.

Pérez Gómez, Yuleidis; Beltrán Pozo, Carlos ¿Qué es un problema en Matemática y cómo resolverlo? Algunas consideraciones preliminares EduSol, vol. 11, núm. 34, enero-marzo, 2011, pp. 74-89 Centro Universitario de Guantánamo Guantánamo, Cuba

Pelekais, C., El Kadi, O., Seijo, C.; Newman, N. (2015) El ABC de la investigación “Pauta pedagógica”, séptima edición, ediciones Astro data S.A., Maracaibo, Venezuela. (libro impreso)

Ramos, C. (2017). Los paradigmas de la investigación científica. Avances En Psicología, 23(1), 9-17. https://doi.org/10.33539/avpsicol.2015.v23n1.167

Ricoy, C. (2006). Contribución sobre los paradigmas de investigación. Revista do Centro de Educação, 31 (1), 11-22.

Salat, R. S. (2009). La evolución de la tecnología computacional y su relación con la matemática. Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 71, 49-56.

Tocto Núñez, E. (2016). Comprensión de la noción función cuadrática por medio del tránsito de registros de representación semiótica en estudiantes de quinto año de secundaria.

EMPLEO DE UNA APP COMO ESTRATEGIA PARA MEJORAR EL ENTENDIMIENTO DE INTEGRALES TRIGONOMÉTRICAS EN UN CURSO DE CÁLCULO.

Ivon Andrea Callejas Ramírez, Agustín Alfredo Torres Rodríguez
caf05724@uaeh.edu.mx, agustin_torres@uaeh,edu.mx
Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México.

Resumen

Actualmente, los estudiantes de diferentes niveles tienen un amplio acceso a la tecnología, donde es común observar que hacen uso diario de dispositivos, en su mayoría teléfonos celulares, para facilitar sus quehaceres escolares, ya sea buscando información o materiales de video, entre otros. En el caso de la clase de matemática, existen aplicaciones que resuelven algunos tipos de ejercicios, utilizando para ello la cámara integrada al celular; una de las más predominantes es Phothomath, ya que es de uso sencillo y puede descargarse fácilmente Sin embargo en la mayoría de las ocasiones los estudiantes los utilizan como una herramienta para obtener una solución en algún ejercicio de tarea o incluso en algún examen, lo que realizan por lo general de modo oculto, ya que en la mayoría de los casos no son bien vistos por sus docentes, por considerar que de dicha manera no existe un proceso de razonamiento del alumno, sino que se limita a copiar los resultados que proporciona la aplicación.

Pese a los inconvenientes mencionados en el párrafo anterior, varias investigaciones sugieren que la utilización del celular como herramienta pedagógica es posible, pues entre sus ventajas están el uso de aplicaciones diversas, apoyo educativo, trabajo en equipo, optimización de tiempos, ahorro de materiales, interacción entre los estudiantes, entre otras (García, 2017; Monge, 2017). Si bien, la sola utilización de estas herramientas no garantiza que los estudiantes puedan desarrollar procesos de comprensión y reflexión, puede aprovecharse como un medio que coadyuve a lograr aprendizajes de conceptos matemáticos, si es empleada en forma racional, y como parte de una tarea o secuencia de aprendizaje planificada por el profesor.

Por lo planteado en el enunciado anterior, no es conveniente cerrar el paso a la utilización de tales aplicaciones en el aula, sino al contrario, se requiere buscar la forma de aprovechar esos recursos de forma innovadora, incrementando el interés y participación de los estudiantes en la resolución de ejercicios, incluidos dentro de una secuencia didáctica. En este trabajo nos planteamos cómo emplear la app Phothomath como un elemento central en el diseño de una tarea de aprendizaje, para mejorar el proceso de entendimiento en el tema de integrales trigonométricas. El objetivo propuesto es el diseño de una tarea de aprendizaje que incorpore el empleo de Phothomath, en una clase de cálculo integral durante la resolución de problemas de integrales trigonométricas.

Consideramos que algunos elementos de la tarea de aprendizaje que pueden incluirse en el diseño e implementación son: el trabajo colaborativo que propicie la reflexión, el uso de una herramienta digital (Photomath), el análisis de casos particulares y el empleo de distintos registros de representación (aritmético, algebraico y geométrico). La importancia de estos elementos radica en la forma en cómo se incorporan dentro de una tarea de aprendizaje, considerando que una tarea debe promover entre las estudiantes formas matemáticas de pensar (Torres et al. 2022).

Estos elementos pueden contribuir a un mejor entendimiento de las ideas y conceptos alrededor de la resolución de integrales como las estudiadas en este caso, privilegiando los procesos de análisis y reflexión, habilidades que pertenecen al pensamiento complejo y son esenciales para el desarrollo de las habilidades metacognitivas. Por lo tanto, se fortalece la idea de que las herramientas informáticas, vinculándolas a experiencias significativas, se constituyen en herramientas cognitivas que los alumnos y las alumnas pueden usar para desarrollar habilidades del pensamiento (Cuicas et al.2007).

La metodología incluye plantear a un grupo de estudiantes algunas integrales de funciones trigonométricas, las cuales, se les pide que primero las traten de resolver haciendo uso de lápiz y papel, aplicando los conocimientos adquiridos durante el curso de cálculo integral. Una vez resueltas, se solicita a un alumno o a un equipo de estudiantes que compartan frente al grupo su procedimiento y resultado, discutiendo de manera grupal los detalles del método empleado. Posteriormente se procede a hacer uso de Phothomath para darle solución a las integrales anteriormente planteadas, de tal manera que los alumnos puedan en primer lugar comparar el resultado y después el paso a paso de los mismos. Una vez analizados los pasos que brinda la aplicación, se procede a un análisis minucioso de cada uno, solicitando al alumno justifique cada una de las acciones realizadas por Phothomath, con la finalidad de retomar algunas propiedades aritméticas, algebraicas, así como el empleo de identidades trigonométricas, entre otros recursos.

Como parte de los primeros resultados obtenidos durante la implementación de esta actividad con el grupo de estudiantes, se pudo observar que al hacer la comparación entre el proceso propuesto por el estudiante y el proceso arrojado por la aplicación existen algunas diferencias en cuanto a los pasos de resolución, lo cual permite al alumno observar que existen distintas rutas de solución y resolver algunas dudas, lo que contribuye a ampliar su conocimiento. Consideramos que un elemento importante lo constituyen las intervenciones del docente, que incluyen preguntas para detonar los procesos de análisis y reflexión durante el proceso de resolución de los ejercicios incluidos en la tarea. Esta idea se basa en el convencimiento de que las capacidades de visualización que ofrecen las herramientas computacionales se deben complementar con la elaboración de argumentos matemáticos que justifiquen los resultados obtenidos (Barrera et al., 2021).

Bibliografía:

Barrera, F., Reyes, A., Campos, M y Rodríguez, C. (2021). Resolución de problemas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista Pädi*, 9 (especial), 10/17. https://doi.org/10.29057/icbi.v9iEspecial.7051.

Cuicas, M., Debel, E., Casadei, L. y Álvarez, Z. (2007). El software matemático como herramienta para el desarrollo de habilidades del pensamiento y mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas. *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación* , 7 (2), 1/34.

García, P. (2017). *El celular como herramienta pedagógica*. Serie: Prácticas Innovadoras México: INNE.

Monge, C. (2017). Uso de dispositivos móviles: Una experiencia interactiva para enseñar matemáticas. Memorias X Congreso Internacional CIEMAC, San José, Costa Rica.

Torres, A.; Campos, M.; Reyes, A. y Soto, C.A. (2022) Diseño de tareas con tecnología: entre investigación y docencia . Pädi, 9 (18), 29-34.

DOI: https://doi.org/10.29057/icbi.v9i18.7133

DETERMINACIÓN DEL VOLUMEN DE FRUTAS Y VERDURAS MEDIANTE PROCESAMIENTO DIGITAL DE IMÁGENES Y PERFIL MATEMÁTICO COMO PARTE DEL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DEL CÁLCULO

Miguel Ángel Lema Carrera, Nidia Gabriela Collins Melgar
malema7@espe.edu.ec, *gnidia.collins@gmail.com*
Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, Unidad Educativa "Eugenio Espejo", Ecuador

Resumen

La enseñanza y aprendizaje del cálculo diferencial e integral, presenta una de las mayores dificultades para los estudiantes de nivel medio, superior y universitario (García Retana, 2013), los cuales únicamente tienen una idea algebraizada de la misma (Artigue et al., 1995), con ejercicios repetitivos, memorizando reglas y técnicas para el cálculo de derivadas e integrales, sin concebir y conocer siquiera el significado o definición de éstos, haciéndose imposible su aplicación o al menos bosquejar algún tipo de solución a problemas sencillos presentes en la cotidianidad. De forma similar, para los docentes encargados de impartir estas asignaturas, los cuales con su forma tradicional y aburrida de enseñar desmotivan y generan un cierto rechazo por parte del estudiante hacia la matemática y en particular al cálculo (Milevicich & Lois, 2008).

Este trabajo presenta un enfoque metodológico innovador en la enseñanza-aprendizaje del cálculo, específicamente en el cálculo de volúmenes de revolución aplicado experimentalmente a frutos y verduras, con una orientación puntual en el uso de recursos tecnológicos aplicado al procesamiento digital de imágenes y empleo de paquetes computacionales como es Geogebra y Matlab, para la determinación del perfil mediante funciones matemáticas y generación de simulaciones visuales dinámicas en 3D, en tanto, que se destierra el paradigma de creer que las matemáticas son no visuales y estáticas.

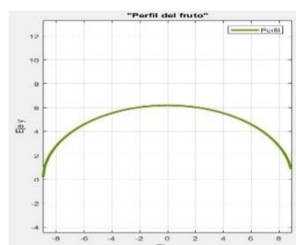
En primera instancia se ha seleccionado frutos y verduras de fácil geometría como es el melón, limón, pepino y aguacate, con una muestra de 15 ejemplares respectivamente, adquiridas en el mercado local. Se toma datos de longitud, ancho y profundidad utilizando un calibrador vernier y una fotografía a una distancia de 25 cm con un dispositivo móvil de 16 megapíxeles. A continuación, se procesa la imagen digital en Geogebra colocándola en tamaño real, del cual, se obtiene el perfil del elemento mediante una función matemática polinomial $f(x)$. Mencionada

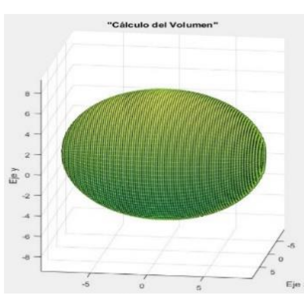
función matemática se emplea en la fórmula para el cálculo de volúmenes de revolución por el método de discos (Piskunov, 1977), dada por:

$$V = \pi \int_{a}^{b} [f(x)]^2 dx$$

Considerando que los límites de integración son las dimensiones del fruto o verdura. Se genera un script .m en el software Matlab versión 2019b, para simular en 3D el volumen del fruto, mediante una suma de pequeños volúmenes de cilindros o discos, cuyo base es una circunferencia de radio la función $f(x)$ y altura justamente el diferencial dx, a medida que se vaya refinando la malla se obtendrán resultados mucho más aproximados al verdadero (Rodríguez, 2011).

Para la comprobación de resultados se utiliza el método del desplazamiento de agua, basado en el principio de Arquímedes el cual menciona: "Si un cuerpo esta parcial o totalmente sumergido en un fluido, éste ejerce una fuerza hacia arriba sobre el cuerpo igual al peso del fluido desplazado por el cuerpo" (Serway & Vuille, 2012), utilizando un vaso de precipitación, un retroproyector y una lámpara de 32W.





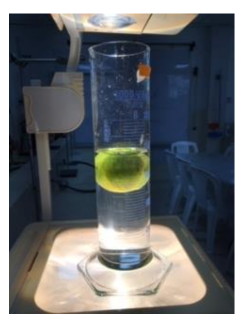


Fig. 1. a) Toma de datos con el calibrador, b) Función matemática f(x) perfil del fruto, c) Simulación dinámica 3D cálculo volumen del fruto, d) Comprobación de resultados método desplazamiento de agua.

	Volúmenes de revolución Matlab-Geogebra	Desplazamiento de agua
Melón	1435.49 cm^3	1465.80 cm^3
Limón	36.99 cm^3	37.53 cm^3
Pepino	301.84 cm^3	315.20 cm^3
Aguacate	184.80 cm^3	185.33 cm^3

Tabla. 1. Resultados del volumen de melón, limón, pepino y aguacate.

Bibliografía

Artigue, M., Douady, R., y Moreno, L. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática.* Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.

García Retana, J. Á. (2013). La problemática de la enseñanza y el aprendizaje del cálculo para ingeniería. *Revista Educación*, *37*, 29 - 42.

Milevicich, L., & Lois, A. (2008). La enseñanza y aprendizaje del cálculo integral mediante el uso del ordenador. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *21*, 973-982.

Piskunov, N. (1977). *Cálculo Diferencial e Integral* (Vol. 1). Moscú: Editorial Mir.

Rodríguez, L. (2011). *Análisis Numérico Básico Un enfoque algorítmico con el soporte de Matlab.* Guayaquil: ESPOL.

Serway, R., & Vuille, C. (2012). *Fundamentos de Física* (Novena ed., Vol. I). CENGAGE Learning.

USO DE SYMBOLAB PARA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE ECUACIONES EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS

Dr. Flaviano A. Zenteno Ruiz, Dr. Armando I. Carhuachin Marcelo, Dr. Clodoaldo Ramos Pando, Dr. Raúl Malpartida Lovatòn, Mg. Víctor L. Albornoz Dávila zentenor@undac.edu.pe; acarhuachinm@undac.edu.pe; cramos@undac.edu.pe; rmalpartidal@undac.edu.pe, vlalbornozd@undac.edu.pe.

Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión (UNDAC), Cerro de Pasco, Perú.

Resumen

Nuestra investigación entre otras consideró *a nuestros estudiantes del I semestre de la*

Escuela Profesional de Educación Secundaria (EFES) de la UNDAC, a quienes les formulamos varias preguntas en un cuestionario, la respuesta a una de ellas: ¿Usaste Symbolab para el tratamiento de ecuaciones? se presenta en la siguiente tabla:

Tabla 1

Uso de Symbolab para el tratamiento de ecuaciones de los estudiantes de la EPES

Respuestas	*Número de estudiantes*	*Porcentaje %*
Si	*11*	*24.4*
No	*34*	*75.6*
Total	*45*	*100*

Nota. *Cuestionario a estudiantes de la EPES, aula classroom de matemática básica, 2022.*

Luego de tener esta realidad reflejada en la tabla anterior, se dio a conocer el software Symbolab para el tratamiento de ecuaciones en la Escuela y semestre determinado. Este argumento y otros permitió formular el problema general de investigación: ¿En qué medida el uso del software Symbolab influye en la enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones en los estudiantes del I semestre, Escuela Profesional de Educación Secundaria, Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión?, asimismo el objetivo general fue explicar cómo el uso del software Symbolab influye en la enseñanza-aprendizaje de ecuaciones en estudiantes del I semestre de la Escuela Profesional de Educación Secundaria, Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Se trabajó con pre y pos prueba, con grupo experimental y de control no aleatorizado. La preprueba y posprueba fueron validados con el método de juicio de expertos, la confiabilidad con el método de Kuder Richardson con coeficiente de 0,76. La población fue de 145 estudiantes y la muestra de 88, divididos en dos grupos, 49 del grupo experimental y 39 del grupo control. Algunos resultados significativos son: La media aritmética del grupo experimental fue 15, la moda fue 17 y su coeficiente de variación fue 20%, en tanto la media del grupo de control fue 12, su moda fue 12 y su coeficiente de variación fue 22%. Para establecer las inferencias estadísticas al nivel del

95% de confiabilidad se aplicó el estadístico U de Mann-Whitney que validó la hipótesis de investigación: El uso del software Symbolab influye significativamente en el aprendizaje de las ecuaciones en los estudiantes del I semestre, Escuela Profesional de Educación Secundaria, Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión, en conformidad con las pruebas de normalidad y de homocedasticidad realizadas. Alguna conclusión fue: Se determinó que el software Symbolab influye significativamente en la enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones en los estudiantes del I semestre.

Bibliografía

Anggraini, Y., & Sunaryantiningsih, I. (2019). Perbedaan Hasil Belajar Menggunakan Aplikasi Symbolab dengan Metode Konvensional pada Mahasiswa Teknik Elektro. *Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, *4*(1), 29–38. https://doi.org/10.26594/jmpm.v3i2.1252

Carranza, C. (2020). *Matemática Básica.* Ediciones Moshera. Lima. Perú.

Córdova Zamora, M. (2017). *Estadística Descriptiva e Inferencia.* Editorial Moshera Perú.

Gutiérrez Campos, L. (2012). Conectivismo como teorìa de aprendizaje: conceptos, ideas y posibles limitaciones. *Revista educación y tecnología, N° 1, año 2012.* https://dialnet.unirioja.es

Course Hero. (s. f.). *Uso correcto de Symbolab.docx*, https://www.coursehero.com/file/61825239/Uso-correcto-de-Symbolabdocx/

Campos Viegas, E. (2017). *O uso do Symbolab e MalMath em dispositivos móveis: uma ferramenta prática para o cálculo de integrais duplas*. [Trabajo monográfico para la obtención de título de licenciado en matemática, Universidad Federal da Paraíba].https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/3396/1/ECV18012018.pdf

Farah, R. N., Zuraida, R. L., Ayub, A. F. M., Rejeki, S., Amarpreet, K., Muzirah, M., Nida, S. U., & Irwan, N. (2021). Algebraic Lab: Pedagogical Tool to Teach and Learn Algebra through Game. *Review of International Geographical Education Online*, *11*(4), 951–962. https://doi.org/10.33403/rigeo.8006809

Fernández Caycho, J. A. (2021). *Desarrollo de software para la optimización de funciones polinómicas de una variable aplicando criterio de la derivada enésima en el cálculo de máximos y mínimos* [Tesis para optar el grado académico de magister, Universidad Nacional Mayor de San Marcos]. https://cybertesis.unmsm.edu.pe/handle/20.500.12672/17625

Gutiérrez, L. (2012). Conectivismo como teoría de aprendizajes: Conceptos, ideas, y posibles limitaciones. *Revista Educación y Tecnología, N° 1*.

Martínez, J. (2014). *El mundo que viene.* Editorial Egedsa Madrid.

Monzón, E. (2020). *Alfabetización digital en el aula. II Congreso Interuniversitario sobre Educación Virtual (Digital World Learning) (CIEV2019).* http://biblioteca.galileo.edu/tesario/handle/123456789/960

Moya Calderón, R. (2018). *Estadística Descriptiva*. Editorial San Marcos. Ñaupas Paitan, H., Mejía, E., Novoa Ramírez, E. y Villagómez Paucar, A. (2014). *Metodología de la investigación cuantitativa – cualitativa y redacción de la tesis*. Ediciones de la U. Bogotá.

Orellano, D. (2020). *Uso de herramientas digitales para resolución de ejercicios-Symbolab*. https://daianaorellano.blogspot.com/2020/07/uso-de-herramientas-digitales-para.html

Pérez Serrano, G. (1990). *Investigación-acción. Aplicaciones al campo social y educativo* Editores Dykinson.

Programa de estudios de Matemática - Física. (2017). *Currículo de estudios 2017*. [Archivo PDF]

Reyes, S. (2020). *El uso del software educativo symbolab y su influencia en el aprendizaje de las funciones matemáticas en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Privada del Norte-sede San Juan de Lurigancho, durante el ciclo 2018-1.* Universidad Privada Antenor Orrego.Robologs. (2016). *El Software Symbolab*, https://www.robologs.com.

Silva Mecede, E., & Carias Tezolin, M. (2021). *Potencial de aplicativos computacionais* como *ferramenta no ensino de geometria analítica, nas engenharia*s. [Archivo PDF]. https://www.confea.org.br

LA MATEMATIZACIÓN DE OBJETOS COTIDIANOS: LA INTEGRAL Y SELECCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMA CON EL USO DE TRACKER Y GEOGEBRA.

Rafael Pantoja González, Karla L. Puga Nathal, Alberto D. González Courtenay
rafael.pg@cdguzman.tecnm.mx, karla.pn@cdguzman.tecnm.mx, alberto.gc@cdguzman.tecnm.mx
Tecnológico Nacional de México/ Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán; México.

Fundamentación.

A causa del confinamiento obligatorio por la pandemia que inicio en el 2019 hasta diciembre del 2021, nos percatamos, después del trabajo en línea, una parte considerable de los estudiantes de la materia de Cálculo Integral regresaron con pocas ganas de interiorizar el aprendizaje, así como una deficiencia en los conocimientos previos requeridos en la materia.

Descripción.

Arrieta y Diaz (2015) proponen incentivar el interés del docente por generar estrategias de enseñanza alternativas que puedan llamar la atención de los estudiantes y estos pudieran apropiarse e interiorizar algunos conceptos

(Hitt y González-Martín, 2015; Pantoja, Guerrero, Ulloa, Nesterova, 2016) proponen se empleen situaciones problema de la vida cotidiana que puedan interesar a los estudiantes, por lo que se propuso los estudiantes seleccionaran el objeto a matematizar y atraer su atención. El docente ejemplificó que tipo de situaciones podría utilizar, ver figura 1.

Objetivo.

(Hinojos et al., 2016) propuso generar applets en GeoGebra para calcular la longitud de arco con funciones que surgieron de los libros de texto. Sin embargo, en el plan de estudios propone que se modelen situaciones que se encuentran en el entorno del estudiante.

(Oliver et al., 2018) plantearon la elaboración de un applet a partir del modelo matemático sugerido por el docente. Nuestra metodología buscó que el alumno, con el uso de una fotografía y el software tracker aproximara el modelo matemático del contorno de algún objeto.

		
a) volumen del liquido	b) peso de una papaya	c) longitud de arco de un macro túnel

Figura 1. Algunos ejemplos presentados a estudiantes por los docentes.

Metodología

En esta experiencia se fundamentó en dos teorías, Las representaciones semióticas que desarrolló Raymond Duval (2004) donde se generaran cuatro registros a saber: El **visual** que se relacionó con la búsqueda del objeto a matematizar con una fotografía, con Tracker se generó el acercamiento **gráfico** (representación gráfica del contorno del objeto a matematizar), el **analítico** fue la función que se obtuvo con GeoGebra y el **numérico** (tabla de datos de Tracker). La ACODESA (Aprendizaje colaborativo, debate científico y autorreflexión) de Fernando Hitt (2015) propició la representación **verbal** con la discusión entre pares y la **escrita** con la entrega de reporte final, ver la figura 2.

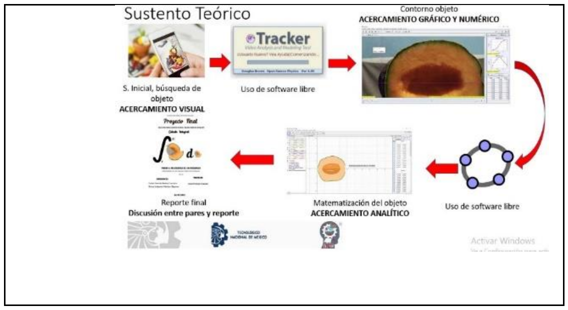


Figura 2. Las representaciones de Duval y ACODESA.

Resultados

Esta experiencia logró en el estudiante un interés y motivación por matematizar objetos con apoyo de la fotografía como el software libre. La metodología alternativa logró en el estudiante identificara e interiorizara algunas definiciones del Teorema Fundamental del Cálculo, por ejemplo, aproximar una función representativa del contorno del objeto seleccionado, identificar un límite superior e inferior en el objeto seleccionado. El trabajo colaborativo generó gusto en los estudiantes. Además, percibió que se puede relacionar la matemática que trabaja en el aula con la matemática que puede obtener de situaciones de la vida cotidiana.

Referencias

Arrieta, J., Díaz L. Una perspectiva de la modelación desde la socioepistemología a modeling perspective from socioepistemology. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* (2015) 18 (1): 19-48. DOI: 10.12802/relime.13.1811.

Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores en el desarrollo cognitivo.* Santiago de Cali, Colombia: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática. ISBN: 958-670-329-0.

Hitt, F., González-Martín, A. (2015).Covariation between variables in a modelling process: The ACODESA (collaborative learning, scientific debate and self-reflection) method. *Educ Stud Math.* 88:201–219. DOI 10.1007/s10649-014-9578-7. Springer Science Business Media Dordrecht: USA.

Pantoja, R. Guerrero, M. de L., Ulloa, R. Nesterova, E. (2016*). Modeling in problem situations of daily life. Journal of Education and Human Development,* Vol. 5, No. 1, pp. 62-76. ISS**N**: 2334-2978 (Electronic Version). DOI: 10.15640/jehd.v5n1a1. Published by American Research Institute. Recuperado el 23 de Mayo de 2016 de http://jehdnet.com/

Hinojos, J. E., Torres, D. del C., Trujillo, E., Arana, R. A., Peralta, J. X., & Cuevas, O. (2016). Desarrollo de applets para la conceptualización de la integral definida. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, *1*, 566-572.

Oliver, E. B. V., Aguilar, M. P. M., Pizano, I. S., Carapia, L. Á. C., & Jiménez, M. M. (2018). El uso de GeoGebra para solución numérica de integrales como una aplicación para el cálculo de la longitud de arco. *Pistas Educativas*, *33*(104), Art. 104. http://pistaseducativas.celaya.tecnm.mx/index.php/pistas/article/view/1333

EL CARGADOR DEL TELEFONO CELULAR EN LA ENSEÑANZA DEL ELECTROMAGNETISMO Y LAS MATEMATICAS EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES E INGENIEROS

Neider Arias Mindiola, Anyi Rodríguez Mendoza, Juan Pacheco Fernández y Ever De la Hoz Molinares
ndarias@unicesar.edu.co, anyiprodriguez@unicesar.edu.co, juanpacheco@unicesar.edu.co, y everdelahoz@unicesar.edu.co
Universidad Popular del Cesar, Valledupar, Colombia

Resumen

El método expositivo y la clase magistral con poca participación de los estudiantes marcó y sigue vigente en la enseñanza de las ciencias físicas y las matemáticas, lo cual ha ocasionado que algunos de ellos, tenga la imagen de estas disciplinas científicas como un cúmulo de definiciones, representaciones y esquemas abstractos con poca relación con sus concepciones alternativas para explicar el mundo y alejada de su cotidianidad, el lenguaje de la matemática y la ciencia escolar es complejo y confuso, alejado del utilizado día a día. (Acosta, Córdoba, & Pacheco, 2021).

Una de las consecuencias de lo expuesto es el desinterés de los estudiantes por el estudio profundo e integrados de los conceptos y su relación con la vida cotidiana de la matemática y física escolar, priorizando estos sus actividades de aprendizaje a partir de la mecanización de conceptos y resoluciones de ejercicios, esto no ocurre solamente en la educación secundaria y preuniversitaria, sino inclusive en la formación inicial de profesores de ciencias físicas y matemáticas como también en la formación de ingenieros. Lo que origina un aprendizaje de temas aislado y con poca relación con el contexto social y profesional. (Acosta, Córdoba, & Pacheco, 2021) y (Tejada, Daza, De la Hoz y Pacheco 2020).

Con la finalidad de intentar de contribuir en la solución de esta problemática desde los debates planteado al interior de los semilleros de investigación PENSAGEO y FIEDUSICO adscrito al grupo de investigación Educativa en Ciencias Naturales y Matemática (ECINAMA) de la Universidad Popular del Cesar (UPC), se ha propuesto un modelo de enseñanza desde una perspectiva sociocultural considerando la matemática y las ciencias física como una construcción humana, que se estructura a partir de actividades que hacen parte de un conjunto de prácticas sociales que realizan unas personas con la finalidad de darle sentido, explicación al mundo. (Acosta, Córdoba, & Pacheco, 2021).

Los planteamientos anteriores se concretan con el enfoque sistémico contextualizado (ESC) de la enseñanza de las ciencias naturales y la Matemáticas, el cual propone que la enseñanza de estas disciplinas en los diferentes niveles de escolaridad se enseñen a partir de situaciones relacionadas con contexto social y que sean significativas para los estudiantes, denominadas situaciones contextualizadas SC. En esta ponencia se muestra el diseño de la situación contextualizada sobre el funcionamiento del cargador del teléfono celular para la enseñanza del electromagnetismo y las matemáticas para inicial de inicial de profesores y de ingenieros, abordando los saberes a través de los conceptos estructurantes campo electromagnético y funcional real que contribuya además los desarrollos sus competencias profesionales (Acosta, Córdoba, & Pacheco, 2021) y (Tejada, Daza, De la Hoz y Pacheco 2020).

El EFC escoherente con las políticas y normatividad Curricular existente para los programas académicos de pregrado conducentes a mejorar la formación de profesionales en el país, expedidas por el ministerio de educación de Colombia (MEN), cuyo propósito principal es evaluar la apropiación de saberes y el desarrollo de competencias en su respectiva área de saber profesional, evaluado a través de los resultados de aprendizaje adquirido durante el proceso de formación en un programa académico, los cuales están asociados a las competencias y saberes específicos y generales de acuerdo a la exigencias que le plantea la sociedad actual a las respectivas profesiones, en el cual todas las asignaturas o cursos que conforman el plan deben contribuir con dicho fin (MEN, 2022).

Las dificultades presentes en la enseñanza de las ciencias físicas y de las matemáticas en la formación inicial de profesores e ingenieros no es ajena a la Universidad Popular del Cesar (UPC). Generalmente los contenidos escolares en los cursos son presentados en forma aislada con relación entre sí, con otras áreas de conocimiento, con la vida cotidiana, con las competencias profesiones y su perfil de egreso de los estudiantes; para intentar contribuir con la solución de este problema, se propone la situación contextualizada del funcionamiento del cargador de un teléfono móvil, celular, la cual está relacionada con las actividades cotidianas de los estudiantes del ciclo básico de ingeniería de la UPC, Ingenierías Agroindustrial, Electrónica, Ambiental y Sanitaria y de sistemas, y con las licenciaturas en Matemáticas y Física y de Ciencias Naturales y Educación Ambiental (Tejada, Daza, De la Hoz y Pacheco 2020).

El funcionamiento del cargador de un celular es estudiado en forma similar a un cargador de batería, consta de la siguiente etapa: transformación, rectificación, filtrado y regulación. El estudio involucra los saberes electromagnéticos asociados al proceso de transformación realizado por un transformador reductor monofásico, en el cual se presenta el fenómeno de inducción electromagnética, en la rectificación, se convierte el voltaje de corriente alterna a continua; en el filtrado, mediante la carga y descarga de un capacitor se disminuye el rizado del voltaje continuo y en la regulación, se estabiliza el voltaje. Para estudiar los fenómenos eléctricos y electromagnéticos presentes se modelizaciones matemáticas que requiere saberes asociados a sistemas numéricos, métricos, geométricos, variacionales (Tejada, Daza, De la Hoz y Pacheco 2020). (Lúquez J., Pacheco, J. y De La Hoz, E. 2021).

Bibliografía

Acosta, J., Córdoba, Y., & Pacheco, J. (2021*). Identificación de situaciones contextualizadas para la enseñanza de las ciencias naturales*. revista boletín redipe, 10(6), 274-288.

Colombia, M. E. N. (2022). *Una Mirada a los Resultados De Aprendizaje*. Editorial MEN

Lúquez, J., Pacheco, J., & De La Hoz, E. (2021). *Modelización matemática desde la perspectiva contextualizada*. Revista Boletín Redipe, 10(8), 463–480.

Tejada D, Daza J, De la Hoz E y Pacheco J. (2020). *Saberes electromagnéticos asociados al funcionamiento del transformador en el cargador de un celular*. *Revista Boletín Redipe* 9(2), 235-244.

APLICACIÓN DE UN SOFTWARE EN LA ENSEÑANZA DE CÁLCULO A ESTUDIANTES DEL CENTRO DE CIANCIAS BASICAS DE LA UNIVERSIDAD POLITECNICA ESTATAL DEL CARCHI

Martinez Armendáriz Germán, Moreno Pallares Mario
german.martinez@upec.edu.ec, mario.moreno@upec.edu.ec
Universidad Politécnica Estatal del Carchi,
Ecuador

Uno de los principales problemas que enfrentan actualmente los docentes del área de las matemáticas en la educación es la falta de actualización en los métodos o formas de enseñanza para ciertos temas donde se puedan emplear herramientas didácticas que se encuentran en el día a día, como por ejemplo la tecnología.

Como menciona (Martínez, 2022) En la universidad politécnica estatal del Carchi (UPEC) mediante la aplicación de una encuesta a los profesores de matemáticas y asignaturas similares tanto titulares como ocasionales, concuerdan con el uso de software matemático para la enseñanza de determinados temas, pero cada uno se basa en su experiencia propia o dominio de un determinado programa, no existe una estandarización de la metodología a emplearse en los en el proceso de enseñanza y aprendizaje del precálculo y el cálculo dentro de las mallas de ingeniería.

También se realizó una encuesta a estudiantes del Centro de Ciencias básicas de la UPEC, donde es visible la aceptación de un software educativo en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ya que la mayoría de ellos viene de una educación virtual debido a la pandemia y a la era tecnología que se vive en la actualidad donde las herramientas informáticas son utilizadas para la mayoría de procedimientos diarios. (Martínez, 2022).

En su publicación (Vilca, 2022) destaca que las asignaturas de Cálculo diferencial e Integral presenta un mayor grado de dificultad y entendimiento en los estudiantes universitarios, Los recursos informáticos pueden aportar su capacidad de interacción dinámica, mediante las animaciones, simulaciones y vistas en 3D ayudando la exploración visual, de esta manera las TIC permitiría trabajar distintas áreas del cálculo matemático.

Con los antecedes previos se optó por la aplicación de un software educativo en la planificación y evaluación de una temática dentro de Cálculo integral como son los volúmenes de revolución. Al existir la necesidad de flexibilidad y de cambios rápidos en la investigación, es necesario la utilización de la metodología acción para la investigación o más conocida en inglés como Action Research (O' Brien, 1998).

Dicha metodología fue ideada por Kurt Lewin, que es considerada como un proceso en el cual una o varias personas se reúnen para identificar un problema y hacen algo para resolverlo hasta que sus resultados sean de su satisfacción (Gabel, 1995) que tiene cuatro etapas.

Tabla 1

Etapas de la metodología Action Research

planificación	seguimiento del silabo de la asignatura de cálculo integral de la UPEC, tomando como referencia la temática de volúmenes de revolución que será evaluada
actuación	y elaboración de material didáctico para los dos cursos de Cálculo Integral,

	el de la Mañana paralelo AM se dicto la clase de manera tradicional y en el paralelo de la tarde AT se utilizó el programa matemático para los gráficos y la comprobación de la respuesta
observación	se reúnen los resultados de la aplicación del plan, perteneciente a la experimentación se obtiene los siguientes resultados el paralelo AM obtuvo una media de 7.03 y con los estudiantes de AT se alcanzó un promedio de8.09.
reflexionar	Hace referencia a las conclusiones deducidas en el proceso

Los estudiantes actuales, prefieren un aprendizaje que involucre a herramientas tecnológicas ya que pueden interactuar con la tecnología y experimentar y explorar nuevos procedimientos en la resolución de ejercicios.

Los profesores de matemáticas concuerdan que la utilización de paquetes informáticos en el proceso de enseñanza de la matemática es útil, pero no tiene conocimientos profundos de metodologías en la aplicación de estos programas para la enseñanza de ciencias exactas.

En un caso de aplicación puntual como es el tema de volúmenes de revolución que es un dominio abstracto de acuerdo a su grafico ya que maneja tres dimensiones, los estudiantes que aplicaron el software obtuvieron una nota promedio mayor, al curso de estudiantes que se manejaron de forma tradicional, con gráficos hecho de forma manual.

Realizar capacitaciones continuas al personal académico sobre estrategias metodológicas para la utilización de softwares en la enseñanza de las ciencias básicas, ya que los docentes conocen el manejo de los diferentes programas, pero hay vacíos en como utilizarlos para obtener mejores resultados de aprendizaje.

Referencias

Ayash, M. M. (2014). Research Methodologies in Computer Science and Information Systems. *Computer Science*, *2014*, 1–4. https://pdfs.semanticscholar.org/3d85/8e3df0997f3fdaacab386c4eae9117e90ccb.pdf

Gabel, D. (1995). An Introduction to Action Research. In *National Association for Research in Science Teaching*, (Issue 24 April, pp. 1–4). physicsed.buffalostate.edu/danowner/actionrsch.html

Martínez, G. (2022) “Análisis del uso de un software educativo como herramienta en el proceso de enseñanza y aprendizaje en la asignatura de matemáticas en los estudiantes del centro de nivelación de la universidad Politécnica Estatal del Carchi” [Tesis de Maestría, Universidad iberoamericana de México].

Vilca, R. (2019) Aplicación del software geogebra y su influencia en el aprendizaje de áreas y volúmenes de sólidos de revolución en el cálculo integral en los estudiantes del primer año de la facultad de ingenierías de la universidad continental arequipa – 2017[Tesis de Maestría, Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa]. Repositorio institucional UNSA http://repositorio.unsa.edu.pe/handle/UNSA/8427

CLASS CRAFT UNA HERRAMIENTA DIDACTICA QUE PERMITE LA INCLUSIÓN EN LAS CLASES DE MATEMÁTICAS.

Diana Patricia Cardenas Cuesta
diana.cardenas@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño, Colombia

Resumen

Algunos de los retos a los que se enfrentan los maestros en el aula de clase es desarrollar competencias matemáticas en los estudiantes, cumplir con los contenidos del curso para todos los estudiantes de la clase, incluyendo aquellos niños que presentan algún tipo de Necesidades Educativas Especiales NEE. (Unesco, 2008, 2020). En la ciudad de Bogotá según el Simat[3] en el 2019 había 10899 estudiantes con discapacidad cognitiva matriculados en la ciudad de Bogotá y al 2022 se tienen 21419 estudiantes con discapacidad cognitiva, esto muestra que hay un aumento del 60% de estudiantes matriculados en el sistema educativo colombiano en los últimos años.

Con base a lo anterior, se plantea la siguiente pregunta de investigación ¿Qué estrategias metodológicas pueden implementarse en el aula de clase para favorecer la inclusión de estudiantes que presentan diferentes tipos de discapacidad y su proceso de enseñanza y aprendizaje en las clases de matemáticas basado en la resolución de problemas? Acorde con el problema de investigación se plantea como objetivo aplicar y evaluar un sistema de actividades

[3] SIMAT. Sistema integrado de matriculas de estudiantes. Disponible: https://www.sistemamatriculas.gov.co/simat/app

basadas en la resolución de problemas matemáticos y la gamificación, que permita la inclusión de los estudiantes con DC o dificultades en matemáticas en el aula de clase.

Este trabajo se llevó a cabo durante los años 2021 y 2022, en la ciudad de Bogotá, en el colegio San Austin IED, donde se tiene 120 estudiantes de ciclo V jornada mañana en los cuales hay tres estudiantes diagnosticados con discapacidad cognitiva DC, dos con discapacidad física y tres que no han sido diagnosticados, ni reportados por el Simat con discapacidades, pero presentaban dificultades de aprendizaje, tomando como referencia sus bajos desempeños académicos a lo largo de los últimos cuatro años y su nivel de repitencia en algunos grados.

La metodología es de tipo cualitativo y se utiliza el estudio de caso, para el desarrollo de la investigación se empleó la metodología de investigación basada en el diseño IBD (Bell, 2004), con el fin de crear y aplicar la estrategia didactica que permitirá realizar un aporte teórico y práctico fundamentado en la inclusión matemática como lo proponen Boaler (2016) y Ross (2019), el modelo IDEAL para la solución de problemas propuesto por Zayyadi et al. (2019), la motivación propuesta por Alves (1963) citado por Farías y Pérez (2010) y la gamificación de las actividadescomo la propone Kapp citado por Tomislav, Ivica & Hyo (2018) de las actividades, para que los estudiantes con DC tengan una participación y en la construcción del conocimiento matemático incluyéndolos de manera efectiva en las clases.

En aras de favorecer la inclusión se usando como recurso la plataforma Class Craft donde los estudiantes trabajaron por equipos, sin importar el tipo de discapacidad o características que tuviesen, de tal manera que se ofreciera a todos las mismas oportunidades educativas. Cada estudiante tenía un rol en la plataforma, donde estaba el guardián quien se encarga de proteger y recibir daños al grupo en los retos grupales, el mago quien tiene el poder de recargar cristales o poderes a sus compañeros cuando ya no tienen, y el sanador quien se encarga de sanar y dar salud a sus compañeros cuando han sido heridos en batalla.

En la plataforma se construyeron 5 mundos, el primero denominado explorando, donde se propusieron siete retos matemáticos diferentes, su objetivo es identificar los conocimientos previos que tienen los estudiantes entorno a la solución de problemas matemáticos. El segundo mundo es de retos numéricos, su objetivo es identificar propiedades o patrones que presentan algunas cantidades numéricas y que estrategias emplean los estudiantes en la solución de problemas numéricos, el tercer mundo es de retos algebraicos, el objetivo es emplear el lenguaje algebraico para realizar generalizaciones de patrones numéricos y geométricos en la solución de problemas matemáticos. El cuarto mundo es el de retos de conteo cuyo objetivo es comprender y aplicar las diferentes técnicas de conteo a la solución de problemas combinatorios, y el quinto mundo es de retos geométricos cuyo objetivo es aplicar los conocimientos geométricos para comprender y explicar situaciones cotidianas. Cada mundo tiene una estructura metodológica para el desarrollo de las clases, se desarrolla en tres fases que son:

1. Fase de entrenamiento: Son sesiones de clase a cargo del docente, donde se realiza un entrenamiento e introducción a cada mundo, explicando conceptos, propiedades básicas del tema, problemas no rutinarios, para que ellos recuerden elementos teóricos y logren desarrollar satisfactoriamente los retos grupales e individuales de cada mundo.

2. Fase de validación: La segunda parte consiste en el ingreso a la plataforma inician con una historia de ambientación e introducción al juego, luego se presentan 4 retos con diferente nivel de dificultad que deben desarrollar por grupos en clase, al finalizar cada uno de ellos deben justificar sus soluciones, para validar los procesos matemáticos desarrollados, y determinar qué tipo de estrategias, rutinas utilizaron en la solución.

3. Fase de aplicación: La tercera parte consiste en los desafíos de líderes y puede hacerse por grupos o de manera individual; esta actividad consta en la solución de problemas matemáticos tipo olimpiadas matemáticas del tema abordado en cada mundo, sirve también como retos de nivelación para que los estudiantes que han alcanzado puntajes bajos obtengan puntos adicionales para aumentar su nivel y experiencia en el juego.

Como conclusiones de la implementación se puede asegurar que la solución de problemas permite desarrollar habilidades en la argumentación y justificación en los niños que presentan discapacidad cognitiva DC, ya que ellos en la fase de entrenamiento recuerdan los conceptos y los relacionan en la solución de problemas cuando justifican sus respuestas, también nivel metodológico es importante mencionar que el uso de preguntas orientadoras, permite que los estudiantes puedan explorar posibles alternativas, para encontrar la solución del problema.

La plataforma permite desarrollar también indicadores de comportamientos positivos en los estudiantes, esto permite fomentar en el aula valores de respeto, tolerancia, escucha a los compañeros, también usa otros recursos que sirven como mediadores para mejorar la concentración, la atención y ayudas que permiten avanzar a los estudiantes en su proceso se aprendizaje. Este recurso permite gamificar las clases y ayuda a mejorar la motivación y la integración de todos los estudiantes en la clase fortaleciendo sus relaciones interpersonales.

Bibliografía

Boaler J. (2016). Designing mathematics classes to promote equity and engagement. Journal of Mathematical Behavior, 41, 172–178.

Carmona J. & Arango C. (2013). Hacia una inclusión educativa en la enseñanza de las Matemáticas. Revista Educación científica y tecnológica (Edicion especial), 636- 640.

Farias D. & Pérez J. (2010). Motivación en la Enseñanza de las Matemáticas y la administración. (U. Simón, Ed.) Formación Universitaria, 3(6), 33-40. Obtenido de https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-50062010000600005

Fernández, R. & Sahuquillo, A. (2015). Plan de intervención para enseñar matemáticas a alumnado con discapacidad intelectual. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 4, 11-23.

Lopez M. (2011). Barreras que impiden la escuela inclusiva y algunas estrategias para construir una escuela sin exclusiones. Innovacion educativa, 37 - 54.
MEN. (2017). Documento de orientaciones técnicas, administrativas y pedagógicas para la atención educativa a estudiantes con discapacidad en el marco de la educación inclusiva. 1-230.
OEA. (2004). Educar para la diversidad. Módulo 4: aulas inclusivas. Santiago de Chile, Chile.
Tomislav J., Ivica B. & Hyo J. (2018). Examining competitive, collaborative and adaptive gamification in young learners' math learning. Computers & Education, 125, 444-457.
Ross H. (2019). Inclusion in mathematics education: an ideology, a way of teaching, or both? Educational Studies in Mathematics., 100, 25–41.
UNESCO (2020). Inclusión y educación: Todos y todas sin excepción. Informe de seguimiento de la educación en el mundo. Paris, Francia. p. 478.
Zayyadi, M., Nusantara, T., Subanji, & Hidayanto, E. S. (2019). A Commognitive Framework: The Process of Solving Mathematical Problems of Middle School Students. International Journal of Learning, Teaching and Educational Research Vol. 18, No.2, 89-102

TRES FORMATOS DE TAREAS PARA INTEGRAR EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

Elena Freire Gard
efreire@docente.ceibal.edu.uy
Instituto de Profesores Artigas, Uruguay

Resumen

En este documento se presentan diferentes diseños de tareas que se trabajaron en tres cursos de formación de profesores de matemáticas en el Instituto de Profesores Artigas de Montevideo-Uruguay. El diseño de tareas y la selección de actividades que efectúa el futuro profesor son claves para su desempeño docente y se vinculan con los aprendizajes que desarrollará en sus estudiantes. Se consideró la clasificación de las tareas sugerida por Smith y Stein (1998, citadas en NCTM, 2015, p.19) según el nivel cognitivo que hay que poner en práctica al resolverlas: a) tareas de memorización (de bajo nivel cognitivo); b) tareas de procedimiento sin conexiones (exigencias de bajo nivel) referido a tareas de repetición de algoritmos o de uso de fórmulas; c) tareas de procedimiento con conexiones (exigencia de alto nivel) referidas a tareas que vinculan diferentes registros de representación y favorecen la comprensión del significado de los conceptos matemáticos y d) tareas de construcción de las

matemáticas (exigencias de alto nivel) que involucran razonamientos no usados habitualmente y demandan que los estudiantes exploren.

Algunos ejemplos de tareas que promueven la argumentación son: las viñetas conceptuales, las tareas de final abierto y las tareas de ¿quién pertenece o no pertenece? Según Keogh et al. (2008) las viñetas conceptuales son tareas que involucran diferentes personajes que exponen su opinión sobre alguna pregunta matemática en la que los estudiantes tienen que tomar una postura y argumentarla para generar un debate en el aula. Naylor y Keogh (2013) encontraron que los estudiantes al argumentar sobre las respuestas de los personajes de las viñetas no sienten miedo de ser juzgados si se equivocan en sus respuestas. Otro tipo de tareas son las tareas de final abierto (Zaslavsky, 1995). Dicha autora afirma que pequeñas modificaciones en el enunciado de una tarea pueden provocar grandes cambios en su resolución. Las tareas de final abierto tienen múltiples respuestas correctas y posibilitan el debate al presentarse diferentes formas de razonamiento para responderlas. El formato de tareas: "Which one doesn't belong? (Bourassa, 2013) propone identificar cuál, entre cuatro gráficas o expresiones analíticas, es la intrusa según criterios que tendrá que encontrar y defender el propio estudiante. Para implementar estas tareas es necesario pensar en su diseño y modalidad de aplicación. La formación de profesores es un ámbito adecuado para acompañar al futuro profesor en crear y aplicar tareas no tradicionales. El objetivo de la investigación fue diseñar y analizar la implementación de tareas de final abierto y de viñetas conceptuales para ser aplicadas en grupos de práctica docente de Educación Secundaria, por parte de futuros profesores de matemáticas.

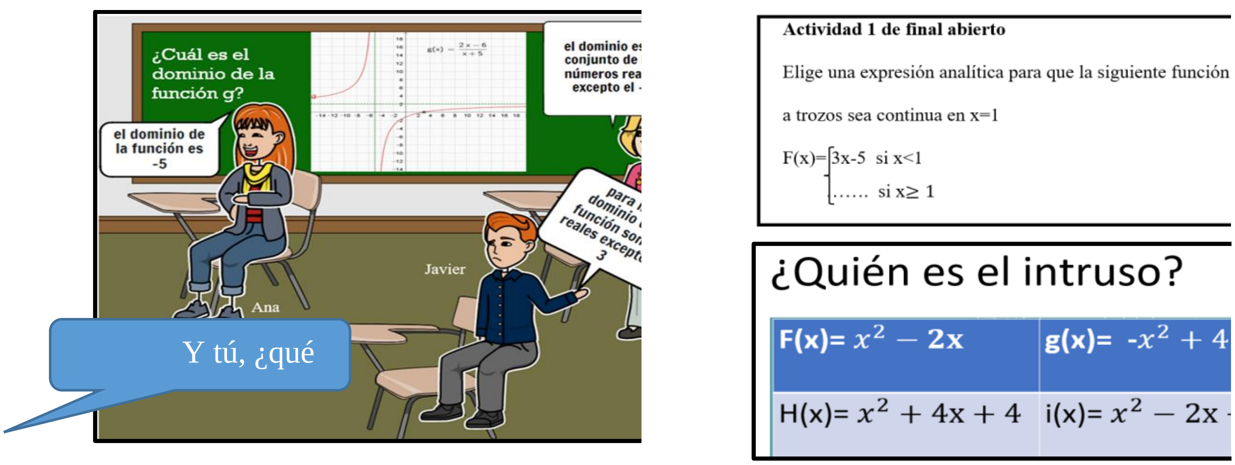
La metodología consta de tres fases. La primera fase correspondió al diseño y análisis de viñetas conceptuales, tareas de final abierto y actividades de "¿Cuál pertenece o no?" en la clase de Didáctica I y II. La segunda fase consistió en la implementación de las tareas en la clase de

Didáctica. La tercera fase fue la implementación de las actividades diseñadas en los grupos de práctica docente de Educación Secundaria de los futuros profesores de matemática. Para obtener los datos se observaron las clases de matemática impartidas por los futuros profesores con las actividades diseñadas.

Para el diseño de tareas se utilizaron softwares matemáticos y no matemáticos: StoryboarThat, GeoGebra y Paint. StoryborThat sirvió para el diseño de las caricaturas de las viñetas conceptuales que, a su vez, se combinaron con gráficos creados con GeoGebra, editor de ecuaciones de Word y Paint. GeoGebra se utilizó para el diseño de gráficas, tablas y expresiones algebraicas de funciones.

En la figura 1 se muestran algunos de las tareas diseñadas por los estudiantes e implementadas en el aula.

Figura 1. *Actividades diseñadas por futuros profesores de matemáticas con tareas de final abierto.*



Fuente: Elaboración propia.

Resultados

La experiencia de implementación de tareas con alto nivel cognitivo implicó todo un desafío para los futuros profesores. Los primeros resultados muestran la diversidad de respuestas que se generan en una clase y las modificaciones que se producen en las metodologías de enseñanza de los futuros profesores al implementar tareas con viñetas conceptuales y tareas de final abierto. Entre algunos de los aspectos clave los futuros profesores destacaron la importancia del acompañamiento del profesor formador en la confección de tareas y la simulación previa a la implementación en los grupos de educación secundaria. Manifestaron que este acompañamiento les aportó mayor confianza y seguridad para animarse a incluir estas tareas en el aula de matemáticas. Los futuros profesores consideraron esencial la etapa previa a la implementación en los grupos de práctica docente debido a que al proponer tareas de final abierto se presentan situaciones imprevistas. Por ello es por lo que consideraron fundamental haber diseñado con detalle la planificación de la clase, anticipando las preguntas que podían surgir por parte de los estudiantes y las respuestas que tendrían que dar el profesor.

La implementación de las tareas con viñetas conceptuales y ¿cuál pertenece o no? permitieron que los estudiantes aporten diferentes argumentaciones y que tengan gran motivación por intervenir en clase. En particular los FP observaron que estudiantes no participativos se animaron a contestar cuando en otras circunstancias no lo hacían.

Bibliografía

Bourassa, M. (2013). Which one doesn´t belong? https://wodb.ca/about.html

Keogh, B., Dabell J. y Naylor S. (2008). Concept cartoons in mathematics education. Great Britain: Millgate House Publishers.

National Council of Teachers of Mathematics, NCTM. (2015). De los principios a la acción. Para garantizar el éxito matemático para todos. 3D Editorial.

Naylor, S. y Keogh, B. (2013). Concept Cartoons: What Have We Learnt? Journal of Turkish Science Education, *10*(1), 3–11.

Zaslavsky, O. (1995). Open-ended tasks as a trigger for mathematics teachers' professional development. *For the Learning of Mathematics*, *15*(3), 15-20. https://www.jstor.org/stable/40248183

TSG 7. COMPETICIONES MATEMÁTICAS

VALORACIÓN DEL ALCANCE DE LA TRS DE DUVAL PARA CARACTERIZAR EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO MOSTRADO POR ESTUDIANTES QUE PARTICIPAN EN LOS EXÁMENES DE OLIMPIADAS COLOMBIANAS DE MATEMÁTICAS

Lexander Guerrero, María Falk de Losada
leguerrero39@uan.edu.co, director.doctoradoem@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño, Colombia

Resumen

Desarrollar el pensamiento matemático (PM) a través de la didáctica de la matemática es una tarea primordial de los sistemas educativos. Schoenfeld (2000) citado por Harel (2006) plantea que la comprensión de la naturaleza del PM es vital para mejorar la instrucción matemática en todos los niveles de grado. En este sentido la Teoría de las Representaciones Semióticas (TRS) de Raymond Duval tiene pretensiones de ofrecer una cobertura teórica clara y precisa para explicar los procesos de pensamiento y comprensión en matemáticas. Duval (2017) considera que las dificultades de los estudiantes a la hora de resolver problemas se pueden explicar desde la perspectiva de los registros semióticos y sus operaciones de tratamiento y conversión. No obstante, no se puede establecer con certeza si al lograr una automatización en este proceso se garantice la iniciativa y el control en problemas no rutinarios. Debido a esto es prudente reconocer que las RS pueden tener límites para caracterizar el PM. En el caso de la resolución de problemas no rutinarios y/o retadores, estas dificultades son mayores debido a que exigen una actividad intensa del PM en la búsqueda de nexos creativos, profundos (en ocasiones inesperados) y semióticamente económicos entre conceptos matemáticos.

La temática investigada se ha abordado en congresos y reuniones: Psychology of Mathematics Education (PME), International Congress on Mathematical Education (ICME), International Commission on Mathematical Instruction (ICMI), Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM), Congress of the European Society for Research in

Mathematics Education (CERME), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (ALME), entre otros. En el ICME 13 se localizaron trabajos sobre las diferentes categorías implicadas en el tema de investigación tales como semiótica, PM, resolución de problemas y competiciones matemáticas. Además, en ZDM Mathematics Education se localizaron varios artículos que aportan a la investigación. Otras revistas consultadas fueron: Pensamiento Matemático, Journal for Research in Mathematics Education (JRME), Educación Matemática, Educational Studies in Mathematics, International Journal of Science and Mathematics Education, Relime, entre otras.

La presente investigación se justifica desde el punto de vista didáctico por la observación de tendencias generalizadas que hacen un énfasis excesivo en las tareas de reconocimiento más que en la resolución de problemas no rutinarios. Describir las limitaciones de la teoría de Duval para caracterizar el PM de los estudiantes en la resolución de problemas no rutinarios de olimpiadas colombianas de matemáticas, tiene indudable valor teórico. Dicha descripción puede ser el fundamento para comprenderla necesidad de una didáctica de la matemática basada en problemas no rutinarios, para crear contextos donde emerja y se desarrolle el PM. Esta investigación se circunscribe en el contexto de las olimpiadas colombianas de matemáticas donde se persigue el objetivo de que los problemas no rutinarios sean al mismo tiempo problemas retadores.

Las valoraciones anteriores y el estudio epistemológico inicial realizado permiten determinar el siguiente **problema de investigación** ¿cuáles son las características del PM, evidenciadas en las soluciones a problemas no rutinarios de las olimpiadas matemáticas de la Universidad Antonio Nariño, que no pueden ser explicadas desde la teoría de Raymond Duval? y el objetivo general es avanzar en la caracterización del PM de los estudiantes en la resolución de problemas de olimpiadas de la Universidad Antonio Nariño, para de allí analizar las pretensiones de la TRS de Duval.

En la investigación se asume como marco teórico el PM, la resolución de problemas, la formación de conceptos en matemáticas y la TRS. Es de resaltar del análisis realizado hasta el momento que:

- La TRS de Duval, al realizar un énfasis excesivo en la semiosis, descuida la conexión interna y necesaria entre el proceso de pensar y su producto intelectual. Como afirma Radford (2006), el PM se caracteriza tanto como praxis reflexiva como por ser mediado semióticamente.
- En esta investigación no se comparte el criterio de Dewey (1997) de que el lugar de una enseñanza formal es el de producto del pensamiento y de ofrecer formas lógicas dentro de las cuales se vierte el resultado del pensamiento real, para facilitar la comprobación de su valor. Esto significa que Dewey (1997) sólo reconoce la función de expresión y no la función de tratamiento que también caracteriza la mediación semiótica del PM.
- No se concuerda con Duval (2004) de que es necesario considerar las RS a nivel de la estructura de la mente. El hecho de que la mediación semiótica, en ocasiones, puede expresarse como transformaciones semióticas no significa que la praxis reflexiva como proceso pueda reducirse a esta coordinación entre registros semióticos heterogéneos. Esto significaría de nuevo un desequilibrio de la conexión interna y necesaria entre el PM como proceso y como resultado. Es recomendable asumir una posición de equilibrio.

La presente investigación es cualitativa y el enfoque es fenomenológico porque abarca la experiencia compartida del investigador, los autores seleccionados para formar parte del estado del arte y el marco teórico de la tesis, así como por los estudiantes que participan como resultado del muestreo, respecto del PM como fenómeno. El resultado final es avanzar en la caracterización del PM desde esta experiencia compartida en el contexto de olimpiadas colombianas de matemáticas. El método fundamental aplicado es la triangulación para lograr la mayor credibilidad y precisión del estudio cualitativo y así fortalecer su validez. También se pretende contrarrestar la posibilidad de conclusiones o interpretaciones erróneas acerca del PM de los estudiantes a partir de este método.

Como conclusiones se precisa que en el estudio de las respuestas escritas en exámenes de olimpiadas colombianas de matemáticas para primaria, la mediación semiótica se caracterizó fundamentalmente por la función de expresión, la función de tratamiento se encontró en algunas respuestas y la función de objetivación no se pudo observar. Por otra parte, aplicando la técnica del protocolo verbal concurrente se pudo notar que el proceso de reflexión se caracteriza más por los pasos para el pensamiento reflexivo prescritos por Dewey (1997), sin llegar al perfeccionismo de las hipótesis que este autor propone, que por la intención de realizar conversiones entre registros semióticos, identificando unidades de significado.

Bibliografía

Dewey, J. (1997). *How We Think.* Courier Corporation.

Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano, Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales.* Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía.

Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations.* (T. M. Campos, Ed.) Switzerland: Springer International Publishing.

Harel, G. (2006). Mathematics Education Research, Its Nature, and Its Purpose: A Discussion of Lester's Paper. *ZDM Mathematics Education , 38* (1), 58-62.

Radford, L. (2006). Semiótica y educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa RELIME , 1* (Extraordinario 1), 7-21.

MODELO EVALUATIVO EMPLEADO EN OLIMPIADAS MEDIOAMBIENTALES PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO Y DE MODELAMIENTO MATEMÁTICO EN PROYECTOS AMBIENTALES EN EL DEPARTAMENTO DE MAGDALENA

Ellery Gregorio Chacuto Lopez, María Falk de Losada
echacuto@unimagdalena.edu.co, directordoctorado@uan.edu.co
Universidad del Magdalena, Universidad Antonio Nariño, Colombia

Resumen

La presente comunicación hace referencia a la importancia que tiene el entendimiento de cómo cuidar el medio ambiente en la actualidad y el poder aportar desde las matemáticas y la educación matemática crítica con acciones que promuevan al cuidado ambiental que ayude a mejorar la calidad de vida de todos los seres vivos, y a la vez emplear conocimientos matemáticos que nos permitan contextualizar y modelar comportamientos de diversas situaciones

medioambientales y plantear soluciones de mejoramiento. Por otra parte, en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es de vital importancia el contexto de aplicación de las nociones matemáticas estudiadas en el aula en los diferentes niveles del sistema educativo colombiano y en particular en la educación obligatoria básica y media. La Unesco (2015) en su objetivo para alcanzar la Educación y el Desarrollo Sostenible (EDS) propone una formación que posibilite a los estudiantes tomar decisiones y adoptar medidas responsables para cuidar el medio ambiente.

Por esta razón importantes corrientes de la educación matemática en la actualidad centra sus esfuerzos en el estudio de situaciones reales o concretas que resulten ser significativas para los estudiantes y que proporcionen herramientas no sólo para la aplicación de las matemáticas sino también para el desarrollo del pensamiento matemático. Por su parte, las crecientes problemáticas ambientales de nuestro planeta exigen la intervención de todos los ciudadanos, y exigen del sistema educativo la formación eficaz de los estudiantes en una buena educación ambiental, dada su relevancia como arma para luchar en favor de la conservación de nuestro entorno, por lo que es importante trabajar por el mejoramiento de las relaciones con la naturaleza y el estudio de las relaciones que el ser humano establece con ella (Rodríguez, 2011).

Por lo anterior es importante responder ¿Cómo lograr que las olimpiadas medioambientales favorezcan el desarrollo del pensamiento matemático y la generación y puesta en marcha de proyectos de cuidado del medioambiente en el Departamento del Magdalena?

El objetivo de esta investigación doctoral radica en avanzar en la caracterización del pensamiento matemático y del tipo de formación científica ante el panorama ambiental que se involucra en el desarrollo de olimpiadas medioambientales realizadas a través del diseño (con su respectivo componente de modelación matemática).

La metodología que se emplea para la evaluación de proyectos es una extensión de un trabajo por Eyerer y Krause desarrollaron el método de la telaraña con la finalidad de ilustrar la dificultad que se presenta en las tareas que se encuentran en el modelado Theoprax. El método Theoprax emplea un diagrama de telaraña para calificar un proyecto. Este modelo fue adaptado por Bock, Bracke, Götz y Siller (2014) para medir cómo los profesores califican la dificultad de ciertas tareas de modelado.

Referencias

Aguirre, J. M., Anhalt, C. O., Cortez, R., Turner, E. E., & Simic-Muller, K. (2019). Engagi Aguirre, J. M., Anhalt, C. O., Cortez, R., Turner, E. E., & Simic-Muller, K. (2019). Engaging Teachers in the Powerful Combination of Mathematical Modeling and Social Justice: The Flint Water Task. *Mathematics Teacher Educator*, *7*(2), 7–26. https://doi.org/10.5951/mathteaceduc.7.2.0007

Bell, S. (2010). Project-Based Learning for the 21st Century: Skills for the Future. *The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas*, *83*(2), 39–43. https://doi.org/10.1080/00098650903505415

Bock, W., Bracke, M., Kreckler, J., Bock, W., Bracke, M., Kreckler, J., Ninth, C., Bock, W., Bracke, M., & Kreckler, J. (2016). *Taxonomy of modelling tasks To cite this version : HAL Id : hal-01287249*.

Kaiser, G., Blomhøj, M., & Sriraman, B. (2006). Towards a didactical theory for mathematical modelling. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, *38*(2), 82–85. https://doi.org/10.1007/BF02655882

Krajcik, Joseph S. and Blumenfeld, P. C. (2005). *PBL_Article.pdf* (pp. 317–334). https://doi.org/10.1017/CBO9780511816833.020

Mason, J., Burton, L. and Stacey, K. (2010). Thinking mathematically. In *Early Years Educator*. http://mehrmohammadi.ir/wp-content/uploads/2019/11/Thinking-Mathematically.pdf

(Mason, J., Burton, L. and Stacey, 2010).

Rieckmann, M. (2017). Educación para los Objetivos de Desarrollo Sostenible: objetivos de aprendizaje. UNESCO Publishing.

TSG 8. ETNOMATEMÁTICA

PENSAMIENTO VISUAL EN LA ICONOGRAFÍA DE LA CULTURA ARHUACA: LA MOCHILA EL LIENZO DE LA MUJER ARHUACA

Luis Guillermo Suarez Arias, Omar Trujillo Varilla, Alcides Páez Soto, David Uribe Suarez
lguillermosuarez@unicesar.edu.co, *omartrujillo@unicesar.edu.co*,
alcidespaez@unicesar.edu.co, *daviduribe246@uan.edu.co*
Universidad Popular del Cesar, Universidad Antonio Nariño

Resumen

Las Matemáticas contribuyeron al desarrollo de la humanidad desde la Antigüedad, no importa el lugar, las matemáticas han ayudado a perpetuar los conocimientos. En la Sierra Nevada de Santa Marta se encuentra una de las tribus más reconocidas de toda Colombia por su conexión espiritual con la naturaleza, su cosmovisión y su cosmogonía; en el tiempo a perdurado su cultura: un bien inmaterial el cual se ha transmitido de forma oral de generación en generación y tras ello ha sido posible conocer más sobre la interpretación de la creación del universo, del mundo, de la naturaleza, conocimientos desde su perspectiva tradicional.

Ese pensamiento ancestral se encuentra plasmado en las mochilas con sus diferentes figuras tradicionales; la construcción de las mochilas arhuacas hacen parte de su cotidianidad, donde, cada una involucra el desarrollo de conceptos matemáticos para realizarlas, ya sea, contar, medir, localizar y diseñar, etc. según lo planteado por Bishop (1999); en la construcción de la mochila Arhuaca encontramos figuras geométricas; por lo tanto se hace importante el estudio de la geometría en el nivel básico, porque desarrolla la imaginación espacial del alumno y su capacidad para explorar, representar y describir su entorno; esto le proporciona un conocimiento útil en la vida cotidiana, en las ciencias, en las técnicas y en diversos campos de la actividad humana, lo prepara para razonar, demostrar conjeturas y comprender mejor las ideas relacionadas con el número, la medición y otras partes de las Matemáticas. Todo lo anterior con una relación

muy estrecha entre lo planteado por Bishop (1999) y lo planteado por Hitt (2002) “La visualización matemática tiene que ver con el entendimiento de un enunciado y la puesta en marcha de una actividad, que si bien no llevará a la respuesta correcta sí puede conducir al resolutor a profundizar en la situación que se está tratando. Una de las características de esta visualización es el vínculo entre representaciones para la búsqueda de la solución a un problema determinado”, En el CIAEM, Chalé (2015) puntualiza “… No hay duda de la participación de los aspectos visuales en el proceso de construcción del conocimiento matemático, además la visualización puede ser central, no solamente en áreas que están asociadas con las imágenes visuales (tal como la geometría), sino también en aquellas donde un argumento simbólico formal es necesario (por ejemplo el álgebra)”, acorde a lo expuesto anteriormente se hace necesario realizar un estudio mediante el cual se logre reconstruir la forma mediante la cual las mujeres indígenas Arhuacas logran visualizar, generar y desarrollar las diferentes iconografías realizadas en la mochila, partiendo de los problemas singulares en la mujer arhuaca como los presentados a continuación: las mujeres arhuacas en su mayoría no conocen el idioma español, no conocen los números, no saben contar, los números que conocen en la lengua materna iku no tienen representación gráfica o simbólica.

Objetivo General.

Identificar conceptos matemáticos y geométricos implementados por las mujeres indígenas arhuacas en tejido de mochilas como un quehacer cotidiano y cultural

Objetivos Específicos.

- ❖ Caracterizar los conceptos matemáticos que subyacen en el proceso del tejido de la mochila Arhuaca de la Sierra Nevada de Santa Marta
- ❖ Relacionar los conceptos matemáticos utilizados al momento de visualizar, generar y desarrollar la mochila Arhuaca con los derechos básicos de aprendizaje.
- ❖ Describir las técnicas utilizadas en el diseño de las mochilas arhuacas y sus dibujos más representativos (tradicionales).

Metodología

Rodríguez (1996), sostiene que la finalidad de la investigación cualitativa le permite al investigador comprender e interpretar la realidad tal y como es entendida por los sujetos participantes en los contextos estudiados; desde esta postura se realizó la investigación hacía una metodología cualitativa exploratoria con un enfoque etnográfico. Las mujeres arhuacas que hicieron parte de la investigación contaron su experiencia, mostraron sus habilidades y técnicas en la mochila Arhuaca, esto permitió realizar una interpretación con un enfoque vivencialista-experiencialista, la investigación se realizó con un grupo de mujeres indígenas arhuacas las cuales solo se comunican a través de su lengua materna ikʉ, y su nivel de escolaridad es ninguno, lo cual hace muy real la forma como se interpreta la experiencia narrada por ellas.

La recolección de datos se hizo por medio de entrevistas, acorde a los ítems a investigar la cual se desarrollo en la zona rural del municipio de Pueblo Bello en las comunidades indígenas donde viven las mujeres mayores, las cuales se han dedicado al tejido de mochilas arhuacas desde el inicio de sus vidas.

Conclusiones.

Después de haber realizado las distintas entrevistas, de haber compartido en la cultura, de estar inmerso en la cotidianidad de los arhuacos, hemos podido identificar, clasificar, y describir como las mujeres indígenas arhuacas aplican conceptos matemáticos en el arte de tejer la mochila, conceptos que quedan plasmados en las mochilas después de haber sido tejidas, ángulos, líneas, triángulos, rombos, cuadrados, espirales, perpendicularidad, conceptos de medias, equidistancia, partición, etc.

No obstante el sentido de esta investigación aparte de buscar identificar y clasificar los conceptos matemáticos tiene un eje diferenciador el cual es describir la estructura mediante la cual la mujer Arhuaca visualiza y desarrolla la construcción de la mochila Arhuaca desde sus conocimientos ancestrales, y como en esta era con esos mismos conceptos puede no solo desarrollar y plasmar figuras tradicionales sino también figuras que están por fuera del pensamiento arhuaco, entre ellas nombres de personas, animales, símbolos e infinidad de figuras.

Bibliografía.

Bishop, A. (1999). Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural. Madrid: Paidós

Hernández, S. (2010). Metodología de la investigación en Colombia. McGrawHill.

Rodríguez, G. (1996). Metodología de la Investigación Cualitativa. Málaga.

AROCA, Armando. (2008). Una propuesta metodológica en etnomatemática. Rev. U.D.C.A Actualidad & Divulgación Científica.

Wiley & Sons, Inc. Recuperado el día 1 de octubre de 2016 de la URL http://www.bdigital.unal.edu.co/10598/1/8411522.2013.pdf

Hitt, F. (2002). Representations and Mathematics Visualization. International Group for the Psychology of Mathematics.Education North American. Chapter and Cinvestav IPN. México.Pág 8.

Chale, S. (2015). La visualización en la resolución de patrones. XIV Conferencia interamericana de Educación matemática. México, 2015. Recuperado de la URL el día 10/10 /2016

Estándares Básicos de Competencias, p. 58

EL BORDADO TZELTAL MAYA COMO HERRAMIENTA PARA EL ESTUDIO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS EN LA EDUCACIÓN BÁSICA

Marlene Roberta Acevedo Zapata
marlenracevedo777@gmail.com
Secretaría de Educación Pública de Chiapas, México

La investigación pretende dar mayor significado al estudio de las figuras geométricas, que están inmersas en los bordados de la cultura maya tzeltal de la población de Tenejapa; Chiapas, ubicada al sur de México. Visto desde el enfoque de la etnomatemática y empleando los elementos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, para revalorizar los elementos culturales de esta población maya.

Palabras clave: bordado maya, figuras geométricas, etnomatemática, didáctica.

La geometría es una rama de las matemáticas que surge cuando el hombre primitivo empieza a clasificar los objetos que se encuentran en su entorno, en relación a su tamaño y forma. Esta herramienta fue de utilidad en diversas culturas como la egipcia que emplearon las propiedades de la geometría para la construcción de canales de riego, pirámides y monumentos, que posteriormente estos conocimientos fueron formalizados por los griegos. Al ser de un tema relevante el estudio de figuras y cuerpos geométricos como parte de los Aprendizajes Clave de quinto grado (S.E.P., 2017), se considera de importancia rescatar estos aprendizajes utilizando elementos del contexto cultural de los alumnos para tener un aprendizaje significativo a partir del uso que se le da a las figuras geométricas como parte representativa de su cultura. En este caso, se pretende fomentar el estudio y reconocimiento de las figuras geométricas a través de los telares de la cultura maya tzeltal de Tenejapa, poblado que pertenece al Estado de Chiapas, México.

Los conocimientos ancestrales de los pueblos indígenas forman parte de los conocimientos cotidianos, que corresponden a distintas áreas del conocimiento y que muchas veces no corresponden a disciplina alguna en específico (Bonilla,2019). En Tenejapa, La mayoría de los hombres y las mujeres se dedican al trabajo del campo, en la siembra de la milpa o en la cosecha del café; pero también algunas mujeres se dedican a tejer en telar de cintura y a bordar las blusas o las naguas(faldas). Algunas lo llevan a vender los jueves que son el día de plaza en Tenejapa. Los bordados mayas de Tenejapa, se caracterizan por la presencia de figuras con formas romboidales en color rojo que representa el universo y el inframundo, además de la presencia de brocas en tono amarillo, rojo y ocre. Bajo este contexto y de acuerdo a los autores Godino & Ruiz (2002), la geometría se ocupa de estudiar los objetos el punto, recta, plano, triángulo, polígono, poliedro, etc. que se designan con el nombre de “figuras geométricas” y que son consideradas como abstracciones, conceptos, entidades ideales o representaciones generales de una categoría de objetos.

La etnomatemática es una herramienta que en esta investigación permite acercar las matemáticas practicadas por los grupos sociales de esta comunidad en la decoración de sus ropas a través del uso de bordados con figuras geométricas. Como señala (D'Ambrosio,2013), al considerar las matemáticas como una práctica ejercida por grupos culturales (comunidades urbanas y rurales, grupos de trabajadores, grupos de profesionales, niños de cierta edad, sociedades indígenas y otros que se identifican por objetivos o tradiciones comunes. Que recupera la cultura del ser humano al otorgar reconocimiento a sus tradiciones ancestrales.

Es necesario que el alumno enfrente un proceso intencional y planeado que le permita acceder al ejercicio de la razonabilidad matemática afectando la totalidad de su pensamiento. Es decir, se trata de que implique diversos aspectos de su historia personal al ubicarlo en un contexto pleno de sentido del que se sienta parte activa (Gil,2020). Por lo que, de lo anterior se desprende la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué alcances tiene a nivel pedagógico y cultural el uso del bordado tradicional, para el estudio de la geometría en los alumnos de Educación Básica? Los elementos teóricos que guían la investigación se centra en la etnomatemática, para conocer los conocimientos matemáticos que están inmersos en la cultura. Los elementos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico para describir el conocimiento matemático como parte de la actividad de la elaboración de textiles, a través de la praxeología matemática (tareas, técnicas, tecnologías y tareas) y los Aprendizajes para la Educación Integral 5to. Grado de Educación Primaria para fundamentar el estudio de los elementos geométricos en los bordados.

La población a estudiar son 5 alumnos y 6 alumnas que cursan el quinto grado de Educación Primaria, en la población maya-tzeltal El Corralito, perteneciente al municipio de Tenejapa. Ubicado en la zona montañosa de Chiapas al sur de México. El marco metodológico que se va utilizar es cualitativo, que nos va permitir obtener información de las opiniones, creencias y valores de la sociedad. Además de emplear método etnográfico para comprender las prácticas sociales, costumbres y tradiciones que emergen de la población. Posteriormente, se analizarán los datos obtenidos con elementos teóricos de la TAD para analizar cómo utilizan el conocimiento geométrico en la elaboración de textiles.

Los resultados obtenidos en este trabajo, muestra que la praxis didáctica logra mayor significación, al emplear elementos que se encuentran en el contexto del alumno y cómo a través de estos puede relacionarlo con el contenido escolar para lograr un aprendizaje significativo de la geometría en la Educación Básica y al mismo tiempo revalorizar los saberes matemáticos de la cultura maya-Tzeltal de la comunidad de Tenejapa.

Referencias Bibliográficas

Bonilla, M. (2019). *Un estudio del proceso de elaboración del tejido quechua en telar de cuatro estacas. Aportes para la enseñanza de las matemáticas en la educación básica.* [Tesis de maestría]. Repositorio de la Pontificia Universidad Católica del Perú
https://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/20.500.12404/14446/BONILLA_TUMIAL%c3%81N_MARIA_DEL_CARMEN11.pdf?sequence=1&isAllowed=y

D'Ambrosio, U. (2013). *Etnomatemáticas: Entre las tradiciones y la modernidad* (Segunda edición). México: Díaz de Santos Ediciones.

Gil, C. (2020). Estética textil maya: Investigación artística aplicada en un material didáctico para niños. *Revista de arte contemporáneo*, 10 (20), 2477-9199.

Godino, J. & Ruiz, F. (2002). Geometría y su Didáctica para Maestros. Granada, España: ReproDigital.

https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/12594/tzeltales.pdf

S.E.P. (2017). Aprendizajes para la Educación Integral. Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación. México: SEP

ARTICULAÇÕES ENTRE ETNOMATEMÁTICA E ESTUDO DE AULA NA FORMAÇÃO DOCENTE VOLTADA À INCLUSÃO DE SURDOS

Maria de Fátima Nunes Antunes, Ieda Maria Giongo, Blanco-Álvarez Hilbert, Francisca Mello Agapito
maria.antunes@universo.univates.br, igiongo@univates.br, hilbla@udenar.edu.co, francisca.agapito@ufma.br
Universidade Vale do Taquari-Univates, Brasil, Universidade de Narino, Colômbia, Universidade Federal do Maranhão, Brasil
a

Resumo

A proposta de tese do doutorado em Ensino de Ciências Exatas da Universidade do Vale do Taquari-Univates, localizada em Lajeado/RS, Brasil, da primeira autora, “Surdos, Tecnologias Assistivas e Estudos de Aula: uma perspectiva etnomatemática em foco, tem como objetivo analisar as contribuições pedagógicas da metodologia de estudos de aula em seus entrecruzamentos com o campo da etnomatemática e o uso do GeoGebra como uma Tecnologia Assistiva para estudantes surdos de duas escolas públicas do Mato Grosso, Brasil. Nessa seara, um grupo de professores dos anos iniciais fez uso da formação de Grupos de Estudos da Metodologia do Estudo de Aulas. Castellanos-Sánchez e Blanco-Álvarez (2019, p. 1, tradução nossa) explicam que “[...] estudo de aula é uma ferramenta útil para gerar processos reflexivos para as próprias práticas de sala de aula dos professores e, portanto, seu desenvolvimento profissional”. De acordo com essa metodologia, os participantes elaboraram, desenvolveram, avaliaram, redesenharam/aplicaram as tarefas de matemática, em turmas de estudantes surdos, incluídos em salas de aula comuns, por meio de uma sequência didática, abordando a geometria espacial mediante o uso do GeoGebra como uma Tecnologia Assistiva (TA). No Brasil, o Comitê de Ajudas Técnicas (CAT), instituído pela Portaria nº 142, de 16 de novembro de 2006 (Brasil, 2006, p. 9), conceitua a TA, como uma “[...] uma área do conhecimento, de característica interdisciplinar, que engloba produtos, recursos, metodologias, estratégias, práticas e serviços

que objetivam promover a funcionalidade, relacionada à atividade e participação, de pessoas com deficiência, incapacidades ou mobilidade reduzida, visando sua autonomia, independência, qualidade de vida e inclusão social”. Além disso, os referenciais teórico-metodológicos que sustentam a investigação estão em consonância com o campo da etnomatemática. Knijnik (2010) declara que, na perspectiva da etnomatemática, as mulheres, os índios, as crianças no momento de brincar, entre outros, apresentam diferentes formas de produzir/operar com a matemática. Agapito, Giongo e Hattge (2019, p. 183) afirmam que “[...] os surdos, que têm suas práticas provindas de processos culturais por eles vivenciados no contato com seus pares e sobre sua condição de visualidade”. Os participantes foram professores que atuavam com estudantes surdos nos anos iniciais de duas escolas públicas. A primeira etapa da investigação foi desenvolvida em 2021, na escola de Guarantã do Norte/MT, que contou com a presença dos professores regentes das turmas de 3º e 4º dos anos iniciais, a tradutora intérprete de Libras e a da Sala de Recursos Multifuncional. A escolhida para desenvolver as tarefas de geometria espacial foi a do 4º ano dos anos iniciais, na qual estava incluído um estudante surdo. O mesmo grupo docente prosseguiu no segundo momento da pesquisa em 2022, composto de professor da Sala de Recursos Multifuncional e dois professores surdos em uma escola pública em Sinop/MT. Dessa vez, a turma escolhida para desenvolver as tarefas foi a do 3º ano dos anos iniciais, da qual fazia parte um estudante surdo. Para a geração de dados, utilizaram-se diário de campo, filmagens, observação participante, tarefas impressas e, a posteriori, a transcrição desses dados que envolveram os participantes. Os resultados foram escrutinados pela análise textual discursiva com o apoio do Software Nvivo. Assim, observou-se que o estudante surdo pode ser incluído na sala de aula comum e realizar as mesmas tarefas que os ouvintes, com o auxílio do GeoGebra e amparado pela sua própria cultura, aspectos que emergiram da etnomatemática. Sendo assim, a formação continuada com os professores permitiu pensar diferentes abordagens em sala de aula inclusiva, diferindo das demais formações já ocorridas, além de promover a reflexão sobre as ações pedagógicas voltadas à inclusão. Ademais, a sequência didática, com a produção de um vídeo como Produto Educacional, auxiliou nos estudos de educação para surdos por meio da formação continuada dos professores envolvidos nesse processo de inclusão. Aliado a isso, por meio de uma sequência didática e produção de um vídeo como produto educacional, espera-se contribuir para os estudos de educação para surdos, sobretudo via formação continuada dos professores que estejam envolvidos nesses processos de inclusão.

Bibliografia

Agapito, F. M., Giongo, I. M., & Hattge, M. D. (2019). Etnomatemática e ensino de surdos: possíveis aproximações. *Educação Matemática em Revista*, 24(65), 177-189.

Brasil. (2006). *Portaria nº 142, de 16 de novembro de 2006*. Institui o Comitê de Ajudas Técnicas. Brasília, Secretaria Especial dos Direitos Humanos da Presidência da República.

Castellanos-Sánchez, M. T., & Blanco-Álvarez, H. (2019). Estudio de clase en la formación de maestros reflexivos. *Anais do XV CIAEM-IACME*, Medellín, Colombia.

Knijnik, G. (2010). Itinerários da etnomatemática: questões e desafios sobre o cultural, o social e o político na educação matemática. In G. Knijnik, F. Wanderer & C. J. Oliveira. *Etnomatemática*: currículo e formação de professores. (1 ed., pp. 19-38). Santa Cruz do Sul, RS: Edunisc.

ACTIVIDAD QUE SE ENCAMINA HACIA UNA LABOR CONJUNTA A TRAVÉS DE TAREAS DE GENERALIZACIÓN DE PATRONES EN UNA CLASE DE MATEMÁTICAS DE GRADO QUINTO.

Sindy Paola Joya Cruz

sindy.joya@gmail.com; spjoyac@udistrital.edu.co

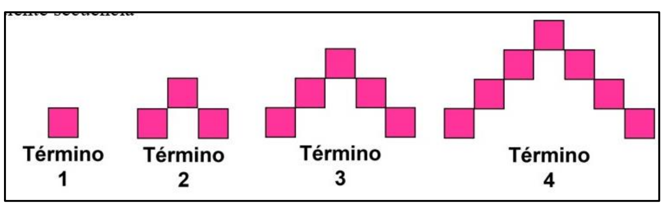
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia

Resumen

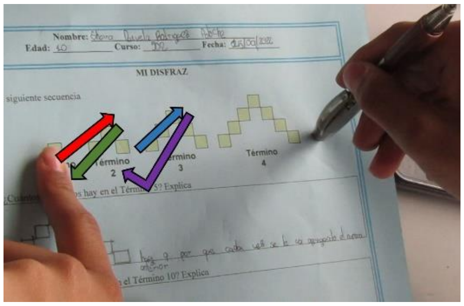
Como parte del proceso de investigación doctoral que se adelanta en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá, Colombia), a continuación, se consideran algunos elementos para discutir respecto a la idea de actividad constituida como labor conjunta y su

incidencia en la consolidación de una ética de carácter comunitario en el aula de matemáticas. Inicialmente, es preciso señalar que la actividad a la que se hace referencia tiene un sentido diferente a las concepciones habituales que reducen la actividad a una serie de acciones que son realizadas por un sujeto con el fin de alcanzar un objetivo determinado (Radford, 2021). La actividad a la que se refiere, desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación, es un sistema dinámico en el que los sujetos interactúan colectivamente con un fuerte sentido social, por tanto, es considerada como una forma de vida, en la que los sujetos se inscriben en la sociedad y producen conjuntamente (Radford, 2021). Esta actividad es denominada *labor conjunta.*

A continuación, se describe un episodio de clase de grado quinto de primaria, en el que se presenta la siguiente tarea relacionada con una secuencia de generalización de patrones en la cual se pide a los estudiantes determinar la cantidad de cuadrados que tiene algunos términos próximos (Término 5 y Término 6) que pueden ser representados y términos remotos (Término 10 y Término 50) que deben ser tratados para determinar las cantidades y su ubicación sin necesidad de recurrir a una representación completa.



En este episodio participan la profesora y cuatro estudiantes de grado quinto (10-11 años): María, Brayan, Shaira y Cristian. La discusión gira en torno a identificar la cantidad de cuadrados que tiene el Término 50, efectuándose la siguiente conversación:



Shaira: Profe, es que por ejemplo yo... (Señalando el Término 2). Acá dos (mueve el esfero en la dirección de la flecha roja) y colocaron el uno (mueve el esfero en la dirección de la flecha verde señalando el texto “Término 1”). Tres (señalado en flecha azul) y le colocaron el dos (señalado en flecha morada).

Profe: ¿Si entendieron lo que hizo Shaira? (los estudiantes se miran asombrados).

Shaira: No me escucharon profe, porque están así desde… (pausa) porque Cristian y Brayan están que cantan profe.

Cristhian: Es que usted no quiso explicar

Shaira: Le explique a Brayan y dijo es que usted no sabe contar.

Brayan: Usted que no sabe contar

Cristhian: Es que a cada uno se le suman dos (señala con dos dedos/ flecha roja)

Shaira: Cuáles, yo lo que estoy diciendo es que al (Término) dos se le agregó uno. Al (Término) tres se le agregó dos (señala con un dedo / flecha verde). Al (Término) cuatro se le agregó tres.

Profe: ¿Si entendieron?

Brayan: Le agregan dos, no uno….

Cristhian: Si, pero se van sumando dos, igual.

Shaira: ¡Es lo mismo!

Cristhian: Si es lo mismo para que peleamos (quita la hoja del centro de la mesa).

Michel: Si profe es como dice Shaira

Posteriormente Brayan reconoce que, debido a un descuido, su registro fue incorrecto desde el término 16 (por un tachón que olvidó dejar de contar). Sin embargo, él continúa realizando el registro desde el conteo +2, para ello fue oportuna la intervención de la docente al invitar a los estudiantes a conversar respecto a lo que estaban indicando. En este sentido, la idea de *labor conjunta* concibe la enseñanza aprendizaje como una única y misma actividad (Radford,

2021) en la que docentes y estudiantes trabajan conjuntamente para la producción de una obra común (Hegel, 2001). Para ello, se pone en juego, desde un sentido ontológico y epistemológico, elementos tales como materia, cuerpo, acción, ritmo, pasión y sensación en relación con lo que es el ser humano (Radford, 2021). Como se señala en Joya (2022, p. 12):

> La actividad como labor conjunta permite a los estudiantes encontrarse con el saber cultural por medio de la objetivación vista como un "proceso crítico, poético, sensible y sensual de encuentro con las matemáticas" (Radford, 2020, p. 21). […] Para posibilitar el encuentro con el saber cultural se requiere de unas acciones colectivas en el aula entre estudiantes y profesores, los cuales producen un significado multisemiótico (gestos, palabras, percepción, símbolos, ritmo) que da sentido a las matemáticas. Este proceso colectivo confluye en la toma de conciencia (Radford, 2020, p. 24) de las relaciones matemáticas.

En este sentido, la clase de matemáticas no debe ser operativa o buscar únicamente la solución de situaciones; debe promover espacios de discusión, participación, puesta en común, establecimiento de acuerdos y la consolidación de sujetos críticos. Razón por la cual, la tarea que se presenta pretende alcanzar la actividad bajo la idea de labor conjunta.

Bibliografía

Hegel, G. (2001). *The Philosophy of History*. Batoche Books.

Joya, S. (2022). Actividad como labor conjunta en la clase de matemáticas. *CIEG, Revista arbitrada del centro de investigación y estudios gerenciales, 56*, 69-83.

Radford, L. (2020). ¿Cómo sería una actividad de enseñanza-aprendizaje que busca ser emancipadora? *RECME - Revista Colombiana de Matemática Educativa, 5*(2), 15-31.

Radford, L. (2021). *Teoria da objetivação. Uma perspectiva vygotskiana sobre conhecer e vir a ser no ensino e aprendizagem da matemática*. São Paulo: Editorial Livraria da Física.

SUBJETIVIDADES ÉTICAS DEL DOCENTE DE MATEMÁTICAS: ESTUDIO DE CASO DESDE UN LABORATORIO DE PRÁCTICAS DOCENTES.

Martha Cecilia Clavijo Riveros, Juan David Lopéz Baquero

mcclavijor@udistrital.edu.co, judlopezb@correo.udistrital.edu.co

Doctorado Interinstitucional en Educación, Universidad Distrital FJC, Colombia

Independiente, Colombia

.

Resumen

En el desarrollo de la investigación doctoral en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, y atendiendo a estudios como los de D'Amore (2021), Ernest (2021), Radford (2021) y Skovsmose (2020), se ha argumentado que i) las subjetividades éticas son el telón de fondo sobre el cual el profesor decide y actúa, y que están condicionadas por: las intenciones, los planes del profesor, las opiniones del entorno social, las exigencias de la comunidad educativa y la evaluación de la eficacia de los métodos, y ii) que genera un cierto tipo de ética imperante de la clase de matemáticas. Además, se ha advertido sobre la relevancia y urgencia de repensar las prácticas matemáticas desde ese presupuesto. Algunos de los principales presupuestos teóricos que orientaron esta investigación son: Subjetividades Éticas, Laboratorios de prácticas docentes y Prácticas Matemáticas. Así se parte de i) la ética como el componente que guía las formas de relación con el otro en contextos de relaciones sociales, culturales y de poder, ii) la subjetividad ética, como la identidad del sujeto que da forma al encuentro con el otro, que se puede distinguir en rasgos propios del pensamiento, juicio y la acción del sujeto (Clavijo, 2022); iii) la práctica matemática como toda interacción humana en la cual se involucran las matemáticas y, por tanto, la práctica docente del profesor de matemáticas es una de estas; y iv) el laboratorio de prácticas docentes como una experiencia colectiva, concreta y crítica para repensar y reflexionar en la ética presente implícitamente en las prácticas matemáticas; a la luz de la enunciación de concepciones espontaneas de los participantes, en ejercicios de indagación, análisis, puesta en común, crítica y revisión teórica.

Se desarrolló un estudio de caso en el cual se materializa un laboratorio de prácticas docentes. Se inicia bajo la preocupación de un docente en ejercicio en su primer año laboral en el cual se evidencia implícitamente una preocupación por las tensiones entre lo que había configurado como "práctica matemática escolar" ideal y lo que estaba ocurriendo en su práctica;

es así como se pone en juego los presupuestos teóricos para comprender esto. Por lo que se hace uso de la Investigación Acción Participativa como metodología. Aquí el docente en ejercicio cumplió la doble función de profesor-investigador en un estudio sistemático de intentos de transformar y mejorar la práctica haciendo uso de sus propias acciones y reflexiones sobre los efectos de esas acciones (Campolucci et al., 2006) a la luz de los presupuestos teóricos y las intervenciones del investigador.

El laboratorio de prácticas docentes se atendió a cuestiones relacionadas con: "¿Qué son las matemáticas?" "¿Cuál es el sentido del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?" "¿Por qué y para qué se aprenden las matemáticas?" "¿Cómo es la clase de matemáticas? ¿Cuál es el rol de los sujetos?". Lo anterior está en correspondencia con las concepciones espontáneas asociadas a las subjetividades éticas (Clavijo, 2022); logrando identificar inicialmente unas características de las subjetividades éticas del docente objetivo, con relación al juicio y el pensamiento, muy "firmes e inamovibles", es decir se interpreta lo complejo de que el docente cambie su punto de vista frente a la forma de concebir la clase de matemáticas, las decisiones del profesor, la forma en que se llevan las ideas al aula y el "ideal" de clase de matemáticas para él.

A su vez, a través del laboratorio el docente objetivo tomó conciencia de su subjetividad ética, lo cual quedó registrado en particular diario de aprendizaje que permitió documentar su actuar en el aula. En este se evidenció "¿cómo inicia sus clases de matemáticas?", "¿cómo se siente luego de realizar su clase de matemáticas?, ¿ha cambiado algo en usted?", "¿Qué reflexionas le quedan y que compromisos adquiere con sus prácticas futuras?". El anterior ejercicio tuvo un efecto de "cambio de postura" en el docente objetivo, ya que se identificó en una posterior entrevista que él ha sido "más consciente" sobre sus prácticas docentes. El docente expone que es consciente de que la cantidad de cosas que definían su subjetividad ética estaban directamente influenciadas con su formación académica profesional, donde ese tipo de prácticas de aula eran posibles de realizar, pero las variables sociales eran muy diferentes a las variables que se pueden presentar en un colegio. Entre las variables más relevantes se puede mencionar la edad de los estudiantes que influye directamente con el comportamiento y “ambiente en el aula”, los tiempos de clase, la habilidad cognitiva y disposición de los estudiantes.

Por todo lo anterior, el docente objetivo ha concluido que las ideas iniciales sobre como concibe las clases de matemáticas y el camino que proponía para ejecutar las mismas es complejo materializar todas estas ideas en el aula de clase. Por lo tanto, cuando se le vuelven a realizar las mismas preguntas que se realizaron al docente en un primer momento sobre su subjetividad ética expresa que “mi esencia no ha cambiado y sigo concibiendo que la manera perfecta de realizar una clase de matemáticas es como lo mencione en un primer momento; sin embargo, al ser consciente de las variables sociales en mis prácticas laborales y ver que no es posible conseguir todos mis objetivos pensando de esa forma, decidí delimitar mis pretensiones, algo que me haga sentir cómodo conmigo mismo sin dejar mi esencia y que sea mucho más fácil de materializar en el aula y esto consiste en lograr que el estudiante comprenda de forma global el objeto matemático en cuestión y logré comprender su respectiva parte procedimental” (Entrevista 2).

Se puede afirmar que cuando un docente toma consciencia de haber pasado por alto la existencia de su subjetividad ética y las implicaciones que esta tiene en las prácticas matemáticas es posible que cambie aspectos que se consideraban inicialmente “inamovibles” o muy arraigados. Además, se considera que este tipo de laboratorios de prácticas docentes son de utilidad para los profesores en ejercicio, ya que les permite llevar a cabo una toma de decisiones desde una postura crítica y haciéndolos sentir cómodos con ello gracias a la mediación entre su esencia y su realidad social en el aula (Entrevista 3), es decir su subjetividad ética y la realidad de las prácticas escolares.

Bibliografía

Campolucci, L., Fandiño, M., Maori, D., & Sbaragli, S. (2006). Cambi di convinzione concernente le frazioni sulla pratica didattica Una learning story basata su una ricerca-azione di gruppo e didattica delle frazioni. *La Matematica e La Sua Didattica*, *20*(3), 353–400.

Clavijo, M. (2022). La ética imperante en la clase de matemáticas como elemento base para la formación inicial y continuada de los docentes. *Congreso de Ética, Ciencia y Educación*.

D'Amore, B. (2021). Some basic reflections on the issue of the relationship between ethics and mathematics education Riflessioni di base sul tema delle relazioni fra etica e didattica della matematica. *La Matematica e La Sua Didattica*, *29*, n.*2*, 145–158.

Ernest, P. (2021). Una auditoría ética de las matemáticas en la educación y en la sociedad. In Luis Radford & M. Silva (Eds.), *Ética: entre educación y filosofía* (pp. 107–141). Universidad de los Andes.

Radford, L. (2021). La ética en la teoría de la objetivación. In L Radford & M. Silvia (Eds.), *Ética: entre educación y filosofía* (pp. 107–121). Universidad de los Andes.

Skovsmose, O. (2020). Mathematics and ethics. *Revista Pesquisa Qualitativa*, *8(18)*, 478–502.

CONEXIONES ETNOMATEMÁTICAS ENTRE CONCEPTOS GEOMÉTRICOS EN LA ELABORACIÓN DE LA TOTUMA ARTESANAL Y SU CONTRIBUCIÓN PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

Carlos Andrés Cantillo Vizcaíno, Armando Alex Aroca Araujo
carlosandrescantillo@mailuniatlantico.edu.co ,
armandoaroca@mail.uniatlantico.edu.co
Universidad del Atlántico, Colombia

Resumen

La totuma artesanal es un artefacto cultural importante como utensilio de cocina, sobre todo en la zona norte de Colombia. El objetivo de este estudio consistió en analizar las conexiones matemáticas entre conceptos geométricos evidenciados en la elaboración de la totuma por una artesana de El Piñón, Magdalena y conceptos de geometría escolar. La investigación se fundamentó teóricamente en el Programa Etnomatemáticas, que permite estudiar

las ideas matemáticas de grupos culturales en sus prácticas artesanales, especialmente en procesos relacionados con la elaboración de artefactos utilizados para la gastronomía. La metodología empleada en esta investigación fue cualitativa-etnográfica. Los datos se recolectaron a través de entrevistas semiestructuradas, aplicada a una artesana del municipio de El Piñón, Magdalena. El trabajo de campo de esta práctica se realizó de forma colaborativa con la artesana participante. Para ello, se hizo necesario de visitas *in-situ* de los investigadores a su comunidad para conocerla, escucharla, observar su práctica y realizar un trabajo reflexivo y organizativo de la investigación. Además, por medio del uso de recursos audiovisuales se lograron tomar doscientas fotografías y se grabaron dos videos para identificar de mejor manera la aplicabilidad de las matemáticas en la elaboración de la totuma. En los resultados se presentan las conexiones con conceptos como: Figuras bidimensionales y tridimensionales, rectas paralelas y sucesiones, que surgen en el proceso de decoración, elaboración y forma, de la totuma. El análisis de la práctica de elaboración de la totuma, permitió identificar conceptos geométricos que aportan herramientas significativas en la enseñanza de las matemáticas escolares, desde situaciones o tareas basadas en actividades de la cotidianidad. Se busca sistematizarla en el aula de clases a través del software GeoGebra y la realidad aumentada para permitir visualizar y comprender los objetos y conceptos matemáticos de manera más fácil. Se concluye que el análisis de la práctica permitió identificar la existencia de otras formas de abordar los conceptos geométricos asociados, que podrían dar un desarrollo a las matemáticas mismas, al reconocer las distintas formas de constituirla y reconocer cada uno de los factores que influyen en el contexto de los estudiantes. Estas situaciones se podrían conectar con la práctica pedagógica y servirían como herramienta didáctica que podría facilitar los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

Referencias

Aroca, A. (2022). Un enfoque didáctico del programa de Etnomatemáticas. *Tecné, Episteme y Didaxis: ted,(*52), 211-248. URL: https://doi.org/10.17227/ted.num52-13743

Aroca-Araujo, A. (2018). Aprendizaje paralelo y comparativo: la postura didáctica del Programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana De Etnomatemática Perspectivas Socioculturales De La Educación Matemática*, 11(2), 4-7. URL: https://revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/536

Blanco-Álvarez, H., Higuita Ramirez, C., & Oliveras, M. L. (2014). Una mirada a la etnomatemática y la Educación Matemática en Colombia: caminos recorridos. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 245-269. URL: https://www.redalyc.org/pdf/2740/274031870016.pdf

Canals, M. (1997). *La geometría en sus primeras edades. Naturaleza del pensamiento geometrico*. España : Universidad de Zaragoza .

D'Ambrosio, U., & Knijnik, G. (2020). Ethnomathematics, En Encyclopedia of mathematics education. In S. Lerman (Ed.), (pp. 283-288). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3- 030-15789-0_60

Gerdes, P. (2007). *Etnomatemática. Reflexões sobre Matemática e diversidade cultural.* Famalicão: Edições Húmus.

Godino, J. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. España : Facultad de Ciencias y Educación Universidad de Granada .

Godino, J. (2002). *Matemática y su didáctica para maestros*, manual pa rel estudiante. . España : Universidad de Valencia .

Hernández-Sampieri, R., Fernández, C. y Baptista, M. P. (2014). *Metodología de la investigación.* McGraw-Hill.

ETNOMATEMÁTICAS Y EDUCACIÓN: REVISIÓN SISTEMÁTICA

Mariana Isabel Varela Guerrero, Grace Judith Vesga Bravo
marivare10101@gmail.com, gvesga@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño, Colombia

Resumen

Esta investigación pretende a través de una revisión sistemática establecer como se ha utilizado e implementado la etnomatemática, realizando una descripción de los indicadores bibliométricos y posterior a esto un análisis teniendo en cuenta los distintos niveles de educación. Dicha revisión se realizó durante el mes de octubre de 2022.

Introducción

El concepto etnomatemática se ha trabajado desde más de tres décadas, teniendo sus bases en Brasil liderado por D' Ambrosio, en el año 1993 la etnomatemática era considerada un programa de investigación que ha ido creciendo y es una alternativa válida en la acción pedagógica, considerado por el auto como un término más amplio que otros como: Matemática Antropológica, Etnografía matemática, Matemática cultural, entre otros; este término incluye generación, organización, institucionalización y difusión del conocimiento.

Por lo tanto, expone Blanco (2006) que la etnomatemática es la relación simbiótica entre la matemática y la antropología, obteniendo así su propia metodología de investigación y construyendo su propia teoría y divide en cuatro categorías las cuales son:

- Análisis del pensamiento matemático de comunidades indígenas y afrodescendientes ancestrales.
- Utilización de instrumentos autóctonos de las comunidades indígenas o negras como herramientas pedagógicas para la enseñanza de la matemática occidental.
- Estudios sociales, históricos, antropológicos, etc., de formas de pensamiento matemático y científico en civilizaciones y comunidades.
- Estudios históricos, epistemológicos, filosóficos, educativos, sobre formación de culturas matemáticas y científicas en Colombia.

Por lo anterior se hace imprescindible como en el campo investigativo avanza y está encaminada la etnomatemática en los últimos cinco años, adicional cuál es el impacto en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Metodología

La revisión de la literatura tuvo en cuenta las siguientes bases de datos: Scopus, Educational Resource Information Center (ERIC), Web of Science (WoS) y Dialnet. Los criterios de búsqueda que se han utilizado se constituyeron de términos claves, título y resumen con los siguientes temas: Etnomatemáticas y educación, Etnomatemáticas y formación y docente y por último Etnomatemáticas y pensamiento matemático, se aplicó una búsqueda avanzada filtrando el rango de los años 2018-2022, realizando procesos de exclusión queda un total de 58 documentos, los cuales se van hacer revisión de texto completo.

Resultados

Al realizar el análisis de los datos teniendo en cuenta los índices bibliométricos, se puede concluir que el año de mayor producción fue el 2021, adicional que desde el 2018 ha ido en ascenso, pero que en el año 2022 tuvo una disminución considerable; desde el punto de vista continental el continente que más sobresale es el americano, resaltando más la parte latina solo esta da un acumulado de 24 documentos (41%) y agregándole a Estados Unidos se sumaría a 27(47%), le sigue luego Asia con 25 documentos (43%), Eurasia y África con 2 documentos (3%), Europa y Oceanía con 1 documento cada uno (2%). Por parte de las palabras claves se encontraron 85 palabras diferentes siendo la más repetida la etnomatemática. (Figura 1).

Figura 1. Nube con palabras claves de cada artículo

En el nivel de educación se puede resaltar lo siguiente en todos los niveles académicos se han trabajado siendo el de secundaria el más predominante, en grados tales como séptimo y sexto, adicional que el área más abordada es geometría. Por su parte cabe destacar que en el nivel primario se maneja más la aritmética y que en superior es sobre diseños de planes de clases o secuencias didácticas utilizando la Etnomatemáticas principalmente en áreas rurales e indígenas; teniendo en cuenta los pensamientos más estudiados son el espacial y lógico.

Bibliografía

Blanco, H. (2006). La etnomatemática en Colombia: un programa de construcción. *Boletim de Educação Matemática* 19(*26*), 1-19.

D'Ambrosio, U. (1993). Etnomatemáticas: um programa. *Revista Matemática Educação (REMat)* 1(*1*), 5-11.

TSG 9. LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA PROBABILIDAD Y LA ESTADÍSTICA

RIESGO FINANCIERO, UNA OPORTUNIDAD PARA TRABAJAR PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN MATEMÁTICA

Luis Alejandro Ferro Alfonso
lferroa@ecci.edu.co, lferro870@uan.edu.co
Universidad ECCI, Universidad UAN, Colombia

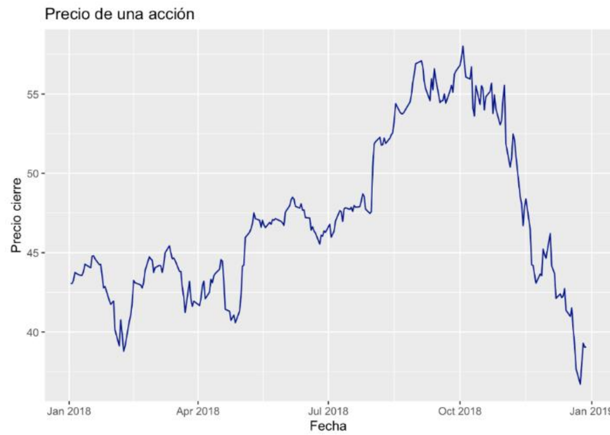
Resumen

En la enseñanza y formación de profesionales de Estadística de la Universidad ECCI, se forma en habilidades de medir e intentar mitigar riesgos de tipo financiero, usando técnicas matemáticas y estadísticas. Recordemos que se considera un riesgo financiero, como la probabilidad de un evento adverso y sus consecuencias, regularmente adversas a las empresas de tipo financiero.

Para este trabajo vamos a mostrar como se puede trabajar en un aula de clase usando el método de aprendizaje STEM, que recordemos que por sus siglas en inglés es el acrónimo de los términos en inglés Science, Technology, Engineering and Mathematics (ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas). Debido a que la educación STEM se enfoca en resolver problemas, en el curso de Teoría de riesgo, uno de los problemas que se enfocará en poder minimizar el riesgo financiero en la adquisición de portafolios de inversión con activos de la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), para ello los estudiantes investigan y exploran acciones de empresas que más ventas y compras se realizan en un intervalo de tiempo menor a tres meses. Esto sirve como medio práctico de los métodos matemáticos y estadísticos que van aprender.

Cuando los estudiantes realizan dicha exploración de datos, realizan un análisis descriptivo de lo que encuentran, comparan datos de varias empresas y se comparten para posteriormente conformar portafolios de acciones, que son un conjunto de acciones con las cuales se quiere medir el riesgo, clasificando dichos portafolios entre bajo, medio o alto riesgo.

En este escrito vamos a encontrar el orden con que los estudiantes trabajan durante un semestre regular. Primero mostremos el problema a trabajar:



En finanzas, las dos variables más importantes para la toma de decisiones de inversión son el rendimiento y el riesgo. En cuanto una inversión se considera más riesgosa, será necesario que tenga mayor rendimiento.

Como ejemplo se va tomar la acción de Apple entre los años 2018 y 2019, usando en R el paquete tidyquant.

Cuando ya tenemos el precio de cada acción, ahora calculamos el rendimiento del precio de cierre de dicha acción, y estudiamos valores estadísticos importantes como la desviación estándar, que la llamáramos en ahora en adelante la volatilidad. Cuando ya tenemos esos datos, podemos evaluar el Valor a Riesgo, conocido como VaR. El VaR parte del supuesto de normalidad de los rendimientos del activo financiero y, además, que la media de los rendimientos es cero. El modelo desarrollado para el VaR es:

$$VaR = Z\, S\, \sigma \sqrt{t}$$

Donde Z, es el valor de la variable estandarizada en la distribución normal estándar para un nivel de confianza $1-\alpha$. Los niveles de confianza más utilizados son 0.95 y 0.99, para los cuales el valor correspondiente de Z es de 1.65 y 2.33, respectivamente. S, es el monto total de la inversión o cantidad total del dinero expuesto a riesgo. σ: es la desviación estándar de los rendimientos del activo (volatilidad de los rendimientos). t: el horizonte de tiempo el cual se calcula el VaR. los horizontes de tiempo más usual son a un o diez días.

Después de realizar análisis con un solo activo, se realiza conjuntos de activos llamados portafolios. Aquí convertimos un problema estadístico de una variable, en un problema multivariado, donde el objetivo es optimizar:

$$\sigma_p^2 = W'\Sigma W$$

sujeto a:

$$\bar{r}_{p_k} = \sum_{i=1}^{m} w_i \bar{r}_i$$

$$\sum_{i=1}^{m} w_i = 1$$

Donde $w_i$es la ponderación a invertir en cada portafolio para una suma S de dinero, los valores para $\bar{r}_i$ son los rendimientos medios de cada activo i, el vector W es conformado por cada incógnita w_i y Σ es la matriz de covarianzas de todos los activos del portafolio. Como se puede observar, es un problema de máximos y mínimos que podemos solucionar usando multiplicadores de Lagrange. Aquí es cuando el estudiante relaciona y da un fuerte uso a lo aprendido en sus cursos de formación básica matemática, el uso tecnología al tener que resolver sistemas de $m + 2 \times m + 2$ variables y además poder tomar decisiones con un valor de confianza frente a los datos tomados.

Ya para terminar este resumen, se recomienda la metodología de enseñanza STEM debido a que dentro del aula de clase, se ve que el aprendizaje proactivo, el estudiante indaga, le gusta usar gráficos con las herramientas tecnológicas, desarrollan la capacidad de resolución de problemas de manera creativa, así como el desarrollo de la gestión emocional y pensamiento lógico matemático. Además, fomenta el trabajo en equipo y aprenden a tomar decisiones de manera conjunta (ya que desarrollan investigaciones, colaboran y diseñan pequeñas hipótesis dentro del problema propuesto). Y al final, aprenden mediante la experimentación en primera persona con varios portafolios, mejorando con ello la retención a largo plazo de los conceptos aprendidos.

Bibliografía

Moscote Flórez, O. (2013). Elementos de estadística en riesgo financiero. Ediciones USTA.

Escobar, V. G. D., Sigüenza, J. O. T., Perdido, M. U. G., & Martínez, C. S. T. (2021). Factores que inciden en la elección de carreras STEM en la educación universitaria de El Salvador. Anuario de Investigación: Universidad Católica de El Salvador, 10, 23-38.

ENTENDIENDO CONTEXTOS DE NUESTRO ENTORNO A TRAVÉS DE LA ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA.

Mercy L. Peña M, Indira T. Garcia R., Herbert E. Quintero F.
mercy.pena@usco.edu.co; u20182171204@usco.edu.co;
herbert.quinterofonseca@uvi.edu
Universidad Surcolombiana, Colombia;
University of the Virgin Islands, US Virgin Islands

Resumen

La estadística descriptiva es fundamental en la formación de las competencias básicas de ciudadanos con relación a los sistemas de datos. Sin embargo, el desarrollo por competencias ha sido limitado ya que la enseñanza tradicional de la Estadística, solo se centra en procedimientos de cálculos y análisis, en donde se orienta de forma abstracta. Batanero et al. (2011) resaltan que es esencial que los estudiantes adquieran habilidades y destrezas en esta competencia, pero también que se vean involucrados en una realidad contextualizada en situaciones que sean significativas para que el alumno logre integrar la enseñanza de la estadística con su entorno. En efecto, Campos (2016) indica que la alfabetización estadística "refiere a la competencia de discutir, argumentar y comunicar interpretaciones de las informaciones estadísticas referentes a datos presentados en diferentes contextos" (p.3). El curso de Estadística Descriptiva propuesto en el semestre 2022-2 se desarrolló mediante el enfoque de aprendizajes por proyecto de aula. Según Batanero y Godino (2005) el aprendizaje de estadística a través de proyectos o actividades de análisis exploratorio de datos "resaltan el valor de la interacción social y el discurso en la

construcción del conocimiento”. Campos (2007) indica que algunas características para trabajar en proyecto son: a) trabajar con datos reales; b) relacionar los datos al contexto en que están inmersos; c) orientar a los alumnos para que interpreten los resultados; d) permitir que los estudiantes trabajen en grupo; y e) fomentar la crítica de la interpretación de los otros, es decir el debate de ideas entre los alumnos. Batanero (2000) afirma que la comprensión de conceptos no puede limitarse únicamente a la definición y propiedades, sino que se puedan abrir espacios para identificar problemas en donde se puede hacer uso de notaciones, representaciones, manejo de operaciones y algunos procedimientos lógicos que permitan contextualizar y dar un significado a la enseñanza. Problemática: el desarrollo por competencias estadísticas ha sido limitado ya que la enseñanza tradicional de la Estadística, solo se centra en procedimientos de cálculos y análisis, en donde se orienta de forma abstracta y no se logra desarrollar habilidades como interpretar estadísticamente, conectar a los estudiantes con el contexto, desarrollar la lectura crítica de datos, y aprender de los errores en la aplicación del sistema algebraico.

El objetivo central del curso fue identificar y articular fenómenos de la cotidianidad y el contexto social del estudiante para aplicar los conceptos estudiados durante el curso, haciendo énfasis en el desarrollo del pensamiento crítico para orientar los procesos de recolección de datos, análisis, interpretación, y presentación de resultados. Así, la pregunta orientadora del curso de estadística descriptiva del semestre 2022- 2 fue la siguiente: ¿Cómo articular fenómenos de la cotidianidad y el contexto haciendo uso de la estadística descriptiva? Objetivos Objetivo general: Caracterizar los procesos de enseñanza desarrollados en la clase de estadística descriptiva del semestre 2022-2 implementando proyectos de aula. Objetivos específicos: • Identificar proyectos contextualizados para el desarrollo del curso y articularlos con el aprendizaje de los conceptos de la estadística descriptiva; • Verificar el cumplimiento de las tareas de los estudiantes y hacer un seguimiento continuó de las fases de recolección, organización, análisis de los datos, interpretación de los resultados, y presentación de cada uno de los proyectos propuestos en la clase; • Promover una actitud crítica para orientar los procesos de análisis, interpretación, representación y toma de decisiones, que se requiere en el análisis estadístico de los proyectos propuestos en clase.

La metodología del curso se desarrolló por proyectos familiares al entorno del estudiante y con datos reales. Se implementaron seis (6) proyectos de aula, tres (3) de ellos relacionados con el análisis de la temperatura (máxima y mínima) y la precipitación en la ciudad de Neiva; y tres proyectos relacionados con aspectos académicos del programa de licenciatura de matemáticas y la facultad de educación (análisis de la cancelación de semestre en los programas de la Facultad de Educación; caracterización de los estudiantes en la licenciatura de matemáticas en el periodo 2015 al 2022-1; y caracterización de los centros de prácticas pedagógicas y sociales de la licenciatura de matemáticas en el periodo 2017 al 2022-1). Cada proyecto fue estudiado por cuatro estudiantes. Se hizo la orientación teórico-practica dentro de la clase, así como con asesorías fuera de clase. Cada proyecto incluyo las siguientes etapas: recolección, organización, análisis de los datos, e interpretación de los resultados, y se realizaron debates semanales para socializar los aportes y avances de cada proyecto. La profesora titular desarrollo un proyecto paralelo (deserción de estudiantes en tres sedes de la Universidad durante el periodo 2015-2017) como guía y modelo para el análisis de datos y la presentación de resultados.

El análisis preliminar del proceso de enseñanza aprendizaje en la clase de estadística descriptiva permite evidenciar que los proyectos de aula son una herramienta pedagógica valiosa para que los estudiantes adquieren competencias tales como: razonamiento estadístico en relación al uso de las medidas de tendencia central, alfabetización y análisis de datos. Este primer estudio exploratorio evidencio diferentes desafíos para los estudiantes en cada una de las etapas del tratamiento estadístico (recolección de datos, el análisis, resumen y presentación de datos), lo cual enriqueció la discusión, comprensión, interpretación y argumentación de los estudiantes. Así mismo se presentaron algunas dificultades en relación a las habilidades para trabajar en grupo.

Referencias y bibliografía

Batanero, C. (2000): "Significado y comprensión de las medidas de tendencia central". en Uno. Revista de didáctica de las Matemáticas. Barcelona. Editorial Graó, n.º 35, pp. 41-58

Batanero, C., Diaz, C., Contreras, J. M., Arteaga, P. (2011). Enseñanza de la estadística a través de proyectos. En: Batanero, C. & Diaz, C. (Ed.) Estadística con Proyectos. Reprodigital, Universdiad de Granada, pp. 1-46.

Batanero, C., Godino, J. D. 2005. Perspectivas de la educación estadística como área de investigación. En: Luengo, R. (Ed.) Líneas de investigación en Didáctica de las Matemáticas. Bajadoz, Universidad de Extremadura, pp. 203-226.

Campos, C. R. (2007). A Educação Estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da Estatística em cursos de graduação. Tesis (doctorado). Rio Claro: UNESP-IGCE.

Campos, C. R. (2016). La educación estadística y la educación critica. 2º Encuentro Colombiano de Educación Estocástica. 19 pp.

PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO DESDE LA NARRATIVA EN ESTUDIANTES DE 9 A 11 AÑOS Y SU RELACIÓN CON LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Nela del Rocío Sánchez López, Diana Carolina Pérez Duarte, Luis Fernando Pérez Duarte

nsanchez69@uan.edu.co, dianacperez@uan.edu.co, luisfperez@uan.edu.co,

Universidad Antonio Nariño, Colombia

Resumen

En el desarrollo del pensamiento matemático y especialmente en el pensamiento aleatorio o probabilístico, es importante reconocer la gran importancia que tiene para una persona adquirir la capacidad de analizar y comprender información de una situación específica, a través, de datos y gráficos. Los seres humanos permanentemente se sitúan frente a situaciones en las que deben tomar decisiones sobre temas laborales, personales, económicos, entre otros, cuando el individuo dispone de estrategias tanto conceptuales como operativas minimiza el riesgo de equivocarse en

la toma de decisiones. Autores como Vásquez y Alsina (2014), plantean que el estudio de la probabilidad y sus contenidos deben ser vinculados a partir del Pre Kindergarten (preescolar) hasta el nivel 12 (bachillerato), de tal manera que el estudiante realice una formación progresiva del análisis de datos y la probabilidad. Favorecer el pensamiento probabilístico permite avanzar al niño hacia la comprensión y manejo de la incertidumbre, lo que le permitirá tomar decisiones, es decir, decidir sobre la ocurrencia de un resultado.

De lo anterior, surge nuestro problema de investigación: ¿Cómo fortalecer el pensamiento probabilístico, a través de una serie de actividades para los grados 4° y 5° de educación básica primaria, a partir de la creatividad narrativa con ayudas visuales en la solución de problemas? El objetivo general de la investigación es implementar un modelo didáctico para favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje de la probabilidad en estudiantes, de grado 4° y 5° de educación básica primaria, utilizando los fundamentos de la resolución de problemas, así como la utilización de herramientas como la narrativa y las ayudas visuales; se pretende fortalecer el pensamiento probabilístico, buscando que los estudiantes "aprendan a pensar matemáticamente" a través de la resolución de problemas enfatizando procesos como clasificar, particularizar, generalizar y argumentar (Manson, Burton & Stacey, 1982).

En cuanto a la metodología se presenta desde un enfoque de investigación mixto, donde recolectamos información cualitativa y cuantitativa al mismo tiempo, con el propósito de cotejarla y de esta manera realizar explicaciones del evento que se está estudiando. Nos apoyamos en un diseño exploratorio secuencial, donde implica una fase inicial mediante análisis de datos cualitativos a través de descripciones para luego analizar datos cuantitativos a través de estudios correlacionales/causales. Para dar solución al problema planteado se va a tener en cuenta la triangulación de lo que es la teoría de la probabilidad, el pensamiento probabilístico y eso se va a desarrollar a través de la narrativa y las ayudas visuales. A través del modelo propuesto se busca que el estudiante desarrolle conceptos de probabilidad desde los conceptos básicos como experimento aleatorio y probabilístico hasta llegar al concepto fundamental de probabilidad visto desde la probabilidad clásica frecuencial y geométrica. Esta investigación se está realizando con estudiantes de grados cuarto y quinto de primaria de la Institución Educativa Antonio Nariño, ubicada en la zona rural del corregimiento de Coello-Cocora de Ibagué-Tolima.

Dentro de las actividades propuestas fueron realizadas dos encuestas, la primera aplicada a 110 docentes de primaria y la segunda a 15 docentes de matemáticas, todos pertenecientes a la zona rural y urbana del Municipio de Ibagué (Tolima). El propósito de aplicar las encuestas a dos grupos poblacionales diferentes es la correlación de las respuestas para determinar la percepción, que tienen los docentes en la enseñanza de la probabilidad en la población de estudio. Como resultados preliminares, se puede concluir que los docentes: 1.Dan importancia a la enseñanza de la probabilidad para los estudiantes de grado cuarto y quinto. 2. En los planes de estudio de los grados cuarto y quinto se plantea la enseñanza de la probabilidad. 3. La mayoría de los docentes, para la enseñanza de la probabilidad utilizan material diseñado por ellos mismos. 4. Los conceptos que se enseñan son acordes y entendibles por los docentes que desarrollan las actividades. Estas apreciaciones, llevan a inferir que a pesar de que los elementos de probabilidad están presentes en los planes de estudio, estos no se relacionan, además, las actividades que diseñan los docentes no potencializan el pensamiento probabilístico.

Con el objetivo de determinar el estado inicial y final de los estudiantes de grado quinto de primaria, respecto al concepto de probabilidad, se diseñó y aplicó una actividad exploratoria a 6 grupos de 3 estudiantes del grado quinto. Esta actividad permitió identificar el nivel de comprensión que poseen los estudiantes sobre conceptos básicos de probabilidad como: (a) clasificar un suceso como probable e improbable, (b) reconocer experimentos determinísticos o aleatorios, y (c) hallar la probabilidad de una situación planteada. En el desarrollo de la actividad se entregó a cada grupo 4 tarjetas de colores (azul, verde, amarilla y roja), cuatro dados con los mismos colores y una hoja de trabajo. Los estudiantes debían lanzar los cuatro dados para obtener en cada dado un puntaje, que sería ubicado en las tarjetas de colores respectivos, con base en los puntajes obtenidos, los niños debían proponer una historia con el personaje (tarjeta azul), el escenario (tarjeta verde), la situación (tarjeta amarilla) y un reto fundamentado en conceptos de probabilidad (tarjeta roja). En el análisis de los resultados obtenidos se encontró que los estudiantes presentaban dificultades para: (a) clasificar un suceso como probable e improbable, (b) reconocer experimentos determinísticos o aleatorios, y (c) hallar la probabilidad de una situación planteada.

Los resultados de las encuestas realizadas a los docentes y las respuestas dadas por los estudiantes en la actividad diagnóstico permiten identificar la necesidad que existe frente a la construcción de un modelo didáctico donde se integre la resolución de problemas retadores inmersos en situaciones reales mediante la narrativa y las ayudas visuales. Con el modelo se espera facilitar la construcción de un significado robusto de la probabilidad y así mejorar las habilidades de los estudiantes ven la solución de problemas, que les permitan tomar las mejores decisiones en situaciones de incertidumbre y así potenciar el desarrollo del pensamiento probabilístico, así como la elaboración de una serie de talleres, para la enseñanza aprendizaje de este concepto en el aula, que propicie la adquisición de habilidades por parte de los estudiantes, en la resolución de problemas.

Referencias

Vásquez & Alsina, (2014). Enseñanza de la Probabilidad en Educación Primaria. Un Desafío para la Formación Inicial y Continua del Profesorado. Revista Números p.9.

Mason, J., Burton, L. & Stacey, K. (1982). Pensar matemáticamente. España: Labor S.A.

OPERADORES GENÉTICOS PARALELOS PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMBINATORIALES.

Roberto M. Poveda Ch., Orlando García H., Eduardo Cárdenas G.,
rpoveda@udistrital.edu.co, ogarciah@udistrital.edu.co, ecardenasg@unal.edu.co
Universidad Distrital "Francisco José de Caldas", Colombia
Universidad Nacional de Colombia

Muchos problemas combinatoriales debido a su estructura y complejidad se destacan como problemas "difíciles" de resolver por métodos tradicionales de optimización matemática determinista. Ejemplo de estos son el Problema del Agente Viajero (TSP: Travelling Salesman Problem, por sus siglas en inglés) (Lawler & Lenstra,, 1985), el Problema de Ordenamiento Lineal (Garey & Johnson,, 1979), el Problema del Máximo Clique (Pardalos & Xue,, 1994), el Problema de Particionamiento de Grafos (Langauer,, 1990), el Problema de empaquetamiento de Grafos o el Problema de Asignación Cuadrática (QAP : Quadratic Assignment Problem por sus siglas en inglés) (Burkard, Cela, Pardalos, & Pitsoulis,, 1998), entre otros. El QAP resulta un caso general de muchos otros problemas (por ejemplo todos los citados antes), es decir, muchos problemas combinatoriales resultan ser un QAP aplicando variantes apropiadas a las matrices que los definen. Cada uno de los anteriores problemas citados por su dificultad de solución corresponden a la clase de problemas NP-Hard (El QAP es considerado fuertemente NP-Hard) (Queyranne,, 1986).

El trabajo presentado en este prestigioso congreso (MEM 2023) destaca la implementación paralela de los operadores genéticos utilizados para solucionar el QAP (y por lo tanto los demás problemas citados) mediante un Algoritmo Evolutivo Paralelo (Tomassini, 1995) implementado sobre una unidad de procesamiento Gráfico (GPU: Graphics Processing Unit, por sus siglas en inglés) (CUDA nvidia, 2016), esta unidad es un dispositivo de multiprocesamiento distribuido que aprovecha la estructura paralela del problema y del algoritmo evolutivo utilizado (Poveda, & Gómez,, 2018).

El algoritmo Evolutivo Paralelo utiliza una codificación entera para representar el cromosoma de un individuo en el algoritmo Evolutivo. La GPU se configura de tal manera que cada bloque GPU corresponda al cromosoma de un individuo particular y cada hilo GPU corresponda a un gen sobre dicho cromosoma.

La aptitud de cada individuo de la población se evalúa acorde a una formulación matricial del QAP que aprovecha las características de la GPU como un dispositivo vectorial de cálculo. Las matrices que definen el QAP se alojan en espacios adecuados de memoria con el propósito de acelerar los cálculos. Algoritmos paralelos adecuados fueron diseñados para reducir la complejidad computacional en los diferentes cálculos de la función de aptitud. El operador de selección consiste en un torneo binario elitista entre el correspondiente individuo declarado en cada bloque GPU y otro individuo aleatorio alojado en ese mismo bloque GPU. El "nuevo" individuo es seleccionado si su aptitud es mejor o igual a la aptitud del individuo aleatorio. El operador de cruce implementado fue un cruce de orden modificado (MOX). Este operador actúa así: Un punto de cruce que es común entre los dos padres es seleccionado aleatoriamente. Los genes a la izquierda del punto de cruce del padre 1 son copiados a la descendencia y el resto de los genes del otro padre (padre 2) son copiados en el orden en el cual ellos aparecen (esto evita repetición de genes). MOX también se implementó a nivel de bloque en la GPU. Una población intermedia de individuos aleatorios (población de parejas o padres 2) se obtiene como en el operador de selección pero acorde a una topología de vecindad (topología de Von Neumann o de Moore, entre otras). Cabe anotar que MOX se implementa totalmente en GPU (no hay intervención de la CPU para ningún tipo de cálculo) y el procedimiento tiene a lo más una complejidad lineal. La descendencia reemplaza a cada padre 2 en el correspondiente bloque GPU y este conformará la próxima población si y solo si su aptitud es estrictamente mejor que la aptitud del padre 1. El operador de Mutación también actúa a nivel de bloque. La implementación es una mutación por intercambio (EM). Para cada individuo, dos genes son seleccionados aleatoriamente e intercambiados. El operador de mutación fue utilizado para generar diversidad en la población con el ánimo de evitar convergencias prematuras y estancamientos a óptimos locales. El Algoritmo Evolutivo Paralelo recurre ahora a un operador de Transposición que simplemente reversa los genes (hilos GPU) entre dos puntos generados aleatoriamente sobre el cromosoma. Este operador también es implementado a nivel de bloque y por lo tanto la transposición se hace simultáneamente en cada individuo (bloque GPU) de la población. Finalmente, una estrategia basada en elitismo es aplicada, esto es, un mejor individuo identificado antes del operador de mutación (también de manera completamente paralela) es reincorporado de nuevo a la población. Usando esta estrategia, el desempeño del algoritmo evolutivo incrementa, previniendo perder el mejor individuo encontrado hasta ahora en cada iteración.

Referencias

Bollobás, B. (1978). *Extremal graph theory*. London: Academic London.

Burkard, R., Cela, E., Pardalos, P., & Pitsoulis,, P. (1998). The quadratic assignment.

CUDA nvidia. (2016). Obtenido de https://developer.nvidia.com/cuda-gpus

Garey, M., & Johnson,, D. (1979). *Computers and intractability: A gude to the theory*. New York: W.H.Freeman and Company.

Langauer,, T. (1990). *Combinatorial algorithms for integrated circuit layout.* Wiley Chichester.

Lawler, E., & Lenstra,, J. (1985). *The traveling salesman problem,*. Wiley, Chichester.

Pardalos, P., & Xue,, J. (1994). The maximum clique problem. *Global Optim 4*, 301-328.

Poveda,, R., & Gómez,, J. (2018). Solving the quadratic assignment through a fine-grained parallel genetic algorithm implemented on gpus. *ICCCI 2018* (págs. 145-154). Bristol, England: Springer Nature.

Queyranne,, M. (1986). Performance ratio of polynomial heuristric for triangle inequality quadratic assignment problem. *Operations Research Letters*, 231-234.

Tomassini, M. (1995). A survey of genetic algorithms. *Volume III of Annual Reviews of Computational Physics*, 87-118.

REPRESENTACIONES ESTADÍSTICAS USADOS EN SECUNDARIA: UN ESTUDIO EN LIBROS DE TEXTO COLOMBIANOS

Nicolas Montealegre Cruz, Didier E. Parra Arce, María T. Castellanos Sánchez
nicolas.montealegre@unillanos.edu.co, *didier.parra@unillanos.edu.co*,
mcastellanos@unillanos.edu.co
Universidad de los Llanos, Colombia

Resumen

Los libros de texto son unos de los recursos que utilizan los docentes para la organización de sus unidades didácticas. En diversas investigaciones se argumentan que el libro de texto determina el tipo de ciencia que se ofrece en la clase (Johansson, 2003). Es decir, si un libro de texto está enfocado en las definiciones y conceptos, ese es el tipo de ciencia que se enseñara en el aula de clase. Por esta razón es necesario estudiar en detalle cuales son las oportunidades que ofrece el libro de texto colombianos y cómo intentan promover el desarrollo de la cultura estadística.

Las tablas o gráficos estadísticos son los elementos que considera Gal (2002) como elementos constitutivos de cultura estadística, son la forma más efectiva de resumir presentar la información. Por tanto, leer críticamente la información presente en estas representaciones de datos es trascendental en el desarrollo de personas estadísticamente cultas. En investigaciones internacionales se muestra que el nivel de lectura más solicitado en libros de texto el N2 *leer dentro de los datos* en primaria y básica secundaria (Jiménez, 2017; García-García et al., 2019; Vásquez et al., 2022). Lo cual permite el desarrollo de habilidades procedimentales y aplicación de conceptos que llevan a comparaciones u operaciones básicas entre los datos, pero no favorece el desarrollo de una lectura crítica de la información y por ende una débil cultura estadística.

En este sentido se plantea la pregunta que se desarrollará durante la investigación ¿Cómo se promueve desde libros de texto de secundaria la cultura estadística a partir de las actividades con tablas y gráficos estadísticos? Atendiendo este interrogante se analizan las representaciones

estadísticas presentes en libros de texto de matemáticas de secundaria en aras de hacer público las oportunidades para desarrollar la cultura estadísticas a partir de este recurso didáctico en Colombia. Por esta razón es necesario caracterizar los tipos de gráficos y tables, los niveles de lectura, complejidad semiótica, tarea solicitada, contextos de las situaciones presentes en la colección de actividades.

La investigación es de corte exploratoria y descriptiva con un enfoque cualitativo vinculado al paradigma interpretativo según Hernández et al. (2014) basados en el análisis de contenido. La primera fase consta de la selección la muestra de editoriales que hicieron parte de la investigación. Para ello se usó el criterio usado por Marrugo (2021) seleccionado la editorial SM y Libros & Libros desde los grados sexto a undécimo. La segunda fase se seleccionan las actividades siendo los ejercicios, talleres, problemas y situaciones de selección múltiple que involucran en su proceso de formulación o desarrollo una tabla o gráfico estadístico. En la tercera fase se analizan las actividades y para ello se construye un instrumento que permite categorizar cada una de las actividades dentro de las siguientes categorías: tipo de representación, complejidad semiótica, niveles de lectura y tarea solicitada.

Se recolectaron *397* actividades, donde el *35%* procede de la editorial SM y *65%* de la editorial Libros & Libros. Se encontró que el tipo de representación con mayor representatividad en las dos editoriales es *tabla de frecuencias* con un *32,17%* seguido de *datos no agrupados* con un *12,48%*, en tercer lugar, está *diagrama de sectores* con un 8,75%, el tipo de representación menos frecuente es el *diagrama de líneas* con un *0,13%.* Para la complejidad semiótica propuestas por Arteaga et al. (2011) se halló que más se presenta en la muestra es S3 *representa una distribución de datos* con un 48% seguido por S1 *representa solo datos individuales* con un 20,6 %. Existiendo una variante para grado undécimo donde predomina S2 *representación de un* *conjunto de datos uno a uno* para las dos editoriales. Esto se debe a que se abordan temas que requieren la relación de los datos uno a uno como regresión y correlación.

Frente a los niveles de lectura establecidos por Friel et al. (2001) se pudo observar que el nivel de lectura que predomina en las dos editoriales es N2 *Leer dentro de los datos* con un 86,2%, seguido por el N3 *Leer más allá de los datos* con un 9,5%. los demás su representatividad es mínima. Para las tareas solicitadas se encontró que *leer y calcular* es la más pedida con un 38.1%, seguido de *leer el gráfico o la tabla* con un 17.15 %, en un tercer lugar *leer y construir* con un 12.1 % y en cuarto lugar *argumentar* con un 10.8%. Para esta última actividad se destacan la demanda de habilidades cognitivas de orden superior, mientras en las tres primeras la demanda cognitiva es menor y se inclinan por habilidades procedimentales. Lo cual concuerda con los observado en los niveles de lectura y la relación estrecha que existe entre estas dos categorías y además que las tareas solicitadas permiten debelar el nivel de lectura.

Finalmente se puede concluir que los libros de texto analizados se enfocan en el desarrollo de competencias ligadas a lo procedimental y en menor medida a fomentar la capacidad de identificar tendencias, inferir y realizar proyecciones. Sin embargo, habilidades concernientes a la evaluación critica de la información tales como argumentar y ver el trasfondo de los datos se observan con un bajo porcentaje lo cual demuestra que los libros de texto están enfocados en que los estudiantes conozcan algunos tipos de representación, construyan y determinen medidas estadísticas. Por lo tanto, los libros de texto solo favorecen el desarrollo de la cultura estadística en sus niveles más elementales.

Bibliografía

Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G. y Contreras, J. M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. Números, 76, 55-67. http://sinewton.es/revista_numeros/076/

Friel, Curcio & Bright. (2001). *Making sense of graphs: critical factors.* 32(2),124-158. https://www.jstor.org/stable/749671

Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. International Statistical Review, 70(1), 1-25. https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2002.tb00336.x
García-García, J., Díaz-Levicoy, D., Vidal-Henry, S. y Arredondo, E. (2019). Las tablas estadísticas en libros de texto de educación primaria en México. Revista Paradigma, 40(2), pp. 153-175. http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/issue/view/69
Hernández, Fernández & Baptista. (2014). *Metodología de la investigación. Mc Graw Hill Education.* México: Sexta.
Jiménez-Castro, M., Arteaga, P., & Batanero, C. (2020). Los gráficos estadísticos en los libros de texto de Educación Primaria en Costa Rica. Bolema: Boletim de Educação Matemática, 34, 132-156. https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n66a07
Johansson, M. (2003). Textbooks in mathematics education: A study of textbooks as the potentially implemented curriculum. Universidad de Lulea, Suecia: Tesis de maestría no publicada.
Marrugo Escobar, L. M. (2021). El razonamiento estadístico en los libros de texto de matemáticas para quinto grado. Tesis de maestria. Universidad de Antioquia
Vásquez, C., Arredondo, E. H., & García-García, J. I. (2022). Representaciones estadísticas a temprana edad: una aproximación desde los libros de texto de Chile y México. Bolema: 36, 116-145. https://doi.org/10.1590/1980-4415v36n72a06

APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LAS MEDIDAS DE CENTRALIZACIÓN Y DE DISPERSION CON TEMAS DE ACTUALIDAD Y JUEGOS TRADICIONALES

Yicel Dayanis Fuentes Quintero. Leidy Daniela Córdoba Garzón, Romelio José González Daza
ydayanisfuentes@unicesar.edu.co , ldanielacordoba@unicesar.edu.co, romeliogonzalez@unicesar.edu.co
Universidad Popular del Cesar Colombia

Resumen

Descripción del problema:

El pensamiento estocástico en muchos casos hereda los mitos y temores que se crean alrededor del aprendizaje de las matemáticas. Existe la predisposición y resistencia para su aprendizaje por parte de los estudiantes e incluso de los padres, pues algunos momentos vividos por el accionar de docentes de estas asignaturas, evocan situaciones de castigo y discriminación que las vuelven exclusividad de pocos. Todo se centra en la memorización y el aprendizaje de algoritmos y símbolos carentes de sentido. El contexto, utilidad e importancia de los temas para el futuro ciudadano parece no importar. Las consecuencias, tal como afirma (Vásquez, 2012) “el

aburrimiento, la ausencia de motivación, el desconsuelo o la falta de interés por aprender", pues esa cantidad de fórmulas y recetas no son significativas para ellos.

La situación planteada, no se corresponde con la necesidad de sistematizar, analizar y dar uso a la inmensa cantidad de datos que produce la humanidad diariamente. En tal sentido esto sugiere un nuevo enfoque del estudio de la estadística, que el aprendizaje sea significativo para el estudiante y se pondere la utilidad de los conocimientos. Hay que trascender y traspasar lo que afirma (Gómez, 2016) "la mayoría de estudiantes al finalizar la secundaria solo conocen algoritmos de cálculo propios de la estadística"; sin comprender los conceptos y usos; de tal forma que temas importantes, que utilizan la mayoría de las ciencias y en las distintas actividades cotidianas de la humanidad, pasan desapercibidas durante la etapa de formación, tal es el caso de las medidas de centralización y de dispersión, entre muchos.

La mediación docente debe reinventarse, en estos cambios se propone como punto de partida en su labor de mediador, la elaboración y desarrollo de una unidad didáctica con temas de actualidad y juegos tradicionales del contexto para el aprendizaje significativo de un caso particular como son las medidas de tendencia central y las de dispersión en el grado decimo. Se espera que los avances o experiencias puedan motivar al desarrollo de muchos temas del pensamiento aleatorio y sistemas de datos bajo esta estrategia.

Objetivo general

Desarrollar una unidad didáctica que favorezca el aprendizaje significativo de las medidas de tendencia central y de dispersión en décimo grado mediante la utilización de temas de actualidad y juegos tradicionales del contexto.

Objetivos específicos

- Identificar logros y dificultades de los estudiantes en la comprensión de los conceptos de medidas de tendencia central y de dispersión bajo la mediación que tradicionalmente han realizado en la institución

- Diseñar una unidad didáctica para el aprendizaje significativo de las medidas de tendencia central y de dispersión de décimo grado, mediante la utilización de temas de actualidad y juegos tradicionales.
- Implementar y evaluar la unidad didáctica

Metodología:

El estudio es de naturaleza descriptiva, con enfoque mixto, cualitativos y cuantitativos. De característica censal. La muestra la conforman 50 estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa José Celestino Mutis del corregimiento de Guacoche municipio de Valledupar, departamento del Cesar. Se emplearon varios momentos, que incluían la recolección y análisis de datos a través de una evaluación y un cuestionario. La evaluación por competencias de los temas en estudio fue realizada al iniciar y al finalizar el proyecto, con el fin de observar alguna variación. El conjunto de preguntas del cuestionario fue analizado en categorías teniendo en cuenta la afinidad entre ellos.

Resultados

La evaluación por competencias sobre las medidas de tendencia central y de dispersión, que incluían generalidades, aplicaciones, usos y su interacción en la toma de decisiones, fue aplicada en dos momentos muy importantes. El primero ocurrió al inicio del proyecto y su función fue de una evaluación diagnostica, donde el 65% de los estudiantes tuvo dificultades al responder el 70% de las preguntas. En el segundo momento se aplicó como parte final de una evaluación formativa al terminar la intervención del grupo con el nuevo proceso, es decir, bajo el enfoque de la unidad didáctica contextualizada, empleando temas de actualidad como fluctuaciones del dólar frente a las monedas de América Latina, resultados de competencias deportivas en los juegos bolivarianos, futbol profesional colombiano y juegos tradicionales como el yoyó, el quemado, la cucurua, el siglo y el dominó, entre otros, con resultados muy resaltables, el 85% de los estudiantes fue eficiente al responder el 90% de las preguntas.

Los resultados permiten observar la favorabilidad de los cambios introducidos. El hecho de dejar el tablero como único elemento de mediación didáctica e implementar el dialogo entre los actores, identificar sus aficiones, gustos y juegos de su contexto, usar tecnologías, debates, y hacer conversatorios, generó un impacto positivo en los estudiantes. Además, relacionar la cotidianidad con los temas tratados en clases, mostró un notorio crecimiento en la cultura estadística y esto es un gran avance hacia el aprendizaje significativo.

Bibliografía:

Colombia Aprende. (2018). *Derechos Básicos de Aprendizaje DBA de matemáticas* V2. http://aprende.colombiaaprende.edu.co/

Gómez Torres, E. (2016). *Estadística Y Probabilidad En El Currículocolombiano Para Educación Básica Y Media*. *Gfnun*. http://gfnun.unal.edu.co/fileadmin/content/eventos/simposioestadistica/documentos/memorias/Memorias_2016/Comunicaciones/Estadistica_y_Educacion/Est_Prob_curriculo_colombiano_Gomez.pdf

Perdomo Ijaji, P. I. E. (2016). *Medidas de tendencia central y su uso en contexto. Estudio de caso: I.E. Las Brisas - El Patía (Cauca)*. https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/59060

Salcedo Ramírez, S. R. R., Fernández Morales, F. H., & Duarte, J. E. (2016). *Unidad Didáctica Para La Enseñanza De Probabilidad Mediada Por Un Ova, Orientada A Un Colegio Rural Del Municipio De Paipa*. http://revistas.unipamplona.edu.co/ojs_viceinves/index.php/RCTA/article/view/2739

Vásquez Rodríguez, Fernando (2012). La didáctica: una disciplina para aquilatar el quehacer *Red de Bibliotecas Virtuales de CLACSO. Universidad de la Salle 2012,* Bogotá *DC. http://biblioteca.clacso.edu.a*.

CONOCIMIENTO PROFESIONAL DE PROFESORES DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA PARA LA ENSEÑANZA DE EXPERIMENTOS ALEATORIOS

Mayra Alexandra Mosquera Morales, Eliécer Aldana Bermúdez, Heiller Gutiérrez Zuluaga
mayraa.mosqueram@uqvirtual.edu.co , eliecerab@uniquindio.edu.co,
hgutierrez@uniquindio.edu.co
Universidad del Quindío, Colombia

Resumen

Esta investigación se desarrolla en el marco del Doctorado en Ciencias de la Educación de la Universidad del Quindío, específicamente en la línea de investigación en

Educación Matemática. La problemática que se aborda tiene como centro de interés la enseñanza de la probabilidad en educación básica primaria, donde habitualmente se cuenta con un solo profesor para orientar todas las áreas reglamentarias y este, por lo general, no cuenta con formación específica para la enseñanza de la matemática. Surge entonces el interés por indagar con relación al conocimiento profesional que debe tener un profesor para la enseñanza de la matemática y en el campo de la didáctica de la matemática se reconoce la existencia de diferentes investigaciones desarrolladas por autores , como por ejemplo Shulman (1986, 1987), Fennema y Franke (1992), Ball (2000), Ball, Lubienski y Mewborn (2001), Rowland, Huckstep y Thwaites (2005), Llinares y Krainer (2006), Ponte y Chapman (2006), Philipp (2007), Sowder (2007), Ball, Thames y Phelps (2008), Hill, Ball y Schilling (2008), Schoenfeld y Kilpatrick (2008), Sullivan y Wood (2008) y Godino, Font y Pino-Fan (2013), entre otros, las cuales permiten evidenciar que existe un gran interés por investigar con relación a dicho conocimiento, pero que no hay hasta el momento un consenso entre estos investigadores, que permita establecer un solo marco teórico con el cual se describa el conocimiento profesional de los profesores.

Ahora bien, de acuerdo con los intereses investigativos que se persiguen, se hace necesario asumir uno de estos marcos y en coherencia con este, determinar los elementos teóricos que fundamenten el objeto de investigación, teniéndose que en relación al conocimiento del profesor se parte de los trabajos de Godino (2009) y Godino, Font y Pino-Fan (2013) denominado Conocimiento Didáctico - Matemático del profesor, Alsina (2019) y Batanero (2016), frente a la enseñanza de la probabilidad en los primeros grados de escolaridad y Gravemeijer y Van Eerde (2009) con relación a la Investigación Basada en Diseño. Partiendo de los elementos teóricos que presentan cada una de las contribuciones de estos autores, se aborda la siguiente problemática ¿Qué tipo de experiencia formativa permitiría desarrollar Conocimiento

Didáctico - Matemático, relativo a las facetas epistémica y mediacional, en profesores de educación básica primaria en ejercicio sobre los experimentos aleatorios?, en concordancia con la problemática planteada, se tiene como objetivo general, desarrollar Conocimiento Didáctico – Matemático, relativo a las facetas epistémica y mediacional, de profesores de educación básica primaria en ejercicio sobre experimentos aleatorios.

La metodología de investigación con la cual se aborda la problemática se establece a partir de la organización de los siguientes elementos: la investigación cualitativa de acuerdo a los desarrollos teóricos de Uwe Flick (2004), la Investigación Basada en Diseño teniendo como referente los desarrollos teóricos de Gravemeijer y Van Eerde (2009), la perspectiva metodológica desde una mirada Critico Social, tomando los desarrollos teóricos de Habermas (1986) y Popkewitz (1988) como referente y se reconocen como sujetos de investigación, los profesores de educación básica primaria que enseñan matemáticas.

Las conclusiones se establecen en concordancia con las unidades de análisis establecidas y las transformaciones que se generen en la institución educativa en la cual laboran los sujetos de investigación. De este modo, se espera tener contribuciones en relación a la formación que pueden recibir los profesores que se encuentran en el ejercicio de su labor, siendo está fundamentada desde el modelo que se asumió en cuanto al conocimiento profesional del profesor de matemáticas; se tiene también una gran expectativa en cuanto lo que se puede lograr en relación a la enseñanza de la probabilidad en la educación básica primaria y cómo la investigación basada en diseño puede permitir el reconocimiento de las realidades de las instituciones educativas y sus profesores, para el establecimiento de propuestas innovadoras y transformadoras.

Bibliografía

Alsina, Á. (2016). La probabilidad en educación primaria: de lo que debería enseñarse a lo que se enseña. © Uno: revista de didáctica de las matemáticas, 2016, núm. 71, p. 46-52.

Alsina, A. (2019). La estadística y la probabilidad en educación infantil: un itinerario de enseñanza. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística. Disponible en www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html

Batanero, C. (2016). Posibilidades y retos de la enseñanza de la probabilidad en la educación primaria.

CEPAL (2011). Informe anual. CEPAL: Santiago de Chile.

Godino, J.D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas [Categories for analysing the Knowledge of mathematics teachers]. Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 20, 13-31.

Gravemeijer, K. & van Eerde, D. (2009). Design research as a means for building a knowledge base for teachers and teaching in mathematics education.

Habermas, J. (1986). Conocimientos e interés en ciencia y técnica como ideología. Madrid: Tecnos.

Pino-Fan, L., Vicenç Font, & Godino, J. D. (2013). *El Conocimiento Didáctico-Matemático de los profesores: Pautas y criterios para su evaluación y desarrollo*. 15.

Popkewitz, T. (1988). Paradigma e ideología en investigación educativa. Las funciones sociales del intelectual. Madrid: Mondadori.

SITEAL (2010). Sistema de Información de Tendencias Educativas en América Latina. Informe Anual. Buenos Aíres - Argentina.

Vásquez Ortiz, C., y Alsina Pastells, Á. (2015). El conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad: Un análisis global desde el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático.